Jukka Hatakka
Heikki Saari
Jarmo Sirviö
Jouni Viiri

Sanoma Pro Oy
Helsinki

Physica 7

Sähkömagnetismi

Tiedustelut
Sanoma Pro Oy, Helsinki
puh. 020 391 000
sähköposti: asiakaspalvelu@sanomapro.fi

www.sanomapro.fi

Kustantaja: Sanoma Pro Oy
Tämä aineisto on digitaalinen rinnakkaisversio tuotteesta
ISBN 978-952-63-1681-9 Physica 7

12 kk lisenssi ISBN 978-952-63-3020-4
48 kk lisenssi ISBN 978-952-63-3021-1

Toimitus: Eero Taipalus
Ulkoasu: Sari Jeskanen
Taitto: Eija Högman
Kuvitus: Pekka Könönen
Kuvatoimitus: Anita Kokkila

© Heikki Saari, Jarmo Sirviö, Jouni Viiri ja Sanoma Pro Oy

Kopiointiehdot
Tämä teos on digitaalinen oppikirja, joka on suojattu tekijänoikeuslailla (404/61).

Lukijalle

Physica 7 on oppikirja lukion fysiikan seitsemännelle kurssille, joka on fysiikan kuudes syventävä kurssi. Fysiikan syventävät kurssit muodostavat kokonaisuuden, jossa käydään läpi fysiikan keskeiset osa-alueet. Kuudes kurssi on sähköopin toinen kurssi, ja se käsittelee sähkömagnetismia. Tällä kurssilla opiskellaan magnetismin lisäksi varauksellisten hiukkasten liikettä sähkö- ja magneettikentässä, sähkömagneettista induktiota, vaihtovirtaa ja sähkömagneettista säteilyä.

Sähkömagnetismin soveltamisen kannalta tärkein ilmiö on sähkömagneettinen induktio, joka on mahdollistanut sähköenergian tuottamisen ja energian siirtämisen pitkien matkojen päähän energian tuottamispaikasta. Sähkömagneettista induktiota voidaan hyvällä syyllä kutsua ilmiöksi, joka on tehnyt mahdolliseksi maailman teollistumisen ja teknistymisen. Tässä kirjassa fysiikkaa käsitellään muiden Physica-sarjan kirjojen tavoin monien erilaisten mallien avulla. Sähkömagnetismissa käsitteet ovat tyypillisesti abstraktimpia kuin mekaniikassa. Malleilla on siksi erityisen tärkeä merkitys sähkön ja magnetismin käsitteiden oikeassa oppimisessa. Käsitteiden oikeaan määrittelemiseen ja mallien harkittuun käyttöön on tässä kirjassa kiinnitetty erityistä huomiota.

Fysiikan syventävien kurssien yhtenä keskeisenä tavoitteena on antaa valmiuksia lukion jälkeisiin opintoihin luonnontieteellisillä ja luonnontieteitä soveltavilla aloilla.

Joensuussa, Jyväskylässä ja Oulussa
14.3.2014
Tekijät

Sisällys

Magnetismin nykyaikaa ja historiaa 6
Sähkömagnetismin merkitystä nyky-yhteiskunnassa ei voi liioitella 6
Kompassilla on pitkä historia 7

1 Magneetin ympärillä on magneettikenttä 8
Magneeteilla on monia sovelluskohteita 8
Kompassineula on kestomagneetti 8
Magneettien samannimiset kohtiot hylkivät ja erinimiset vetävät toisiaan 8
Magneetin ympärillä on magneettikenttä 9
Sähkövirta aiheuttaa sähkömagneetin magneettikentän 10
Käämi muodostuu useasta johdinsilmukasta 10
Johdinsilmukan ja käämin magneettikenttä 11
Maan magneettikenttä on muodoltaan samanlainen kuin sauvamagneetin kenttä 12
Rauta on ferromagneettinen aine 13
Aineiden luokittelu magneettisuuden mukaan 13

2 Varattu hiukkanen sähkökentässä 17
Varatun hiukkasen liike homogeenisessa sähkökentässä 17
Työperiaatteen soveltaminen sähkökentässä 18
Elektronivoltti on energian yksikkö 19

3 Voimavaikutuksia magneettikentässä 28
Magneettivuo ja magneettivuon tiheys 28
Magneettikentässä liikkuvaan varattuun hiukkaseen kohdistuu magneettinen voima 29
Magneettikentässä liikkuvan varatun hiukkasen oikean käden sääntö 30
Varatun hiukkasen liike homogeenisessa magneettikentässä 30
Varatun hiukkasen liikkeen vertailu sähkö- ja magneettikentissä 31
Inklinaatio- ja deklinaatiokulma sekä Maan magneettivuon tiheysvektorin komponentit ... 32
Ekstra: Vinosti magneettikentässä liikkuvaan varattuun hiukkaseen vaikuttava voima 32
Ekstra: Varattu hiukkanen Maan magneettikentässä 32

4 Varatun hiukkasen liike sähkö- ja magneettikentässä 39
Ympyrärataa kiertävän varatun hiukkasen liike on syklotroniliikettä 39
Varattuja hiukkasia kiihdytetään syklotronissa 39
Syklotronin rakenne ja toiminta 40
Nopeudenvalitsimesta poistuvilla varatuilla hiukkasilla on vakionopeus 41
Massaspektrometrilla määritetään ionien massoja ... 42
Ionien erottelu massaspektrometrilla sisältää kolme vaihetta 42

5 Magneettikenttä kohdistaa virtajohtimeen voiman 47
Suoran virtajohtimen magneettikentän magneettivuon tiheyden suuruus 47
Virtajohtimeen kohdistuvan magneettisen voiman suunnan määrittäminen 48
Magneettikentässä olevaan virtajohtimeen kohdistuvan magneettisen voiman suuruus 48
Virtajohtimien välinen vuorovaikutus 49
Sähkövirran yksikön määrittely 49
Extra: Suoran virtajohtimen magneettikentän magneettivuon tiheyden lausekkeen johto 50

6 Sähkömoottorin käämi on magneettikentässä ... 55
Johdinsilmukkaan vaikuttaa magneettikentässä momentti 55
Tasavirtamoottorissa sähkövirran suunta käännetään jaksollisesti 56
Ekstra: Magneettikentässä olevaan käämiin vaikuttava momentti 57

7 Induktioilmiössä muuttuva magneettikenttä synnyttää jännitteen 61
Michael Faraday oivalsi induktioilmiön 61
Muuttuva magneettikenttä indusoi jännitteen 61
Erilaisia tilanteita, joissa tapahtuu induktioilmiö 62
Induktioilmiön suunta saadaan Lenzin laista 63
Liikkuva johdinsauva magneettikentässä 64
Johdinsauva liikkuu magneettikentässä kiskojen päällä 65

8 Induktiolaki kertoo induktiojännitteen suuruuden 72
Induktiolain johtaminen liikkuvan johdinsauvan avulla 72
Indusoituneen lähdejännitteen etumerkki päätellään Lenzin lain avulla 73
Magneettivuo riippuu silmukan kenttää vastaan kohtisuoran projektion pinta-alasta 74
Indusoitunut lähdejännite saadaan magneettivuon aikaderivaattana 74
Milloin magneettivuo muuttuu? 75

9 Pyörrevirtoja syntyy metalliesineeseen 82
Metallinpaljastimien toiminta perustuu pyörrevirtoihin 82
Silmukan liikuttamiseksi magneettikentässä tarvitaan ulkoinen voima 82
Pyörrevirtojen synty johdelevyssä 83
Pyörrevirtojen suunta voidaan selittää myös Lenzin lailla 83
Pyörrevirroille on paljon sovelluksia 84

10 Itseinduktio ja induktiivinen kytkentä 89
Käämissä itseinduktio hidastaa sähkövirran muuttumista 89
Itseinduktio tasoittaa virtapiirissä tapahtuvia sähkövirran muutoksia 90
Katkaisukipinä 90
Induktiivinen kytkentä on langaton 91

11 Generaattori tuottaa vaihtojännitettä 95
Sähköenergian tuottamiseen käytetään generaattoreita 95
Generaattorin käämi pyörii magneettikentässä 95
Magneettikentässä pyörivään käämiin indusoituu lähdejännite 96
Vaihtojännite on sinimuotoista 97

12 Vaihtojännite synnyttää vaihtovirran 100
Vaihtovirtaa tuotetaan generaattoreilla 100
Vastus vaihtovirtapiirissä 101
Sähkövirran ja jännitteen teholliset arvot 102
Osoitindiagrammilla kuvataan vaihtovirran ja -jännitteen vaihetta 103

13 Vastus, käämi ja kondensaattori vaihtovirtapiirissä 108
Reaktanssi on jännitehäviön ja sähkövirran tehollisten arvojen suhde 108
Käämi vaihtovirtapiirissä 109
Kondensaattori vaihtovirtapiirissä 110
Sähkövirran ja jännitehäviön vaihe-ero ideaalisessa käämissä 111
Sähkövirran ja jännitehäviön vaihe-ero kondensaattorissa 111
Vastus, käämi ja kondensaattori kytkettynä sarjaan vaihtovirtapiirissä 112
RLC-piirin impedanssi 112

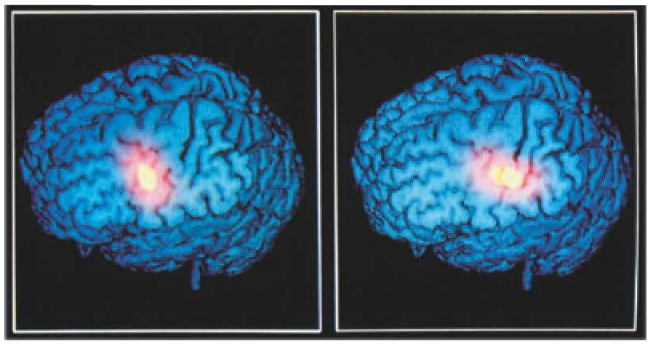
14 Värähtelypiiri, antenni ja radioaallot 118
Resonanssitaajuus RLC-piirissä 118
Resonanssi RLC-piirissä 120
Käämin energia 120
Energiaperiaate LC-värähtelypiirissä 121
Kiihtyvässä liikkeessä oleva varattu hiukkanen synnyttää sähkömagneettista aaltoliikettä 123
Sähkömagneettisen aaltoliike noudattaa aaltoliikkeen perusyhtälöä 123
Värähtelypiiri toimii lähettimenä ja vastaanottimena 124
Radioaaltoja lähettävän ja vastaanottavan dipoliantennin periaate 125

15 Vaihtovirran teho ja muuntaja 130
Vastus tuottaa lämpöenergiaa vaihtovirtapiirissä 130
RLC-piirin teho ja tehokerroin 132
Muuntajassa on kaksi käämiä ja niitä yhdistävä rautasydän 132
Muuntajan muuntosuhde selitetään induktiolain avulla 133
Siirtojohtimissa on suuri jännite ja pieni sähkövirta 134

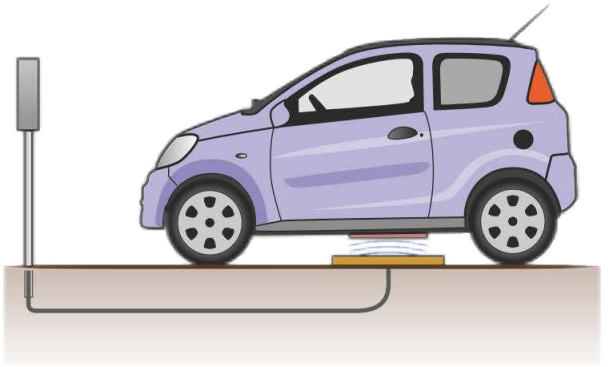
16 Energiateollisuus ja sähköturvallisuus 141
Sähköenergiantuotanto tapahtuu voimalaitoksissa 141
Suomeen hankitaan sähköenergia erilaisista sähkövoimalaitoksista ja tuontisähkönä 141
Maanlaajuiseen kantaverkkoon ovat liittyneet suuret voimalaitokset ja tehtaat sekä alueelliset jakeluverkot 142
Sähkölaitteiden turvallisuus taataan suojauksilla ja suojarakenteilla 143
Ekstra: Energiantuotannossa käytetään vaihtovirran synnyttämiseen kolmivaihegeneraattoria 146

Tehtävien vastaukset 153
Hakemisto 155
Valokuvien oikeudet 156

Magnetismin nykyaikaa ja historiaa



Kuva esittää aivojen sähköisten toimintojen synnyttämää heikkoa magneettikenttää. Vasemmassa kuvassa aivokuori on lähettänyt käskyn oikean käden etusormelle liikkua. Oikeanpuoleinen kuva on otettu 40 ms myöhemmin, jolloin aivokuoreen on tullut tieto, että etusormi liikkuu.



Sähköauton akku latautuu langattomasti, kun auto on pysäköity. Langaton latautuminen perustuu sähkömagnetismiin. Nyt suunnitellaan jo järjestelmiä, jotka lataavat sähköautoja langattomasti niiden liikkuessa tiellä.

Sähkömagnetismin merkitystä nyky-yhteiskunnassa ei voi liioitella

Hammasharja ladataan langattomasti. Tulevaisuudessa myös kännykät ja monet muut sähkölaitteet voidaan ladata langattomasti. Langaton laturi voi olla vaikkapa tyyny, jolle sähkölaite laitetaan, tai laturi voidaan asentaa esimerkiksi pöytätason alapintaan. Tällöin pöydälle asetettu sähkölaite lautautuu. Langaton latautuminen perustuu sähkömagnetismiin.

Sähköenergia tuotetaan voimalaitoksissa generaattoreilla, joiden toiminta perustuu magneettikentän muuttumiseen käämin sisällä. Sähköenergiaa on helppo siirtää johtimia myöten sinne, missä sitä tarvitaan. Sähkömoottorit muuttavat sen suurella hyötysuhteella mekaaniseksi energiaksi.

Sähkömagneettinen induktio on teknisissä laitteissa yleinen ilmiö. Sitä ei vain ole helppo tunnistaa. Muun muassa loistelamppujen ja metallinpaljastimien toiminta perustuu siihen. Radion, television ja matkapuhelimen antennien toiminta perustuu sähkömagneettisiin virtapiireihin ja sähkömagneettisiin aaltoihin. Tarkempi perehtyminen sähkömagnetismiin osoittaa, että induktioilmiö on mukana kaikkien virtapiirien toiminnoissa. Lähes koko moderni teknologia perustuu sähkömagnetismiin.

AIKAJANA 1600 1700 1800

Englannin kuningattaren hovilääkäri **William Gilbert** julkaisi vuonna 1600 kirjan nimeltä De Magnete, jossa hän selosti, miten kompassi toimii. Gilbert valmisti myös pallon muotoisen kestomagneetin ja havaitsi, että se toimii samalla tavalla magneettina kuin maapallo. Hän vertasi Maata suureen magneettiin, jonka kenttä saa kompassineulan kääntymään pohjois–etelä-suunnassa.

Vuonna 1820 tanskalainen **Hans Christian Ørsted** (1777–1851) havaitsi, että sähkövirta vaikuttaa virtajohtimen lähellä olevan kompassin magneettineulan asentoon. Hän havaitsi, että sähkövirta synnyttää magneettisia ilmiöitä.

Ranskalainen **André-Marie Ampère** (1775–1836) havaitsi, että virtajohtimien välillä on magneettinen vuorovaikutus, kun johtimissa on sähkövirta.

Kiinassa käytettiin kompassina malmikiven palaa, joka oli koverrettu kiinalaisen lusikan muotoon. ”Lusikka” liukui pronssialustalla ja se pystyi näyttämään magneettikentän suunnan kolmiulotteisesti.

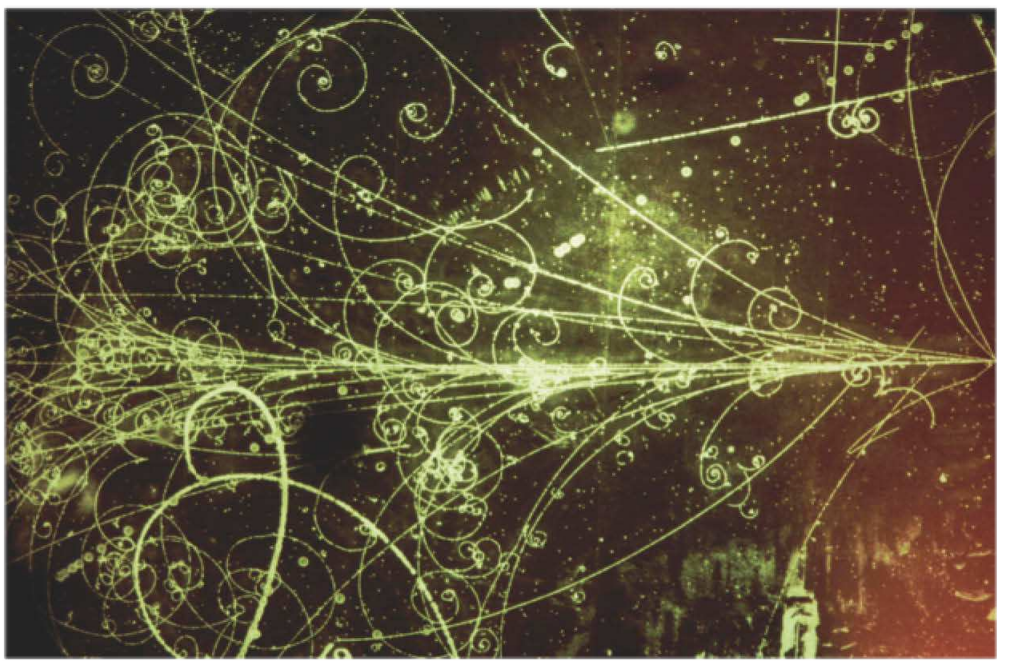
Kompassilla on pitkä historia

Antiikin kreikkalaiset tunsivat magneettisen malmikiven jo 600 eKr. **Magnetismi** on saanutkin nimensä kreikkalaisen Magnesia-nimisen paikkakunnan mukaan. Magneettinen malmikivi eli magnetiitti on kemialliselta koostumukseltaan Fe_3O_4.

Kompassi kehitettiin Kiinassa noin 400 eKr. Vuoden 100 jKr. tietämiltä on peräisin kuvaus liemilusikan muotoiseksi kaiverretusta malmikivestä, joka kääntyi vapaasti Maan magneettikentän suuntaan ja osoitti etelään.

Eurooppalaiset oppivat kiinalaisen kompassin valmistuksen arabeilta 1100-luvulla. Aluksi kompassina käytettiin vesimaljassa kelluvaa kalanmuotoista puupalikkaa, joka oli varustettu magneettineulalla. Myöhemmin keksittiin tasapainottaa magneettinen neula tapin varaan. Eurooppalaisten lähteiden mukaan varhaisin kompassi on vuoden 1200 tietämiltä. Skandinaviassa kompassia käytettiin ainakin jo vuonna 1250. Kompassi mahdollisti pitkät valtameripurjehdukset, ja näin saivat alkunsa myös 1500-luvun löytöretket.

Kompassin neula on pieni magneetti, joka pääsee kiertymään vapaasti vain vaakatasossa.



Sähköisesti varattujen hiukkasten ominaisuuksia voidaan tutkia magneettikenttien avulla. Varattujen hiukkasten radat kaareutuvat magneettikentässä.

1865

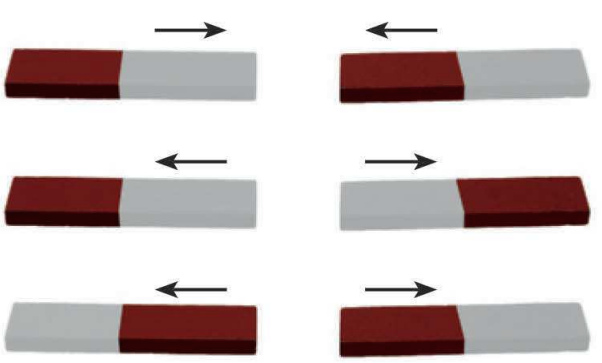
Englantilainen **Michael Faraday** (1791–1867) huomasi, että muuttuva magneettikenttä saa aikaan sähkövirran suljetussa virtapiirissä. Ilmiötä sanotaan sähkömagneettiseksi induktioksi. Faraday otti ensimmäisenä käyttöön kentän käsitteen fysiikassa selittämään sähköisen ja magneettisen vuorovaikutuksen välittymistä.

Skotlantilainen **James Clerk Maxwell** (1831–1879) esitti vuonna 1865 sähkömagneettisten ilmiöiden yhtenäisen teorian.

1 Magneetin ympärillä on magneettikenttä

Vapaasti liikkuva sauvamagneetti asettuu pohjois–etelä-suuntaan. Pohjoiseen osoittavaa päätä sanotaan magneetin pohjoiskohtioksi, ja sitä merkitään yleensä punaisella värillä. Myös kompassineula on sauvamagneetti.

Magneettien vuorovaikutus
Magneeteilla on kaksi kohtiota eli napaa. Samannimiset kohtiot hylkivät ja erinimiset vetävät toisiaan puoleensa.



Magneettien välinen vuorovaikutus ilmenee joko veto- tai poistovoimina. Samannimiset kohtiot hylkivät toisiaan ja erinimiset kohtiot vetävät toisiaan puoleensa.

Magneeteilla on monia sovelluskohteita

Nopeat luotijunat kulkevat tulevaisuudessa niin, että ne eivät kosketa ratakiskoon, koska magneettikentän aiheuttama voima pitää ne irti kiskosta. Näin liikevastukset saadaan pieniksi. Tämän lisäksi magneeteilla on monia muita käyttökohteita. Esimerkiksi kuulokkeiden ja kannettavien radioiden koko on pienentynyt sitä mukaa, kun kestomagneettien valmistustekniikat ovat kehittyneet.

Kompassineula on kestomagneetti

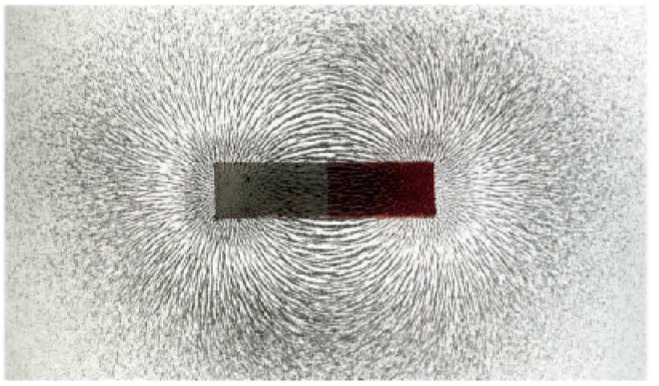
Kompassineulat, sauvamagneetit ja jääkaappimagneetit ovat esimerkkejä **kestomagneeteista**. Kun pieniä magneettihippuja lisätään kumiin, muoviin tai helposti sulavaan metalliin, magneeteista voidaan muotoilla monimutkaisia ja lujia rakenteita.

Kun sauvamagneetti pääsee kääntymään vapaasti, se asettuu pohjois–etelä-suuntaan. Sauvamagneetin pohjoiseen kääntyvää päätä sanotaan **pohjoiskohtioksi** (N, *North*) ja toista päätä **eteläkohtioksi** (S, *South*). Sauvamagneetin pohjoiskohtio värjätään yleensä punaiseksi ja eteläkohtio valkoiseksi tai vihreäksi.

Magneettien samannimiset kohtiot hylkivät ja erinimiset vetävät toisiaan

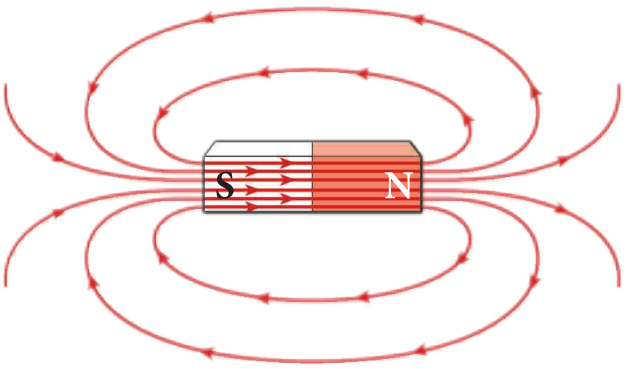
Magneettien välillä on sekä veto- että poistovoimia. Samannimiset kohtiot hylkivät toisiaan ja erinimiset vetävät toisiaan puoleensa. Magneettien välisessä vuorovaikutuksessa magneetteihin vaikuttaa momentti eli magneetit pyrkivät kääntymään, jos magneettien välisten voimien vaikutussuorat eivät yhdy.

Jos sauvamagneetti katkaistaan, saadaan kaksi kaksinapaista magneettia. Magneetti on aina **dipoli** eli kahden magneettisen kohtion muodostama pari. Magneetin kohtiot eivät ole selvästi rajattuja magneetin osia, eikä niitä voida irrottaa toisistaan.



Sauvamagneetin päälle on ripoteltu rautaviilajauhetta. Pienet rautahippuset muuttuvat magneettisiksi ja asettuvat magneettikentässä vastaavalla tavalla kuin pienet sauvamagneetit.

Sauvamagneetin magneettikenttä



Sauvamagneetin ulkopuolella magneettikentän suunta on pohjoiskohtiosta eteläkohtioon ja magneetin sisällä eteläkohtiosta pohjoiskohtioon. Kenttäviivat osoittavat magneettikentän muodon, ja niiden tiheys osoittaa magneettikentän voimakkuuden.

Magneettikenttä
Magneettikenttää kuvataan kenttäviivoilla, jotka ovat aina sulkeutuvia käyriä. Magneettikentän suunta on kentän jokaisessa pisteessä se suunta, johon kompassineulan pohjoiskohtio osoittaa.

Magneetti magneettikentässä
Magneettikentässä oleva magneetti asettuu kenttäviivojen suuntaan niin, että magneetin pohjoiskohtio osoittaa magneettikentän suuntaan.

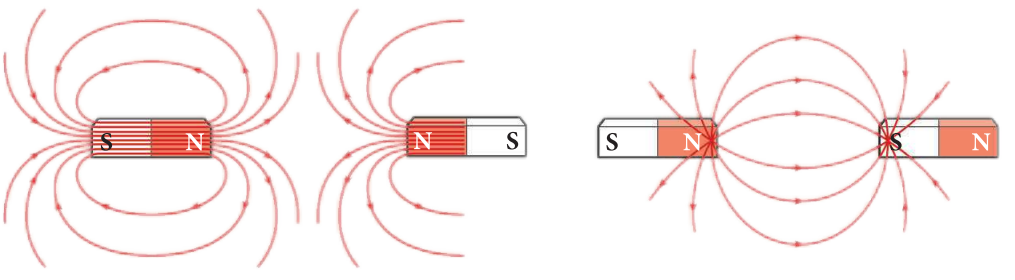
Magneetin ympärillä on magneettikenttä

Varattujen kappaleiden välistä etävuorovaikutusta kuvattiin edellisessä kurssissa sähkökentän avulla. Koska myös magneettien välinen vuorovaikutus on etävuorovaikutus, sitä kuvataan **magneettikentän** avulla. Kestomagneetin ympärillä on aina magneettikenttä. Kun magneettikenttään laitetaan toinen kestomagneetti, siihen kohdistuu magneettikentän aiheuttama voima. On huomattava, että sähkökenttä ja magneettikenttä eivät ole sama asia. Vaikka sähkö ja magnetismi ovat eri ilmiöitä, ne kytkeytyvät toisiinsa.

Kuten sähkökentällä, myös magneettikentällä on suunta. Magneettikenttää kuvataan kenttäviivoilla, jotka osoittavat magneettikentän suuntaa ja voimakkuutta. **Magneettikentän kenttäviivat ovat aina sulkeutuvia käyriä.** Sauvamagneetin ulkopuolella magneettikentän suunta on pohjoiskohtiosta eteläkohtioon kenttäviivoja pitkin. Magneetin sisällä suunta on vastaavasti eteläkohtiosta pohjoiskohtioon. Sauvamagneetin kenttää sanotaan myös **dipolikentäksi**.

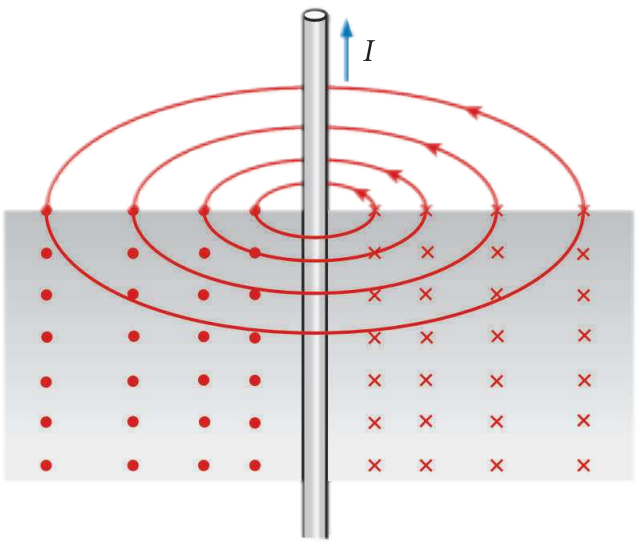
Siellä missä magneettikentän kenttäviivat ovat tiheässä, kenttä on voimakkaampi kuin siellä, missä viivat ovat harvemmassa. Kentällä ei voi olla yhdessä pisteessä kuin yksi suunta, joten kenttäviivat eivät voi leikata toisiaan.

Kuvassa kompassineulat osoittavat magneettikentän suunnan.



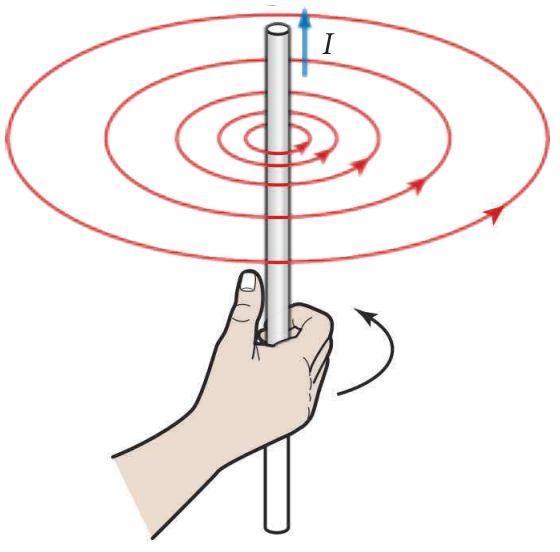
Kestomagneettien samannimiset kohtiot hylkivät toisiaan. Kestomagneettien erinimiset kohtiot vetävät toisiaan puoleensa, jolloin kenttäviivat kulkevat magneetista toiseen.

Kompassineula kääntyy poikittain virtajohtimeen nähden, kun johtimessa on riittävän suuri sähkövirta.



Suorassa virtajohtimessa oleva sähkövirta synnyttää magneettikentän, jonka kenttäviivat ovat ympyröitä.

Suoran virtajohtimen oikean käden sääntö



Kun johtimeen tartutaan oikealla kädellä niin, että peukalo osoittaa sähkövirran suunnan, muut sormet osoittavat magneettikentän suunnan.

Sähkövirta aiheuttaa sähkömagneetin magneettikentän

Kestomagneettien lisäksi on olemassa **sähkömagneetteja**. Sähköiset ja magneettiset ilmiöt liittyvät monin tavoin toisiinsa. Tanskalainen Hans Cristian Ørstedt havaitsi sattumalta vuonna 1820, että sähköjohdin vaikuttaa magneettiin. Tarinan mukaan Ørstedt laittoi virtajohtimen kompassineulan päälle. Ørstedtin ja yleisön hämmästykseksi kompassineula liikahti, kun johtimeen kytkettiin sähkövirta.

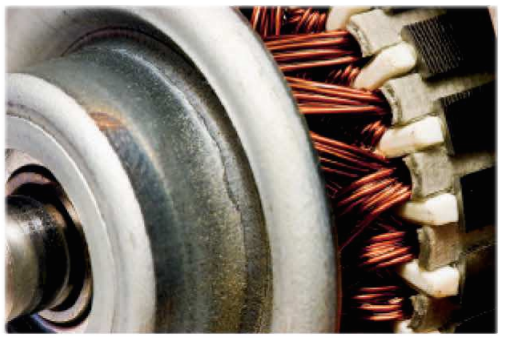
Ørstedt havaitsi sähkövirran ja magneetin välisen vuorovaikutuksen. Koska sähköjohtimen lähellä olevan magneetin asento muuttui, kun johtimeen kytkettiin sähkövirta, sähköjohtimen ympärillä täytyi olla magneettikenttä.

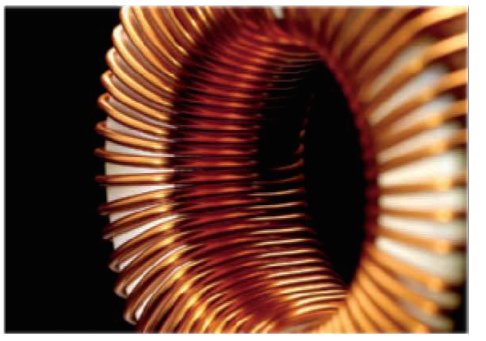
Osoittautui, että magneettikenttä heikkenee kääntäen verrannollisesti johtimesta mitattuun etäisyyteen ja että kenttäviivat ovat ympyröitä, jotka kiertävät johdinta sitä vastaan kohtisuorassa tasossa.

Sähköjohtimen magneettikentän suunta saadaan **suoran virtajohtimen oikean käden säännöllä**. Kun johtimeen tartutaan oikealla kädellä niin, että peukalo osoittaa sähkövirran suuntaan, muut sormet osoittavat kenttäviivojen suuntaan. Katsojaa kohti suuntautuvia kenttäviivoja kuvataan pisteillä ja poispäin suuntautuvia kenttäviivoja risteillä. Tämä vastaa mielikuvaa näkyvissä olevista kenttävektorinuolten kärjistä ja -pyrstöistä.

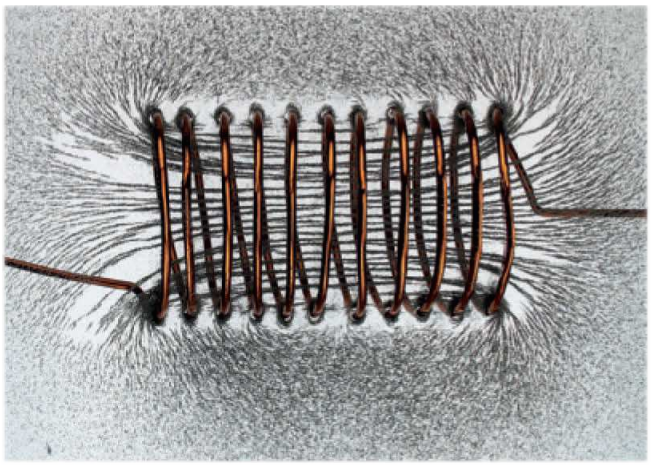
Käämi muodostuu useasta johdinsilmukasta

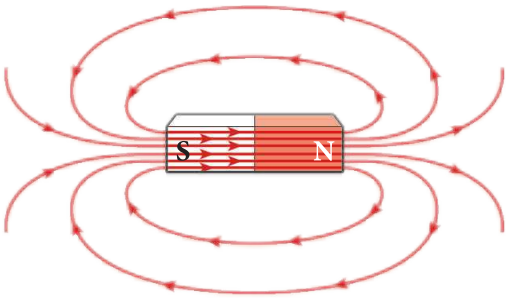
Kun virtajohdin kierretään lenkille, saadaan silmukka. Virtajohdinsilmukkaa, jossa on sähkövirta, kutsutaan usein lyhyesti virtasilmukaksi. Sähköistä komponenttia, jossa virtajohtimesta on kierretty samaan suuntaan useita silmukoita, sanotaan **käämiksi** tai **kelaksi**. Pitkästä suorasta käämistä käytetään myös nimitystä **solenoidi**. Johdinsilmukan ja käämin magneettikentät muistuttavat kestomagneetin magneettikenttää.



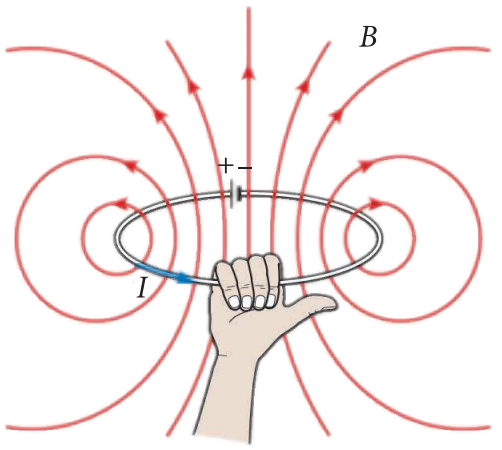


Käämiin on kierretty useita johdinsilmukoita.



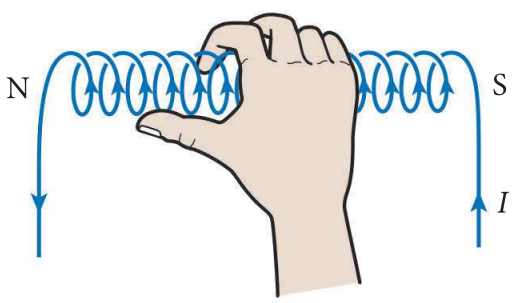


Käämin magneettikenttä muistuttaa sauvamagneetin magneettikenttää.



Johdinsilmukka, jossa on sähkövirta, synnyttää magneettikentän. Kenttäviivat ovat kohtisuorassa silmukan tasoa vastaan.

Käämin oikean käden sääntö



Kun käämistä tartutaan oikealla kädellä niin, että sormet osoittavat käämissä olevan sähkövirran suunnan, peukalo osoittaa käämin synnyttämän magneettikentän suunnan (N-kohtion paikan) käämin sisällä.

Johdinsilmukan ja käämin magneettikenttä

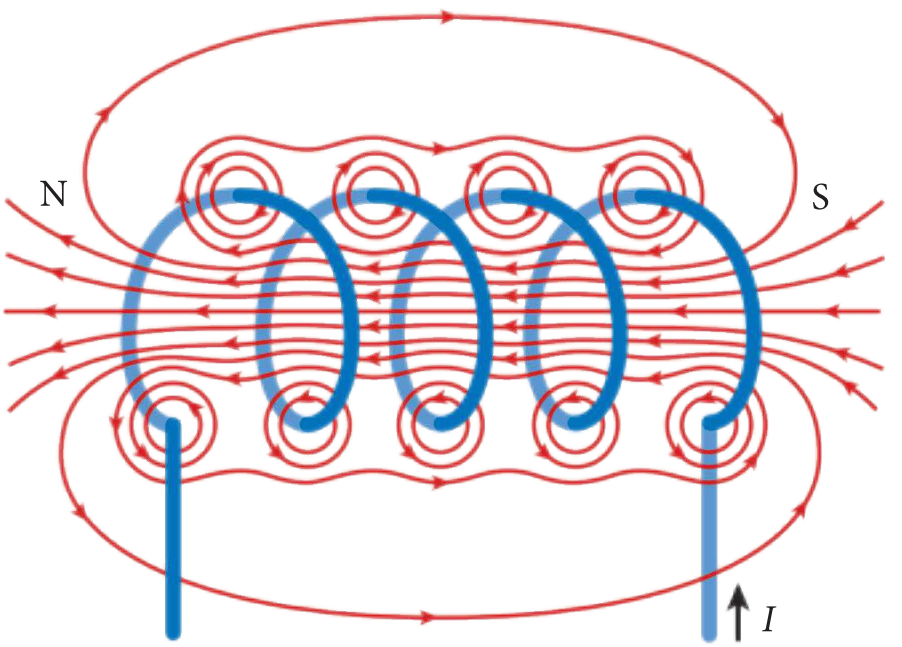
Johdinsilmukan magneettikentän suunta voidaan päätellä suoran virtajohtimen oikean käden säännön avulla. Tartutaan muutamasta silmukan kohdasta kiinni niin, että peukalo osoittaa sähkövirran suunnan, jolloin muut sormet osoittavat magneettikentän suunnan.

Havaitaan, että johtimen jokaisen kohdan aiheuttama magneettikenttä on silmukan sisällä samaan suuntaan. Kokonaismagneettikenttä on johtimen osien muodostamien kenttien summakenttä, joten magneettikenttä on silmukan sisällä voimakkaampi kuin suoran johtimen magneettikenttä. Johdinsilmukan sisällä magneettikentän kenttäviivat ovat kohtisuorassa silmukan tasoa vastaan.

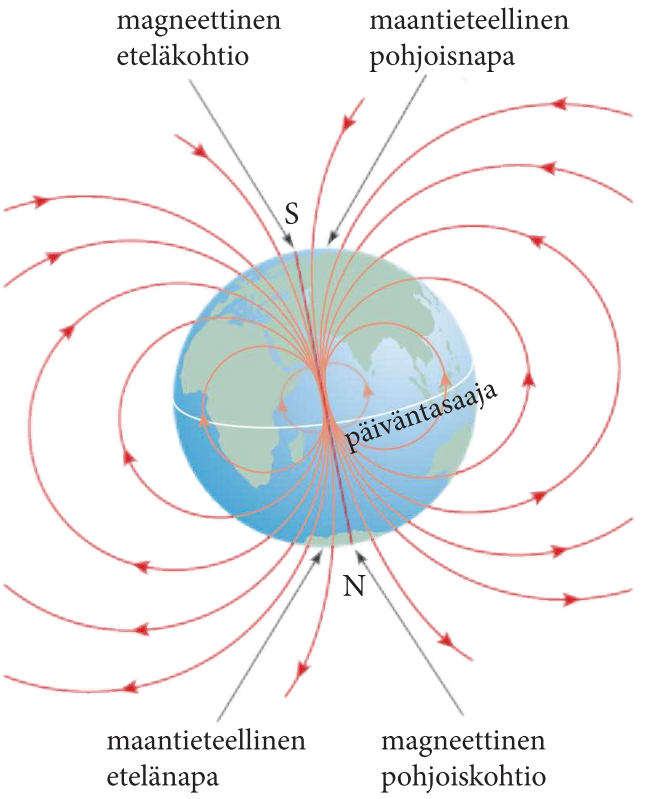
Käämissä, jossa on useita johdinsilmukoita, magneettikenttä on yksittäisten silmukoiden magneettikenttien summakenttä. Käämin sisällä magneettikenttä on likimain homogeeninen, eli se on joka kohdassa suunnilleen yhtä voimakas ja samansuuntainen.

Käämin synnyttämän magneettikentän suunta voidaan päätellä joko suoran virtajohtimen oikean käden säännön avulla tai **käämin oikean käden säännön avulla**: kun käämistä pidetään kiinni oikealla kädellä niin, että sormet osoittavat sähkövirran suunnan, peukalo osoittaa käämin sisällä olevan magneettikentän suunnan.

Käämin napaisuus (S – N) päätellään magneettikentän suunnan perusteella. Käämin pohjoiskohtiosta magneettikentän kenttäviivat tulevat ulos käämin sisältä. Napaisuus vaihtuu, jos sähkövirran suunta vaihtuu.



Käämin magneettikenttä on käämin silmukoiden magneettikenttien summakenttä.

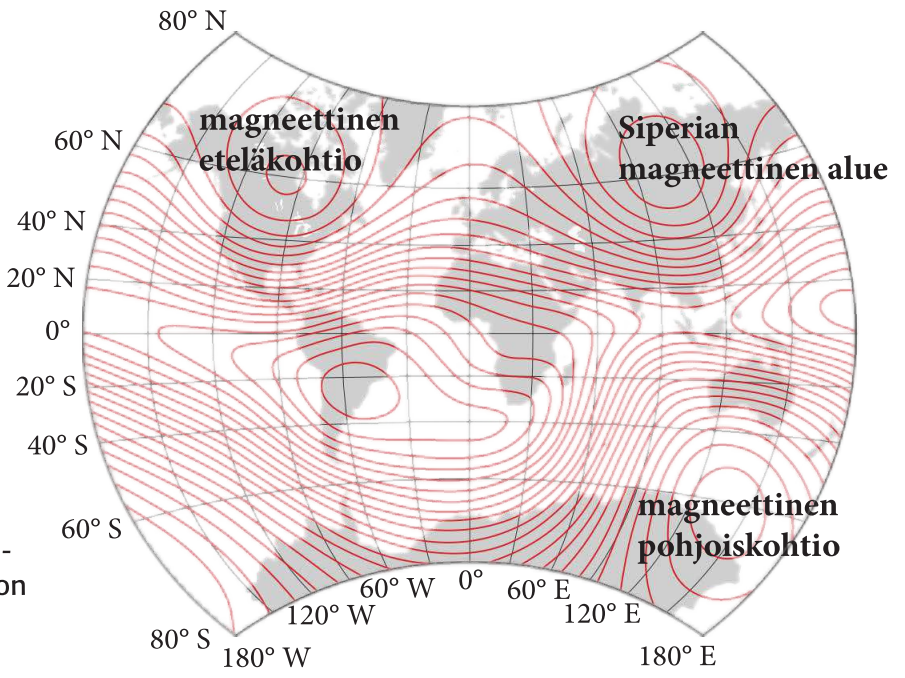


Maan magneettikenttä voidaan yksinkertaistaen kuvata sauvamagneetin dipolikentän avulla.

Maan magneettikenttä on muodoltaan samanlainen kuin sauvamagneetin kenttä

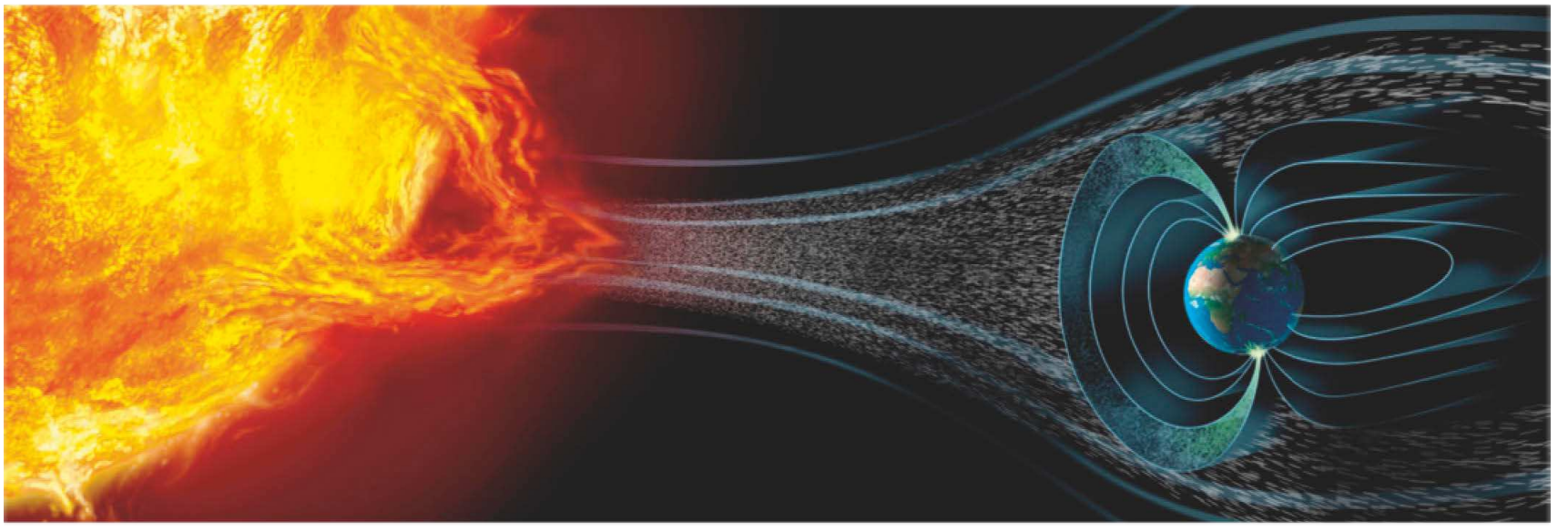
Maan magneettikenttä on samankaltainen kuin jättiläismäisen sauvamagneetin magneettikenttä. Sen eteläkohtio sijaitsisi Pohjoisella jäämerellä lähellä Pohjois-Kanadaa ja pohjoiskohtio Australian eteläpuolella Antarktiksen jäätikön reunalla. Maan magneettiset kohtiot vaeltavat maanpinnan suhteen kaiken aikaa. Pohjois-Kanadassa oleva magneettinen eteläkohtio liikkuu kohti maantieteellistä pohjoisnapaa noin 10…20 kilometriä vuodessa.

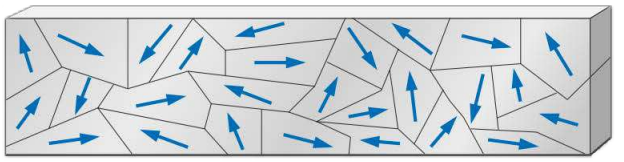
Koska kompassineulan pohjoiskohtio osoittaa pohjoiseen, Maan magneettinen eteläkohtio on pohjoisella napa-alueella ja Maan magneettinen pohjoiskohtio on eteläisellä napa-alueella. Tästä syntyy usein epäselvyyksiä, sillä maamagneetin pohjoisella pallonpuoliskolla olevaa kohtiota sanotaan muun muassa maantieteessä magneettiseksi pohjoisnavaksi.



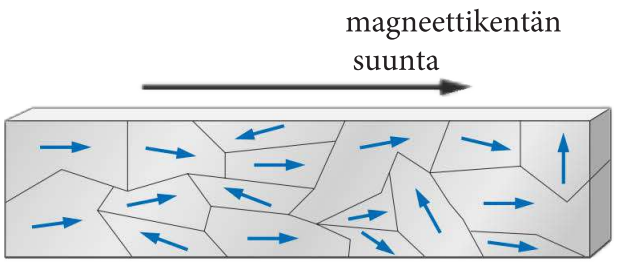
Maan magneettikentän tasa-arvokäyriä. Suomen alueella kompassineulan suuntaan vaikuttaa magneettisen eteläkohtion lisäksi Siperiassa oleva voimakas magneettinen alue, joka näkyy kuvassa.

Auringosta lähtevää varattujen hiukkasten virtaa sanotaan aurinkotuuleksi. Aurinkotuuli koostuu pääsiassa protoneista ja elektroneista. Aurinkotuuli muotoilee Maan magneettikenttää niin, että se on Auringon puolella painunut kohti Maata ja yöpuolella sillä on pitkä pyrstö.





Ferromagneettinen aine sisältää pysyvästi ”magneettisten” atomien muodostamia alkeisalueita. Kappale ei ole magneettinen, koska alkeisalueiden magneettikentän järjestys on satunnainen.



Alkeisalueet ovat kääntyneet osittain tai kokonaan ulkoisen magneettikentän suuntaisiksi, jolloin ferromagneettinen aine on magnetoitunut.

Rauta on ferromagneettinen aine

Magneetti vetää puoleensa rautakappaletta, koska rautakappale muuttuu magneettikentässä magneetiksi eli **magnetoituu**. Rauta on ferromagneettinen aine.

Raudasta tehtyjä kappaleita voidaan magnetoida sivelemällä niitä samansuuntaisin vedoin voimakkaalla kestomagneetilla. Myös nikkeli, koboltti ja näitä harvinaisempi gadolinium magnetoituvat, mutta esimerkiksi alumiini ei magnetoidu.

Ferromagneettiset aineet vahvistavat voimakkaasti ulkoista magneettikenttää. Ferromagneettisen aineen magnetoituminen voidaan selittää niin sanottujen **alkeisalueiden** avulla. Magneettisen alkeisalueen sisällä magneettikentän suunta on kaikkialla sama. Kun alkeisalueiden magnetoitumissuunnat osoittavat tasaisesti kaikkiin suuntiin, ferromagneettinen aine ei ole ulospäin magneettinen. Alkeisalueiden läpimitta on suuruusluokkaa 0,1 mm.

Ulkoinen magneettikenttä kääntää magneettisia alkeisalueita samansuuntaisiksi, jolloin ulkoisen kentän suuntaisten alkeisalueiden koko kasvaa. Kun ulkoista kenttää edelleen kasvatetaan, niin lopulta lähes kaikkien alkeisalueiden magnetoitumissuunta on sama kuin ulkoisen magneettikentän suunta. On tapahtunut **magnetoituman kyllästyminen**.

Aineiden luokittelu magneettisuuden mukaan

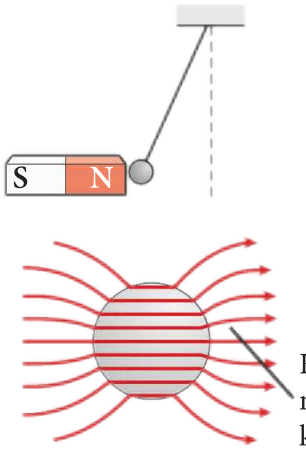
Aineet ryhmitellään kolmeen luokkaan sen mukaan, miten ne muuttavat ulkoista magneettikenttää.

Ferromagneettiset aineet magnetoituvat voimakkaasti ja voivat muodostaa pysyviä magneetteja. Ne vahvistavat ulkoista magneettikenttää voimakkaasti. Kuvassa tämä huomataan siitä, että kenttäviivat ovat tiheämmässä rautapallon sisällä kuin ulkopuolella.

Paramagneettiset aineet magnetoituvat heikosti ja vahvistavat ulkoista magneettikenttää vain hieman.

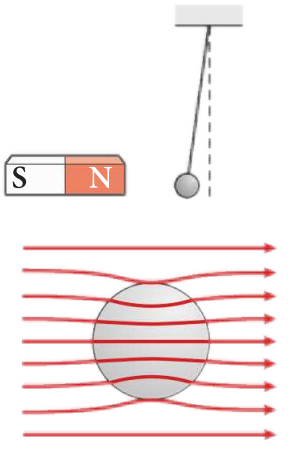
Diamagneettiset aineet magnetoituvat heikosti ja heikentävät ulkoista magneettikenttää hieman. Diamagneettisen aineen sisällä kenttäviivat ovat harvemmassa kuin ulkopuolella.

Ferromagneettinen aine

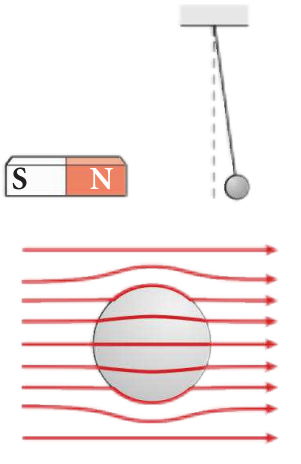


Kestomagneetin aiheuttama ulkoinen magneettikenttä.

Paramagneettinen aine



Diamagneettinen aine

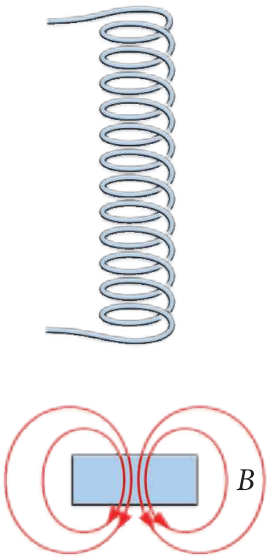


Esimerkki 1 — Magneettikentän suunta

Kun käämissä on sähkövirta, rautakappaleeseen syntyy kuvan mukainen magneettikenttä.

a) Missä rautakappaleen ja käämin magneettiset pohjois- ja eteläkohtiot ovat?

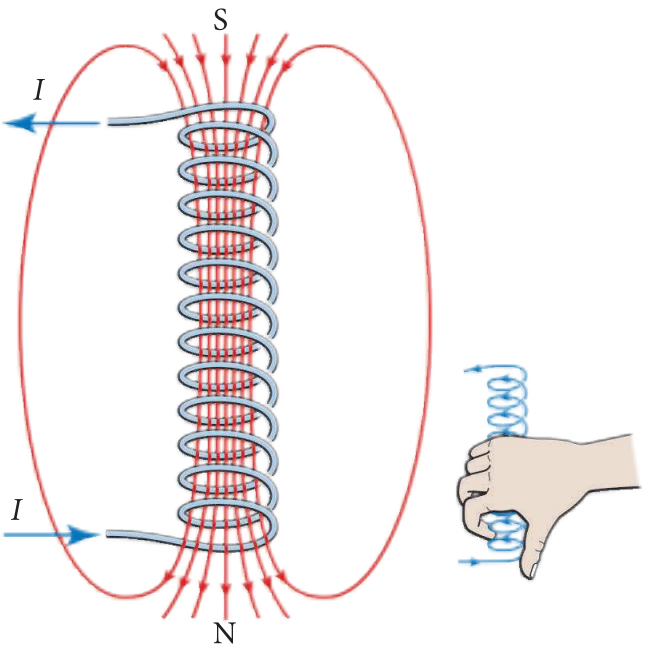
b) Minkä suuntainen sähkövirta käämissä on?

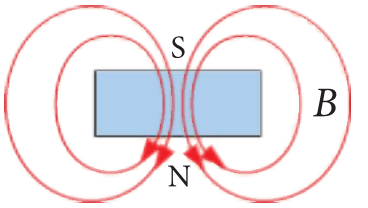


Ratkaisu

a) Kuvassa rautakappaleen magneettikenttä on ylhäältä alaspäin. Siten rautakappaleessa magneettikentän S-kohtio on kappaleen yläpinnassa ja N-kohtio alapinnassa.

Käämin magneettinen pohjoiskohtio on käämin alaosassa ja magneettinen eteläkohtio käämin yläosassa. Käämin sisällä magneettikenttä on ylhäältä alaspäin.





b) Käämin oikean käden säännön avulla saadaan käämissä olevan sähkövirran suunta. Tartutaan käämiin niin, että peukalo osoittaa alaspäin, sormet kertovat käämissä olevan sähkövirran suunnan. Sähkövirta on merkitty kuvaan.

Vastaus

a) Sekä käämin että rautakappaleen yläosassa on S-kohtio ja alaosassa on N-kohtio.

b) Sähkövirta käämissä on vastapäivään.

Tiivistelmä

- Magneetti voi olla kestomagneetti tai sähkömagneetti.
- Magneettien samannimiset kohtiot hylkivät toisiaan ja erinimiset vetävät toisiaan puoleensa.
- Magneetin ympärillä on magneettikenttä.
- Magneetin ulkopuolella magneettikentän suunta on pohjoiskohtiosta eteläkohtioon.
- Suoran virtajohtimen ja käämin magneettikentän suunta saadaan oikean käden säännöllä.

Perustehtävät

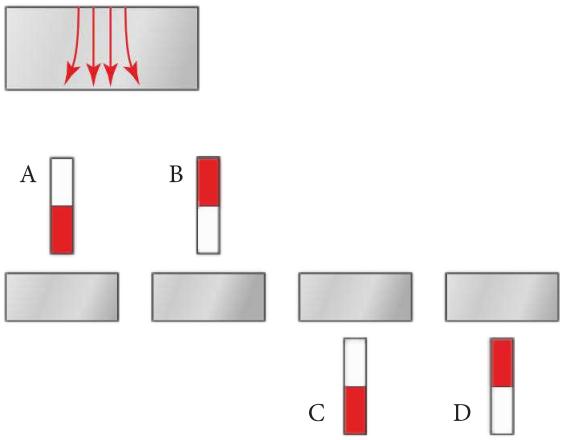
1. **a)** Millaisten aineiden kanssa kestomagneetti vuorovaikuttaa?

b) Anna esimerkkejä aineista, jotka magnetoituvat ja aineista, jotka eivät magnetoidu.

c) Miten saadaan selville, kumpi kestomagneetin pää on pohjoiskohtio?

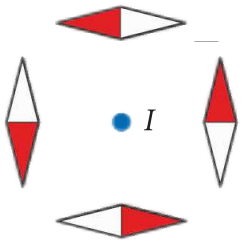
2. **a)** Missä tilanteessa A, B, C ja D rautakappaleessa on kuvan tapainen magneettikenttä?

b) Missä rautakappaleen magneettiset pohjois- ja eteläkohtiot ovat? Esim. 1

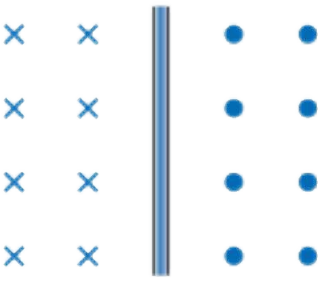


3. Mikä on sähkövirran suunta johtimessa? Esim. 1

a)



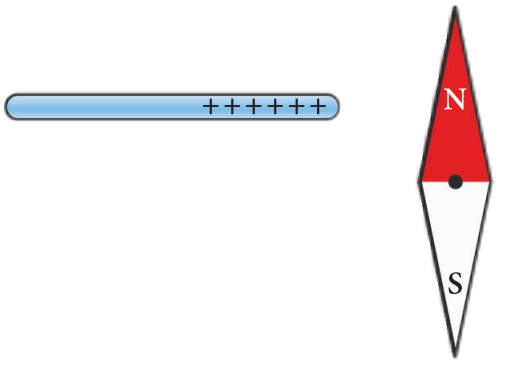
b)



4. **a)** Miksi rautanaulat pysyvät kuvan osoittamalla tavalla?

b) Miksi kuvan ylempi kestomagneetti leijuu ilmassa?

5. Pohdi, miten kompassineula käyttäytyy, kun positiivisesti varattu lasisauva on sen lähellä.



6. Pöydällä on kolme täsmälleen samanväriseksi maalattua sauvaa. Yksi on kuparia, yksi magnetoimatonta rautaa ja yksi kestomagneetti. Miten sauvat pystytään tunnistamaan?

7. **a)** Miten sähkökentät ja magneettikentät eroavat toisistaan? Selvitä asiaa piirrosten avulla.

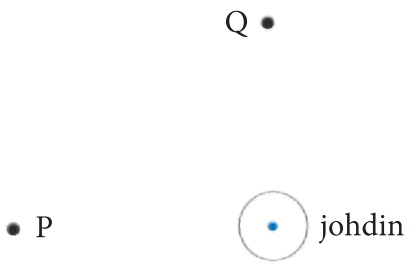
b) Mitä magneettikentän ominaisuuksia voidaan esittää kenttäviivaesityksen avulla?

8. **a)** Miten rautanaula voidaan magnetoida?

b) Miten rautanaulasta voidaan poistaa magneettisuus?

Soveltavat tehtävät

9. Johtimen sähkövirta on kohtisuoraan ylöspäin paperin tasosta. Pisteet P ja Q ovat yhtä etäällä johtimesta. Valitse seuraavista väitteistä vaihtoehto, joka kuvaa oikein magneettikentän suunnan.

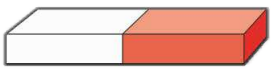


	Pisteessä P	Pisteessä Q
A	⊗	⊗
B	⊙	⊙
C	↑	→
D	←	↑
E	→	↓
F	↓	←

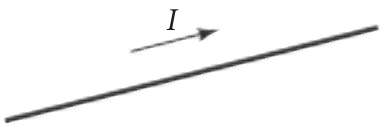
10. Miten voidaan päätellä
- **a)** suoran virtajohtimen magneettikentän suunta?
- **b)** käämin magneettisen pohjoiskohtion sijainti?
- **c)** Miten käämin magneettikentän suunta voidaan päätellä suoran virtajohtimen oikean käden säännön avulla?

11. Piirrä kuvat vihkoon ja hahmottele magneettikentän kenttäviivaesitys seuraavissa tilanteissa.

a) sauvamagneetti

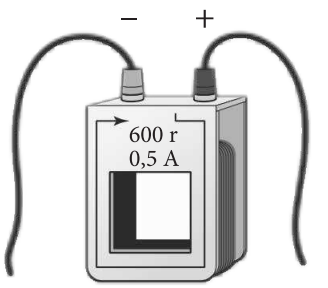


b) suora virtajohdin



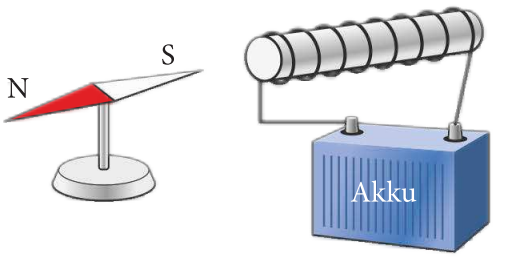
c) käämi

12. Käämin päätyyn on piirretty käämilangan kiertosuunta.



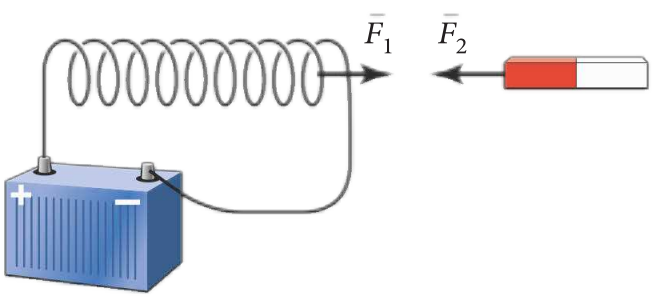
- **a)** Millainen magneettikenttä käämiin muodostuu? Miten päättelet sen?
- **b)** Mitkä tekijät määräävät sähkömagneetin magneettikentän voimakkuuden?

13. **a)** Mikä suunta sähkövirralla on virtapiirissä?
b) Mikä akun napaisuus on?

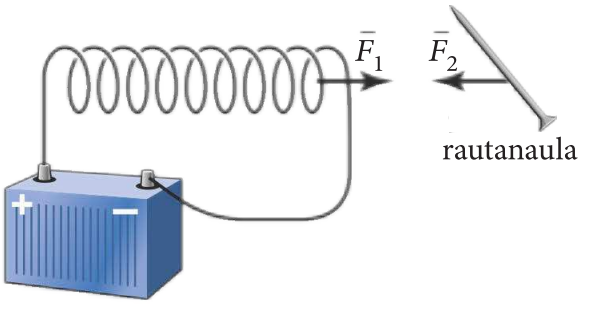


14. Perustele, mitkä seuraavista kuvista ovat mahdollisia. Jos jokin tilanne ei ole mahdollinen, korjaa se.

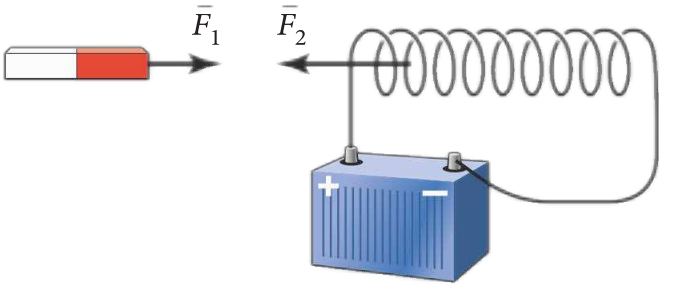
a)



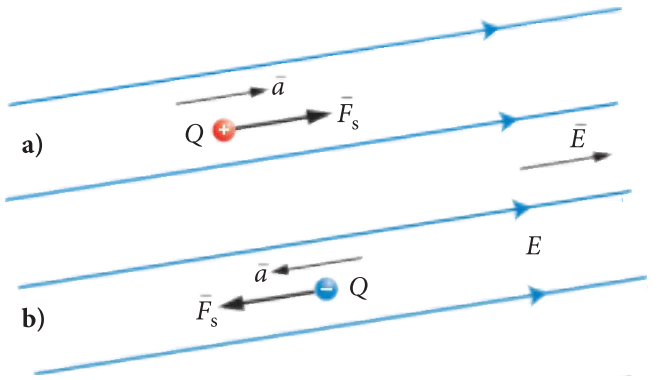
b)



c)



2 Varattu hiukkanen sähkökentässä



Positiivisesti varattuun hiukkaseen vaikuttava voima on samansuuntainen kuin sähkökentän voimakkuus (kuva a) ja negatiivisesti varattuun hiukkaseen vaikuttava voima on sähkökentän voimakkuudelle vastakkaissuuntainen (kuva b). Varattu hiukkanen joutuu sähkökentässä kiihtyvään liikkeeseen. Kiihtyvyyden suunta on sähkökentän varattuun hiukkaseen kohdistaman voiman suunta.

Varatun hiukkasen kiihtyvyys sähkökentässä
Varatulla hiukkasella on homogeenisessa sähkökentässä vakiokiihtyvyys.
Hiukkasen kiihtyvyys saadaan dynamiikan peruslaista $\sum\bar{F} = m\bar{a}$, kun hiukkaseen vaikuttaa sähkökentän aiheuttama voima, jonka suuruus on $F_S = QE$, jossa

m on hiukkasen massa,
Q on hiukkasen varauksen suuruus ja
E on sähkökentän voimakkuuden suuruus.

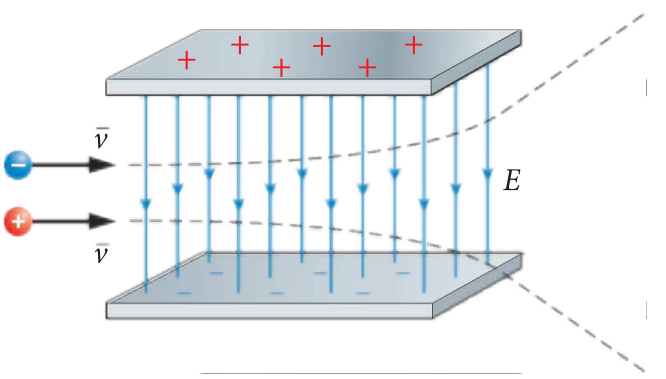
Varatun hiukkasen liike homogeenisessa sähkökentässä

Vinosti ilmaan heitetty kivi lentää kaarevaa rataa, joka on muodoltaan lähes paraabeli. Jos ilmanvastus on hyvin pieni, ainoa kiveen merkittävästi vaikuttava voima on alaspäin suuntautuva paino. Paino kaareuttaa kiven lentorataa. Seuraavaksi tarkastellaan tilanteita, joissa varattu hiukkanen liikkuu sähkökentässä. Jos sähkökenttä on homogeeninen, varatun hiukkasen liikettä voidaan verrata heittoliikkeeseen. Tällä liikkeellä on myös monia käytännön sovelluksia.

Gravitaatiovuorovaikutuksessa kappaleeseen kohdistuva voima on aina gravitaatiokentän suuntainen. Sähköisessä vuorovaikutuksessa **positiivisesti varattuun hiukkaseen kohdistuu sähkökentän suuntainen ja negatiivisesti varattuun hiukkaseen sähkökentän suunnalle vastakkainen voima.**

Homogeenisessa sähkökentässä sähkökentän voimakkuuden suunta ja suuruus on kaikissa pisteissä sama, jolloin myös varattuun hiukkaseen kohdistuva voima on kaikissa pisteissä vakio eli voiman suunta ja suuruus eivät muutu.

Dynamiikan peruslain mukaan hiukkasen liikeyhtälö on $\sum\bar{F} = m\bar{a}$. Sähkökentässä varattuun hiukkaseen vaikuttaa sähköinen voima, jonka suuruus on $F_s = QE$. Q on hiukkasen varauksen suuruus ja E sähkökentän voimakkuuden suuruus. Jos tämä on ainoa hiukkaseen vaikuttava voima, varatun hiukkasen liikeyhtälö saa muodon $QE = ma$, josta saadaan hiukkasen kiihtyvyyden suuruus $a = \frac{QE}{m}$.



Kun varattu hiukkanen tulee kohtisuorassa homogeeniseen sähkökenttään, positiivisesti ja negatiivisesti varatun hiukkasen radat kaartuvat vastakkaisiin suuntiin.

Hiukkaskiihdyttimessä varattujen hiukkasten nopeutta lisätään sähkökentän avulla. Hiukkaskiihdytintä, jossa hiukkasia kiihdytetään suoraviivaisesti, sanotaan lineaarikiihdyttimeksi.

Sähköisen voiman tekemä työ
Sähköisen voiman tekemä kiihdytystyö $W = QU$ ja jarrutustyö $W = -QU$, jossa

Q on hiukkasen varauksen suuruus ja
U on kiihdyttävä jännite.

Työperiaate sähkökentässä
Jos sähkökenttä on homogeeninen eikä varattuun hiukkaseen vaikuta muita voimia, pätee

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = QU,$$

jossa
v_0 ja v ovat hiukkasen alku- ja loppunopeuksien suuruuksia,
U on kiihdytysjännite,
Q on hiukkasen varauksen suuruus ja
m on hiukkasen massa.

Työperiaatteen soveltaminen sähkökentässä

Sekä fysiikan tutkimuksessa että arkiympäristössämme on laitteita, joissa varattuja hiukkasia kiihdytetään sähkökentän avulla. Tällaisia laitteita ovat muun muassa suuret hiukkaskiihdyttimet, televisioiden ja tietokoneiden perinteiset kuvaputket sekä röntgenputket.

Sähköisen voiman suuruus on $F_s = QE$, joten sen tekemä työ homogeenisessa sähkökentässä on

$$W = F_s \Delta x = QE\Delta x,$$

jossa Q on hiukkasen varauksen suuruus ja Δx on hiukkasen sähkökentän suunnassa etenemä matka ja E on sähkökentän voimakkuuden suuruus. Koska homogeenisessa sähkökentässä **kiihdytysjännite** on

$$U = E\Delta x,$$

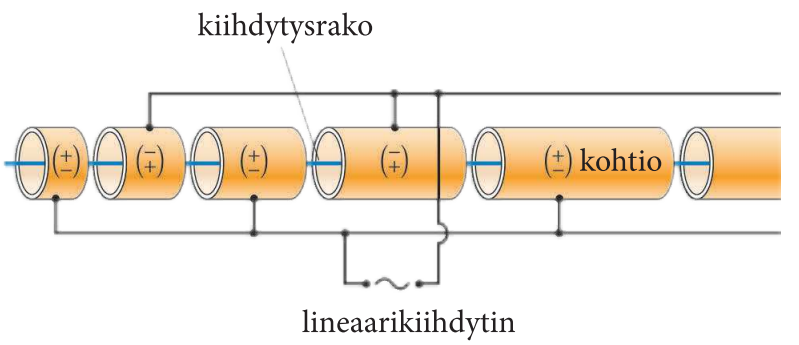
työ voidaan ilmaista myös jännitteen avulla

$$W = QU.$$

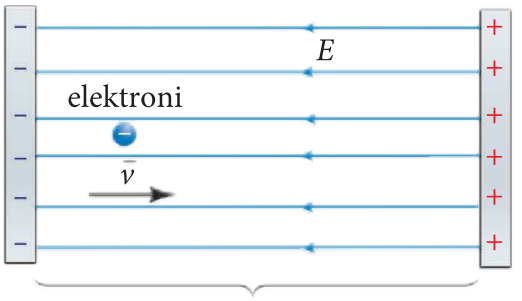
Työperiaatteen mukaan voiman tekemä työ on yhtä suuri kuin hiukkasen liike-energian muutos. Siten sähkökentässä olevan hiukkasen liike-energia muuttuu sähköisen voiman tekemän työn verran

$$\Delta E_k = W, \text{ eli } \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = QU.$$

Tulos pätee myös sähkökenttään, joka ei ole homogeeninen. Varatun hiukkasen liike-energia kasvaa sähköisen voiman tekemän työn verran, kun siihen vaikuttaa ainoastaan liikkeen suuntainen sähköinen voima.



Kaaviokuva lineaarikiihdyttimestä. Peräkkäisten putkien varaus on erimerkkinen, jolloin hiukkanen kiihtyy putkien välisessä raossa. Koska hiukkasen vauhti kasvaa, jokaisen putken pitää olla edellistä pitempi.



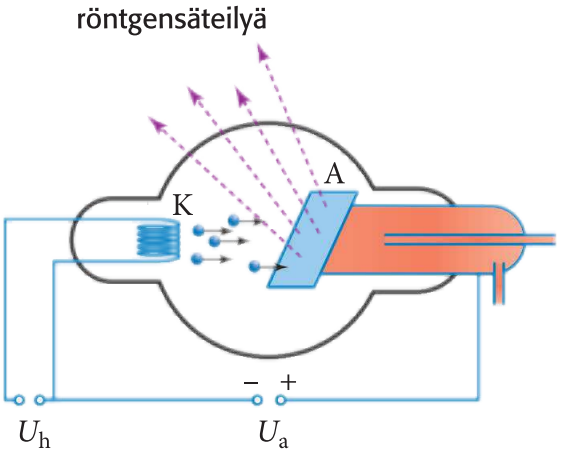
$\Delta V = U = 1\ \text{V}$

Elektronivoltti
Elektronin liike-energia muuttuu yhden elektronivoltin verran, kun se ylittää tyhjiössä yhden voltin suuruisen potentiaalieron.
Energian yksikkö elektronivoltti

$1\ \text{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$

Yksikkötarkastelu

$$1\ \text{CV} = 1\ \text{AsV} = 1\ \text{As}\frac{\text{W}}{\text{A}} = 1\ \text{Ws} = 1\ \text{J}$$



Röntgenputkissa negatiivista kohtiota eli katodia K lämmitetään, jolloin siitä irtoaa elektroneja. Ne kiihtyvät katodin ja positiivisen kohtion eli anodin A välisessä sähkökentässä. Kun elektronit osuvat anodiin, niiden energia vapautuu röntgensäteilyn energiaksi ja anodin lämpöenergiaksi.

Elektronivoltti on energian yksikkö

Kun elektronia kiihdytetään sähkökentässä, elektroni saa liike-energian $E_k = Q_e U$, jossa U on levyjen välinen jännite eli niin sanottu **kiihdytysjännite** ja Q_e elektronin varaus.

Energian yksikkönä voidaan käyttää **elektronivolttia**, 1 eV. Sitä käytetään erityisesti hiukkasfysiikassa ja muussa atomitason fysiikassa. Elektronivoltti on määritelty siten, että se on yhtä suuri kuin energia, jonka elektroni saa, kun se ylittää yhden voltin jännitteen. Elektronin varauksen (Q_e) suuruus on yksi alkeisvaraus $1\ \text{e} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C, joten yhden voltin jännitteellä kiihdytetty elektroni saa liike-energian

$$E_k = Q_e U = 1\ \text{e} \cdot 1\ \text{V} = 1\ \text{eV}.$$

Energian yksikkö elektronivoltti jouleina on

$$1\ \text{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1\ \text{V}$$
$$= 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

Kimalaisen massa on noin 0,50 g. Jos oletetaan kimalaisen vauhdiksi 4,5 m/s, niin sen liike-energia on $5{,}06 \cdot 10^{-3}\ \text{J} \approx 3{,}16 \cdot 10^{16}$ eV. Energian yksikkönä elektronivoltti on pieni mutta käyttökelpoinen hiukkasfysiikassa.

Esimerkki 1 — Elektronin kiihtyvyys sähkökentässä

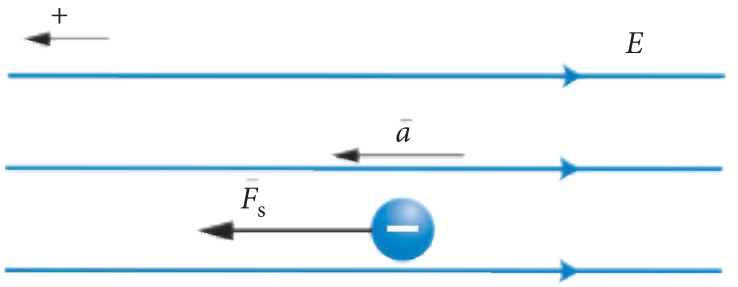
Mikä on elektronin kiihtyvyys sähkökentässä, jonka sähkökentän voimakkuuden suuruus on 3,5 $\frac{\text{kN}}{\text{C}}$?

Ratkaisu

$E = 3{,}5\ \text{kN/C}, \quad Q = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C}, \quad m = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}, \quad a = ?$

Elektronin massa on niin pieni, että paino voidaan jättää tässä tapauksessa huomioimatta. Ainoa elektroniin merkittävästi vaikuttava voima on sähkökentästä aiheutuva sähköinen voima, jonka suuruus on

$$F_s = QE.$$



Dynamiikan peruslain mukaan elektronin liikeyhtälö on

$$\sum \bar{F} = m\bar{a},$$

joten liikeyhtälö skalaarimuodossa on

$$QE = ma.$$

Ratkaistaan elektronin kiihtyvyyden suuruus ja sijoitetaan tunnetut arvot

$$a = \frac{QE}{m}$$

$$= \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{C} \cdot 3{,}5 \cdot 10^{3}\ \frac{\text{N}}{\text{C}}}{9{,}109 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}$$

$$= 6{,}1555 \cdot 10^{14}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 6{,}2 \cdot 10^{14}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Koska elektronin varaus on negatiivinen, kiihtyvyys suuntautuu sähkökentän voimakkuutta vastaan.

Vastaus

Elektronin kiihtyvyyden suuruus on $6{,}2 \cdot 10^{14}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ja sen suunta on sähkökentän voimakkuutta vastaan.

Huomaa!

Kiihtyvyyden lauseke $a = \frac{QE}{m}$ ei ole peruslaki, joten se pitää johtaa tehtävän ratkaisussa.

Yksikkötarkastelu

$$1\,\frac{\text{C}\,\frac{\text{N}}{\text{C}}}{\text{kg}} = 1\,\frac{\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}}{\text{kg}} = 1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Huomaa!

Koska kysytään kiihtyvyyttä, myös suunta on kerrottava.

Esimerkki 2 — Varatun hiukkasen liike sähkökentässä

Elektroni, jonka nopeus on $3{,}34 \cdot 10^7$ m/s, osuu kohtisuorasti levykondensaattorin sähkökenttään. Levyjen pituus on 2,00 cm, ja sähkökentän voimakkuuden suuruus levyjen välissä on $5{,}00 \cdot 10^4$ N/C ja suunta alaspäin.
Kuinka paljon poikkeaa elektronin
a) kulkusuunta
b) poistumiskohta
levyjen välistä verrattuna tilanteeseen, jossa levyjen välissä ei ole sähkökenttää?

Huomaa!

Tasaisen liikkeen malli
$v =$ vakio
$x = vt$

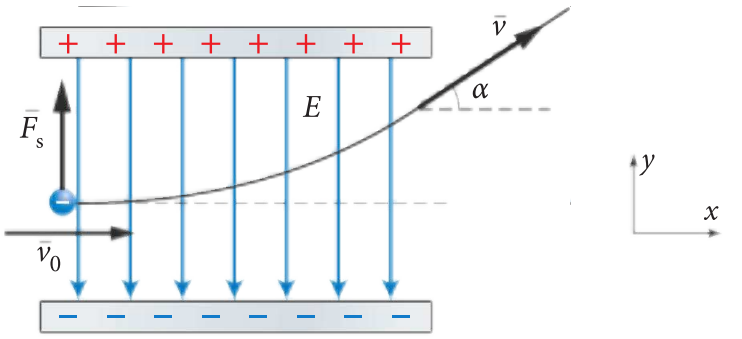
Tasaisesti kiihtyvän liikkeen malli
$a =$ vakio
$v = v_0 + at$
$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$

Ratkaisu

$E = 5{,}00 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$, $Q = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C, $m = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg,

$v = 3{,}34 \cdot 10^7$ m/s, $l = 2{,}00$ cm, $\alpha = ?$, $y = ?$

a) Elektroni tulee kohtisuoraan sähkökenttään. Elektronin massa on niin pieni, että painoa ei tarvitse huomioida. Myös vastusvoimat ovat merkityksettömiä.



Poistumissuunta on laskettava loppunopeuden komponenttien avulla. x-akselin suunnassa elektronien liike ei muutu, koska sähköinen voima on kaikkialla levyjen välissä pystysuuntainen. Elektronien nopeuden x-komponentti pysyy liikkeen aikana samana (tasainen liike), mutta nopeuden y-komponentti kasvaa tasaisesti (tasaisesti kiihtyvä liike).

Elektroneihin vaikuttava sähköinen voima $\bar{F}_s$ kaareuttaa elektronien rataa. Dynamiikan peruslain $\sum \bar{F} = m\bar{a}$ mukaan voidaan laskea elektronien kiihtyvyys.

Koska ainoa elektroneihin vaikuttava voima on y-akselin suuntainen sähköinen voima $\bar{F}_s = Q\bar{E}$, saadaan skalaarimuodossa

$$QE = ma_y.$$

Ratkaistaan kiihtyvyyden suuruus

$$a_y = \frac{QE}{m}$$
$$= \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{C} \cdot 5{,}00 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{9{,}109 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}}$$
$$= 8{,}7935 \cdot 10^{15} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

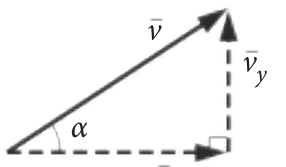
x-akselin suuntainen liike on tasaista nopeudella $\bar{v}_x = \bar{v}_0$, joten tasaisen liikkeen mallin $l = v_x t$ avulla saadaan aika, jonka elektroni viipyy levyjen välissä

$$t = \frac{l}{v_x}$$
$$= \frac{2{,}00 \cdot 10^{-2}\,\text{m}}{3{,}34 \cdot 10^{7}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5{,}9880 \cdot 10^{-10}\,\text{s}.$$

Liike y-akselin suunnassa on tasaisesti kiihtyvää, joten nopeuden pystykomponentin suuruus suihkun poistuessa levyjen välistä on

$$v_y = a_y t$$
$$= 8{,}7935 \cdot 10^{15}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5{,}9880 \cdot 10^{-10}\,\text{s}$$
$$= 5{,}2655 \cdot 10^{6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Suihkun suunnanmuutos saadaan nyt nopeuden komponenttien avulla.



$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x}$$
$$= \frac{5{,}2655 \cdot 10^{6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3{,}34 \cdot 10^{7}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0{,}15765$$
$$\alpha = 8{,}9589^\circ \approx 8{,}96^\circ.$$

b) y-akselin suunnassa liike on tasaisesti kiihtyvää, joten poikkeama

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2$$
$$= \frac{1}{2} \cdot 8{,}7935 \cdot 10^{15}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(5{,}9880 \cdot 10^{-10}\,\text{s}\right)^2$$
$$= 1{,}5765 \cdot 10^{-3}\,\text{m} \approx 1{,}58\,\text{mm}.$$

Vastaus

a) Suunnan muutos on 8,96°.
b) Poikkeama on 1,58 mm.

Esimerkki 3

a) Mikä on protonin liike-energia elektronivoltteina, jos sen liike-energia on SI-yksiköissä 3,85 aJ?

b) Kuinka suuri jännite tarvitaan tällaisten protonien pysäyttämiseen?

Huomaa!

Protonin varauksen suuruus on $Q_p = 1\ \text{e}$.

Ratkaisu

$E_{ka} = 3{,}85 \cdot 10^{-18}\ \text{J}, \quad E_k\,(\text{eV}) = ?, \quad U = ?$

a) Yksi elektronivoltti on $1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$, joten liike-energia on

$$E_{ka} = \frac{3{,}85 \cdot 10^{-18}\ \text{J}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \frac{\text{J}}{\text{eV}}} = 24{,}0325\ \text{eV} \approx 24{,}0\ \text{eV}.$$

b) Protonin massa on pieni, joten paino on suuruudeltaan merkityksetön sähköiseen voimaan verrattuna. Myös vastusvoimat ovat merkityksettömiä.

Työperiaatteen mukaan liike-energian muutos on yhtä suuri kuin sähköisen voiman tekemä työ. Koska protonit pysähtyvät, työ on negatiivinen

$$\Delta E_k = -Q_p U$$
$$\Delta E_{kl} - E_{ka} = -Q_p U.$$

Koska $E_{kl} = 0\ \text{J}$, pysäytysjännite saadaan lausekkeesta

$$E_{ka} = Q_p U$$
$$U = \frac{E_{ka}}{Q_p}.$$

a)-kohdan perusteella $E_{ka} = 24{,}0325\ \text{eV}$, joten

$$U = \frac{24{,}0325\ \text{eV}}{1\ \text{e}} = 24{,}0325\ \text{V} \approx 24{,}0\ \text{V}.$$

Vastaus

a) Protonien liike-energia on 24,0 eV.

b) Protonien pysäyttämiseen tarvitaan 24,0 V:n jännite.

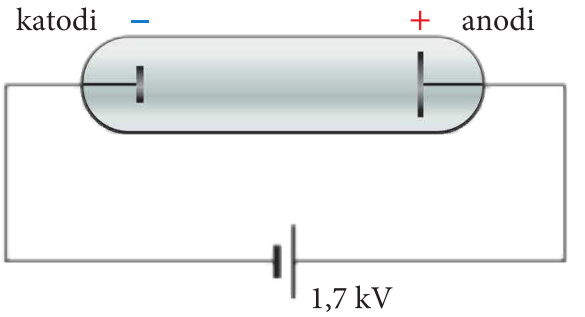
Esimerkki 4 — Työperiaate sähkökentässä

Erään röntgenputken kiihdytysjännite on 1,7 kV. Kuinka suurella nopeudella elektronit osuvat röntgenputken anodiin eli positiiviseen kohtioon?

Ratkaisu

$U = 1{,}7\ \text{kV}, \quad Q_e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{C}, \quad m = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}, \quad v = ?$

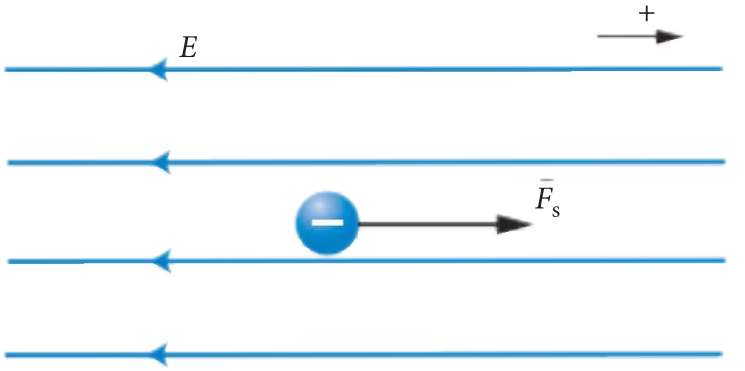
Röntgenputkessa elektronit kiihdytetään tyhjiössä, joten vastusvoimia ei ole. Myös elektronin paino on suuruudeltaan merkityksetön sähköiseen voimaan verrattuna.



Röntgenputkessa elektronit lähtevät levosta, ja sähköinen voima kiihdyttää niitä. Työperiaatteen mukaan elektronit saavat silloin liike-energian

$$\Delta E_k = W$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m v^2 = Q_e U.$$



Ratkaistaan tästä elektronien nopeuden suuruus kiihdytyksen jälkeen, ja sijoitetaan siihen annetut lukuarvot:

$$v = \sqrt{\frac{2Q_e U}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1{,}7 \cdot 10^{3}\ \text{V}}{9{,}109 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}}$$

$$= 24{,}4532 \cdot 10^{6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 24\ \frac{\text{Mm}}{\text{s}}.$$

Vastaus

Elektronit saavat kiihdytyksessä nopeuden, jonka suuruus on 24 Mm/s.

Yksikkötarkastelu

$$\sqrt{1\,\frac{\text{CV}}{\text{kg}}} = \sqrt{1\,\frac{\text{J}}{\text{kg}}} = \sqrt{1\,\frac{\text{Nm}}{\text{kg}}}$$

$$= \sqrt{1\,\frac{\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}\text{m}}{\text{kg}}}$$

$$= \sqrt{1\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

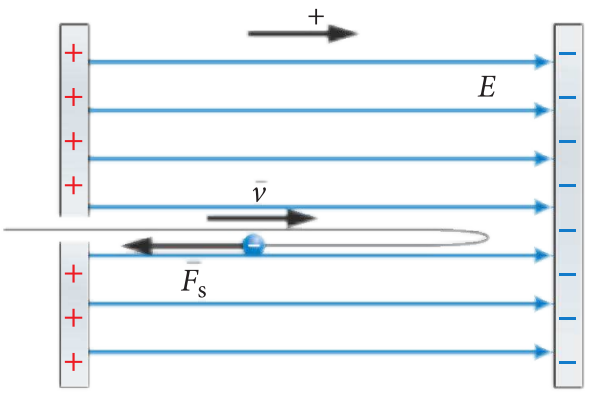
Esimerkki 5 — Työperiaate sähkökentässä

Elektroni tulee nopeudella 5 200 km/s tyhjiöputken sähkökenttään, jonka suuruus on 3,72 kN/C. Elektronin nopeus on sähkökentän suuntainen. Kuinka kaukana elektroni käy sähkökentässä?

Ratkaisu

$v = 5\ 200$ km/s, $E = 3{,}72$ kN/C, $Q = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C, $m = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg, $\Delta x = ?$

Tyhjiöputkessa elektroniin ei kohdistu vastusvoimia.



Ainoa sähkökentässä olevaan hiukkaseen kohdistuva merkittävä voima on kentän aiheuttama sähköinen voima $\bar{F}_s$. Koska sähkökenttä on homogeeninen, sähköinen voima on vakio. Työperiaatteen $\Delta E_k = W$ mukaan

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0{}^2 = -F_s\Delta x = -Q_e E\Delta x.$$

Elektronin nopeus pienenee sen liikkuessa sähkökentän suunnassa, ja etäisimmässä kohdassa sen nopeus on hetkellisesti nolla. Silloin

$$E_{kl} = 0\ \text{J}.$$

Yhtälö saa siten muodon

$$-\frac{1}{2}mv_0{}^2 = -Q_e E\Delta x,$$

jossa v_0 on elektronin alkunopeus ja Δx on elektronin kulkema matka.

Ratkaistaan tästä kysytty matka, ja sijoitetaan siihen tunnetut arvot

$$\Delta x = \frac{1}{2}\frac{mv_0^2}{Q_e E}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{9{,}109 \cdot 10^{-31}\,\text{kg} \cdot \left(5\,200\,000\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{C} \cdot 3\,720\,\frac{\text{N}}{\text{C}}}$$

$$= 0{,}02067\ \text{m} \approx 2{,}1\ \text{cm}.$$

Vastaus

Elektroni käy kentän suunnassa 2,1 cm:n etäisyydellä.

Huomaa!
Lasketulla etäisyydellä liikkeen suunta muuttuu ja elektroni tulee ulos kentästä samalla nopeudella, jolla se tuli sähkökenttään.

Huomaa!
Tehtävä voitaisiin ratkaista myös mekaanisen energian säilymislain avulla

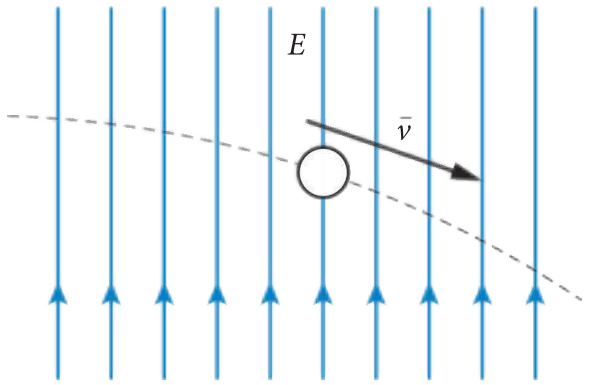
$$\frac{1}{2}mv_0{}^2 = Q_e Ex.$$

Tiivistelmä

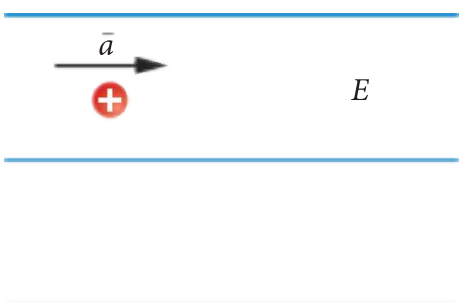
- Sähkökentässä varattuun hiukkaseen vaikuttaa sähköinen voima, jonka suuruus on $F_s = QE$.
- Sähkökenttä kohdistaa positiivisesti varattuun hiukkaseen kentän suuntaisen ja negatiivisesti varattuun hiukkaseen sähkökentän suunnalle vastakkaisen voiman.
- Sähköisen voiman tekemä työ $W = QU$.
- Elektronivoltti on energian yksikkö.

Perustehtävät

15. Sähköisesti varattu hiukkanen liikkuu homogeenisessa sähkökentässä. Onko se elektroni vai protoni? Esim. 1



16. Varattu hiukkanen on kiihtyvässä liikkeessä homogeenisessa sähkökentässä. Mikä on sähkökentän suunta? Esim. 1



17. Kuvaile elektronin liikettä, kun se liikkuu homogeenisessa sähkökentässä
a) kenttäviivojen suuntaan
b) kenttäviivojen suuntaa vastaan
c) kenttäviivoja vastaan kohtisuorasti.
Esim. 1 ja 2

18. Protoni kiihdytetään tyhjiössä, jossa sähkökentän voimakkuuden suuruus on 3,5 kN/C. Laske protonin kiihtyvyys. Esim. 1

19. Mitä sähköopissa tarkoitetaan työperiaatteella? Esim. 3

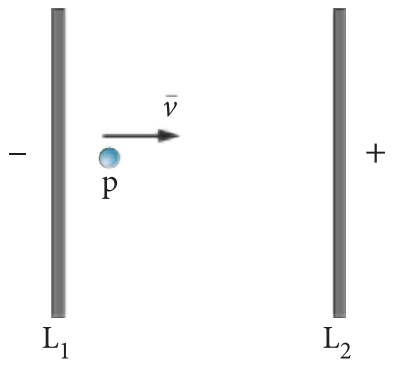
20. Elektroneja kiihdytetään röntgenputkessa, jonka kiihdytysjännite on 1300 V. Kuinka suurella nopeudella elektronit osuvat röntgenputken anodiin, kun ne lähtevät levosta? Esim. 4

21. Kuinka suurella jännitteellä levosta lähtevää
a) protonia
b) elektronia
on kiihdytettävä tyhjiössä, jotta sen nopeus on kiihdytyksen jälkeen 5,0 % valon nopeudesta? Esim. 3

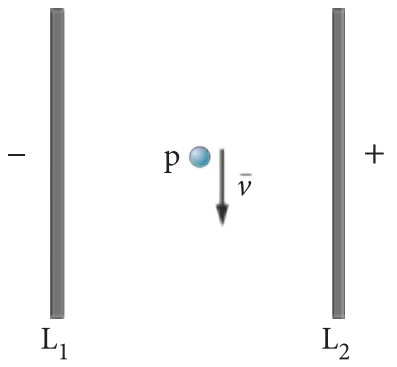
Soveltavat tehtävät

22. Oheisissa kuvissa protoni liikkuu laajojen metallilevyjen L_1 ja L_2 välisessä homogeenisessa sähkökentässä. Protonin hetkellinen nopeusvektori on kussakin tapauksessa kuvan tasossa. Päättele ja piirrä kuvien tilanteissa protonin kiihtyvyysvektorin suunta ja hahmottele myös protonin ratakäyrää. Missä tapauksissa kiihtyvyys pysyy vakiona? (Yo kevät 2000, teht. 12 osa)

a)



b)



23. Protonisuihku tulee kohtisuorasti kahden levyn väliseen homogeeniseen sähkökenttään nopeudella $1{,}15 \cdot 10^6$ m/s. Levyjen välinen etäisyys on 3,5 cm, levyjen pituus 16,6 cm ja sähkökentän voimakkuus 2,4 kN/C.

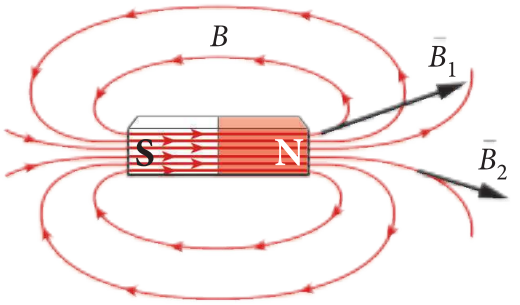
a) Kuinka paljon hiukkassuihkun suunta muuttuu verrattuna tilanteeseen, jossa levyjen välissä ei ole sähkökenttää?

b) Kuinka suuri hiukkassuihkun poikkeama on?

24. Vanhan TV:n kuvaputken kiihdytysjännite on 28 kV ja kiihdytysmatka 25 cm. Laske elektronien kiihtyvyys.

25. Elektronin nopeus tyhjiössä on $1{,}15 \cdot 10^6$ m/s, kun se saapuu liikkeen suuntaiseen jarruttavaan sähkökenttään, jossa sähkökentän voimakkuus on 250 kV/m. Kuinka pitkällä sähkökentässä elektroni käy?

3 Voimavaikutuksia magneettikentässä



Lähellä magneettia magneettivuon tiheys $\bar{B}_1$ on suurempi kuin kauempana magneetista $\bar{B}_2$. Sekä kenttäviivojen tiheys että magneettivuon tiheysvektorin pituus (itseisarvo) osoittavat magneettivuon tiheyden suuruuden.

Magneettivuon tiheys ja magneettivuo
Magneettikentässä kenttää vastaan kohtisuorassa olevan pinnan läpäisee magneettivuo
$\Phi = AB$,
jossa
A on kenttää vastaan kohtisuoran pinnan pinta-ala,
B on magneettivuon tiheyden suuruus.

Magneettivuo ja magneettivuon tiheys

Sauvamagneetin magneettikenttä ei ole homogeeninen. Kohtioiden lähellä kenttäviivat ovat tiheässä ja kaukana magneetista harvassa.

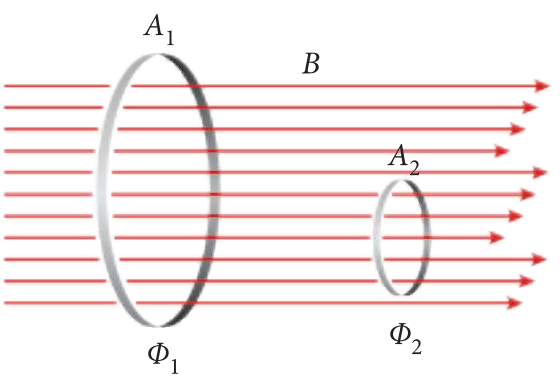
Magneettikentän voimakkuutta kuvaava suure on **magneettivuon tiheys**, jonka tunnus on $\bar{B}$. Se on vektorisuure kuten sähkökentän voimakkuus $\bar{E}$. Kenttäviivaesityksessä magneettivuon tiheyden suunta on kenttäviivan tangentin suunta. Magneettivuon tiheyden yksikkö on **tesla** $[B] = 1\,\mathrm{T}$.

Magneettivuon tiheyden suuruus voidaan mitata esimerkiksi magneettikenttäanturilla. Maan magneettikentän magneettivuon tiheyden suuruus on päiväntasaajalla noin 30 µT ja navoilla noin 60 µT.

Kenttäviivaesityksessä magneettivuon tiheys liittyy kenttäviivojen tiheyteen: mitä tiheämmässä viivat ovat, sitä suurempi magneettivuon tiheys on. Magneettikenttää vastaan kohtisuoran pinnan läpi kulkevien viivojen lukumäärää puolestaan kuvaa suure nimeltä **magneettivuo**, jonka tunnus on Φ. Sen arvon ilmaisee pinnan pinta-alan A ja magneettivuon tiheyden suuruuden B tulo $\Phi = AB$. Magneettivuon yksikkö on

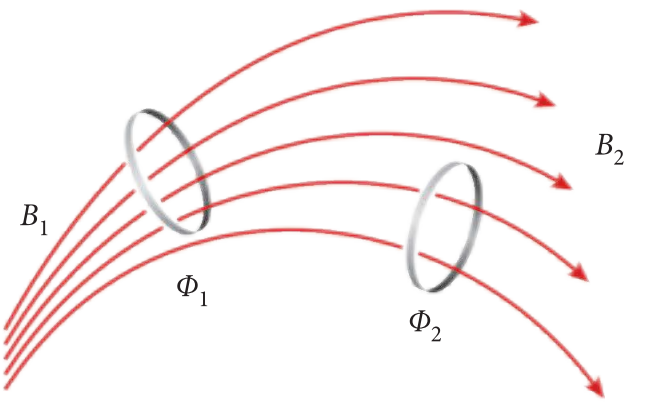
$$[\Phi] = [A] \cdot [B] = 1\,\mathrm{m}^2 \cdot 1\,\mathrm{T} = 1\,\mathrm{m}^2\mathrm{T} = 1\,\mathrm{Wb}\ (\mathrm{weber}).$$

1. Magneettivuo homogeenisessa magneettikentässä

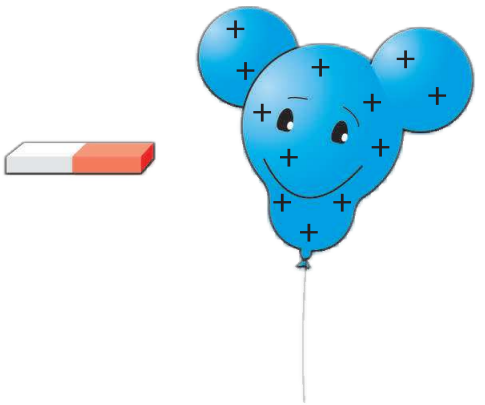


Magneettivuot silmukoiden läpi ovat $\Phi_1 = BA_1$ ja $\Phi_2 = BA_2$. Koska $A_1 > A_2$, niin $\Phi_1 > \Phi_2$.

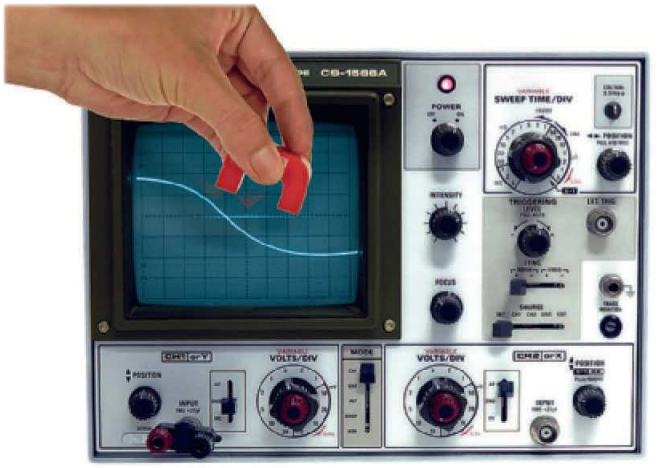
2. Magneettivuo epähomogeenisessa magneettikentässä



Silmukoiden pinta-alat ovat yhtä suuret. Magneettivuot silmukoiden läpi ovat $\Phi_1 = B_1A$ ja $\Phi_2 = B_2A$. Koska $B_1 > B_2$, niin $\Phi_1 > \Phi_2$.



Paikallaan olevan varatun ilmapallon ja sauvamagneetin välillä ei ole vuorovaikutusta.



Oskilloskoopin näytön vaakasuora elektronisuihkun jälki kääntyy, kun magneetti viedään elektronisuihkun lähelle.

Magneettikentässä liikkuvaan hiukkaseen kohdistuvan voiman suuruus

Jos hiukkanen liikkuu kohtisuoraan magneettikenttää vastaan, magneettisen voiman suuruus on

$F_m = QvB$,

jossa

Q on hiukkasen varaus,

v on hiukkasen nopeuden suuruus ja

B on magneettivuon tiheyden suuruus.

Magneettikentässä liikkuvaan varattuun hiukkaseen kohdistuu magneettinen voima

Sähkökentässä olevaan varattuun hiukkaseen vaikuttaa aina sähköinen voima. Tarkastellaan nyt, millaisia vuorovaikutuksia varatun hiukkasen ja magneettikentän välillä on.

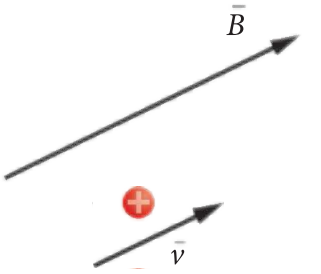
Kun kestomagneetti asetetaan varatun ilmapallon lähelle, havaitaan, ettei se vaikuta palloon millään tavalla. Magneetti ei siis kohdista voimaa paikallaan olevaan varattuun kappaleeseen.

Oskilloskoopin kuva syntyy, kun kuvaputken takaosasta lähteneet elektronit osuvat kuvapintaan. Jos magneetti viedään kuvaputken lähelle, kuva muuttuu, koska magneetti muuttaa kuvaputkessa liikkuvien elektronien liikesuuntaa. Tästä voidaan päätellä, että magneettikentässä liikkuviin elektroneihin kohdistuu voima.

Magneetti siis vaikuttaa liikkuviin varattuihin hiukkasiin. Tarkastellaan magneettikentästä aiheutuvan voiman suuruutta ja suuntaa kahdessa tilanteessa.

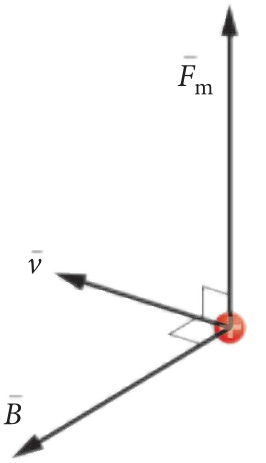
1. Varatun hiukkasen liike on yhdensuuntainen magneettikentän kanssa.

Magneettikenttä ei aiheuta voimavaikutusta eli $\bar{F}_m = \bar{0}$, kun varattu hiukkanen liikkuu magneettikentän suunnassa.



2. Varattu hiukkanen liikkuu kohtisuoraan magneettikenttää vastaan.

Kun varattu hiukkanen liikkuu kohtisuoraan magneettivuon tiheyttä vastaan, hiukkaseen kohdistuu magneettikentän aiheuttama voima $\bar{F}_m$, jonka suuruus on $F_m = QvB$.



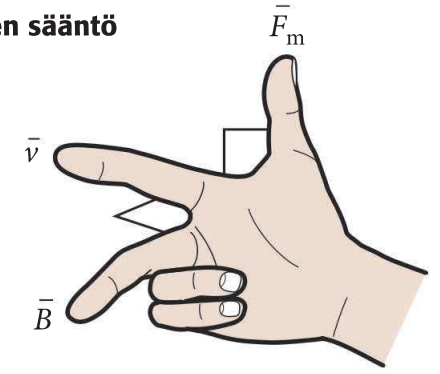
Tulokset voidaan koota seuraavasti:

Varattuun hiukkaseen vaikuttaa magneettikentässä voima, jos

1. varattu hiukkanen on liikkeessä ja
2. varatun hiukkasen liikkeen suunta poikkeaa magneettikentän suunnasta.

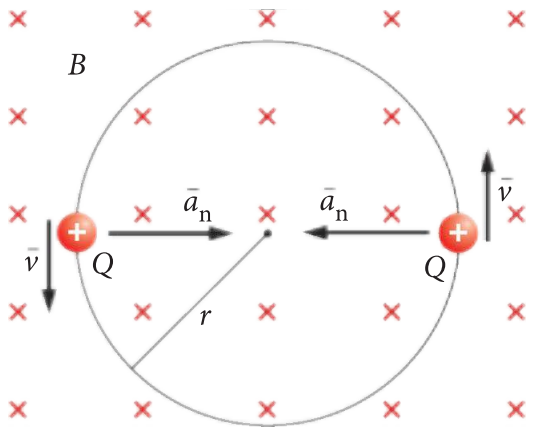
Magneettikentästä aiheutuva voima on aina kohtisuorassa sekä nopeusvektoria että magneettivuon tiheysvektoria vastaan. Voiman suunta saadaan **oikean käden säännöllä**.

Oikean käden sääntö



Etusormi osoittaa varatun hiukkasen liikesuunnan ja keskisormi magneettivuon tiheyden suunnan. Tällöin peukalo osoittaa positiivisesti varattuun hiukkaseen kohdistuvan voiman suunnan.

Homogeenisessa magneettikentässä varatulla hiukkasella on normaalikiihtyvyyttä



Kuvassa varatun hiukkasen nopeutta ja kiihtyvyyttä tarkastellaan kahdella eri ajan hetkellä. Koska niiden suuruudet pysyvät vakiona, on tapana käyttää nopeudelle merkintää $\bar{v}$ ja normaalikiihtyvyydelle merkintää $\bar{a}_n$, vaikka nopeus- ja kiihtyvyysvektoreiden suunnat muuttuvat.

Varatun hiukkasen liike homogeenisessa magneettikentässä

Varatun hiukkasen liike homogeenisessa magneettikentässä on tasaista ympyräliikettä, jos hiukkanen liikkuu kohtisuorassa magneettikenttää vastaan.

Magneettikentässä liikkuvan varatun hiukkasen oikean käden sääntö

Kun etusormi osoittaa hiukkasen liikesuunnan ja keskisormi magneettivuon tiheyden suunnan, niin peukalo osoittaa positiivisesti varattuun hiukkaseen kohdistuvan voiman suunnan.

Negatiivisesti varattuun hiukkaseen kohdistuvan voiman suunta on peukalon osoittamalle suunnalle vastakkainen. Kun magneettisen voiman suuruus lasketaan yhtälöllä $F_m = QvB$, varaus sijoitetaan ilman etumerkkiä ja voiman suunta päätellään erikseen.

Varatun hiukkasen liike homogeenisessa magneettikentässä

Varatun hiukkasen liikettä homogeenisessa magneettikentässä voidaan kuvata Newtonin lakien avulla. Tarkastellaan ensin tilannetta, jossa varattu hiukkanen liikkuu homogeenisessa magneettikentässä magneettikentän kenttäviivoja vastaan kohtisuorassa suunnassa.

Koska varattu hiukkanen liikkuu kohtisuoraan magneettivuon tiheyttä vastaan, magneettikentästä aiheutuvan voiman suuruus on

$$F_m = QvB,$$

ja hiukkasen liikeyhtälö on dynamiikan peruslain mukaan

$$\Sigma\bar{F} = m\bar{a}, \text{ joten}$$
$$QvB = ma.$$

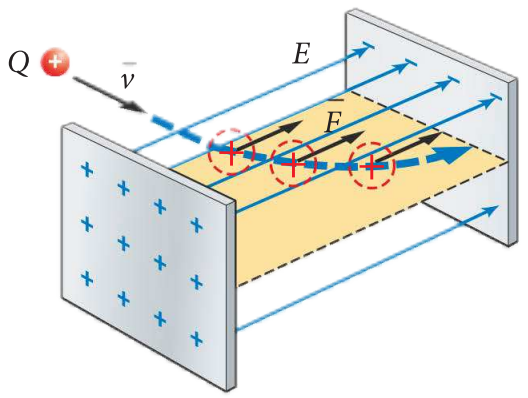
Voima $\bar{F}_m$ on kohtisuorassa hiukkasen liikesuuntaa vastaan, joten voima ei tee työtä eikä hiukkasen vauhti muutu. Koska varatun hiukkasen ratanopeus ei muutu ja hiukkaseen kohdistuva liikesuuntaa vastaan kohtisuora voima pysyy samana, hiukkanen on tasaisessa ympyräliikkeessä. Hiukkasen kiihtyvyys on normaalikiihtyvyyttä $a_n = \frac{v^2}{r}$, ja liikeyhtälö $QvB = ma_n$ saa nyt muodon

$$QvB = m\frac{v^2}{r},$$

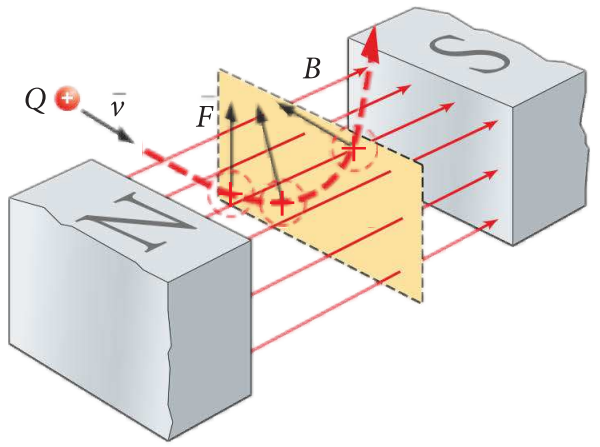
jossa v on hiukkasen ratanopeuden suuruus ja r ympyräradan säde. Varatun hiukkasen ympyräradan säteeksi saadaan

$$r = \frac{mv}{QB}.$$

Sähkökenttä
Voiman suunta ja suuruus ovat vakioita.



Magneettikenttä
Voiman suunta muuttuu ja suuruus on vakio.



Varatun hiukkasen rata on paraabeli homogeenisessa sähkökentässä ja ympyrä homogeenisessa magneettikentässä.

Huomaa!

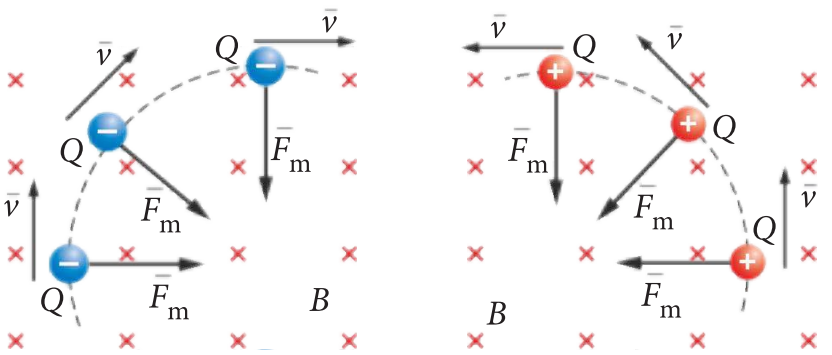
Kuvassa varattuun hiukkaseen kohdistuvaa voimaa tarkastellaan eri ajanhetkillä. Koska voiman suuruus pysyy vakiona, on tapana käyttää sille samaa merkintää $\bar{F}_m$, vaikka voiman suunta muuttuu.

Varatun hiukkasen liikkeen vertailu sähkö- ja magneettikentissä

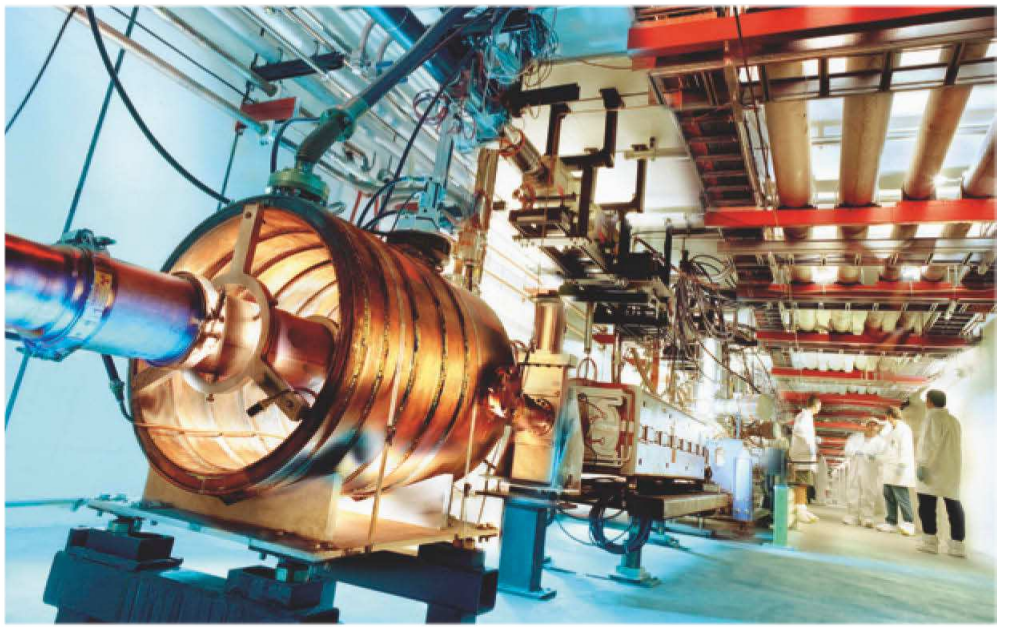
Varatun hiukkasen liike on erilaista sähkö- ja magneettikentissä. Kun positiivisesti varattu hiukkanen tulee kohtisuorasti sähkökenttään, siihen vaikuttaa kentän suuntainen sähköinen voima. Voiman suunta on koko ajan sähkökentän suuntainen ja voima voi kaareuttaa hiukkasen rataa. Voima tekee työtä ja varatun hiukkasen liike-energia muuttuu. Hiukkasen rata on paraabeli (vertaa vaakasuora heittoliike).

Kun positiivisesti varattu hiukkanen tulee kohtisuorasti magneettikenttään, siihen alkaa vaikuttaa magneettikentästä aiheutuva voima. Hiukkasen rata kaartuu nytkin, mutta voiman suunta muuttuu jatkuvasti. Se on kohtisuorassa sekä hiukkasen liikkeen suuntaa että magneettivuon tiheyttä vastaan. Siksi magneettinen voima ei tee työtä, ja varatun hiukkasen liike-energia on vakio. Hiukkanen joutuu ympyräradalle.

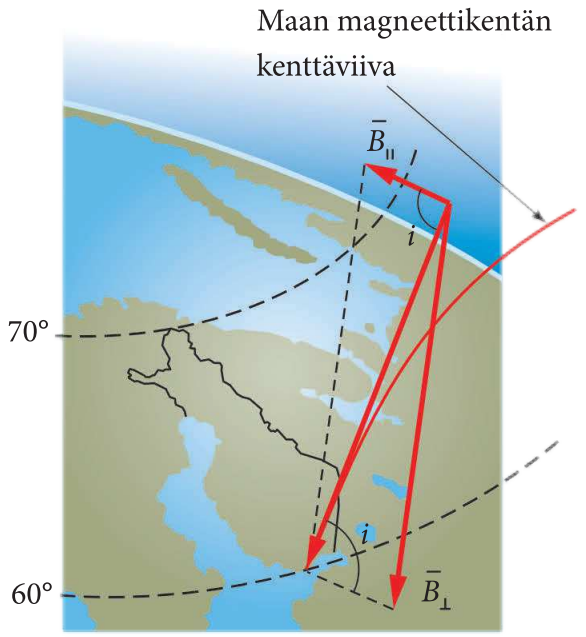
Sähkökentässä olevaan varattuun hiukkaseen vaikuttaa aina sähköinen voima. Magneettikentässä olevaan varattuun hiukkaseen vaikuttaa magneettinen voima vain, jos hiukkanen liikkuu.



Kohtisuoraan magneettivuon tiheyttä vastaan liikkuva varattu hiukkanen kulkee pitkin ympyrärataa. Positiivisesti ja negatiivisesti varatun hiukkasen kiertosuunnat magneettikentässä ovat vastakkaissuuntaiset.



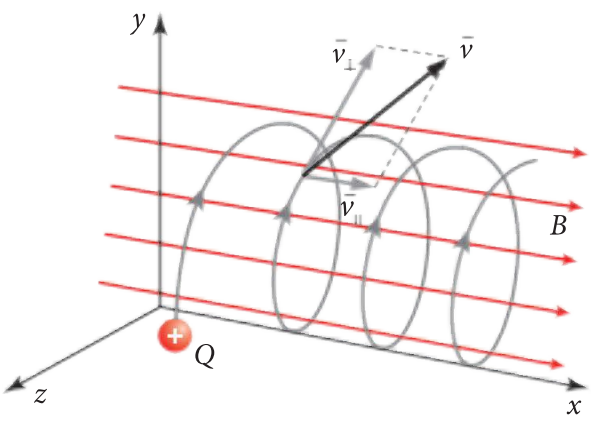
Varattujen hiukkasten liikkeen suuntaa voidaan muuttaa magneettikenttien avulla.



Kuvaan on piirretty Maan magneettikentän kenttäviiva Helsingissä ja magneettivuon tiheysvektorin komponentit. Helsingissä inklinaatio on tällä hetkellä $i = 73°$.

Inklinaatio ja deklinaatio
Inklinaatio i on kulma, jonka Maan magneettikentän suunta muodostaa vaakatason kanssa.

Deklinaatio d on kulma, jonka kompassineula poikkeaa maantieteellisestä pohjoissuunnasta.



Jos nopeudella on komponentit magneettivuon tiheyden suunnassa ja sitä vastaan kohtisuorassa suunnassa, magneettikentän suuntainen nopeuden komponentti ei muutu ja varatun hiukkasen rata on homogeenisessa magneettikentässä ruuviviiva.

Inklinaatio- ja deklinaatiokulma sekä Maan magneettivuon tiheysvektorin komponentit

Inklinaatio on kulma, jonka Maan magneettikentän suunta muodostaa vaakatason kanssa. Se on Helsingissä noin 73°.

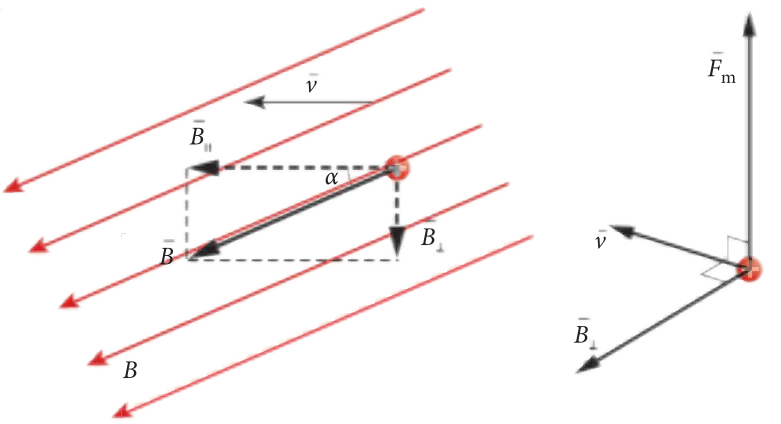
Deklinaatio on kulma, jonka kompassineula poikkeaa maantieteellisestä pohjoissuunnasta. Se on Helsingissä noin 6° itään.

Kuvaan on piirretty Maan magneettikentän kenttäviiva ja Maan magneettivuon tiheysvektori Helsingissä. Magneettivuon tiheysvektori on jaettu maanpinnan suuntaiseen komponenttiin $\bar{B}_{||}$ ja maanpintaa vastaan kohtisuoraan komponenttiin $\bar{B}_{\perp}$. **Inklinaatio** i on magneettivuon tiheysvektorin ja maanpinnan välinen kulma.

Ekstra: Vinosti magneettikentässä liikkuvaan varattuun hiukkaseen vaikuttava voima

Vinosti magneettikenttään nähden liikkuvaan varattuun hiukkaseen kohdistuvan voiman aiheuttaa vain nopeutta vastaan kohtisuora magneettikentän komponentti $B_{\perp} = B\sin\alpha$.

Tällöin magneettisen voiman suuruus on $F_m = QvB_{\perp} = QvB\sin\alpha$, jossa Q on hiukkasen varaus, v sen nopeuden suuruus, B magneettivuon tiheyden suuruus ja α hiukkasen nopeuden ja magneettivuon tiheyden välinen kulma.

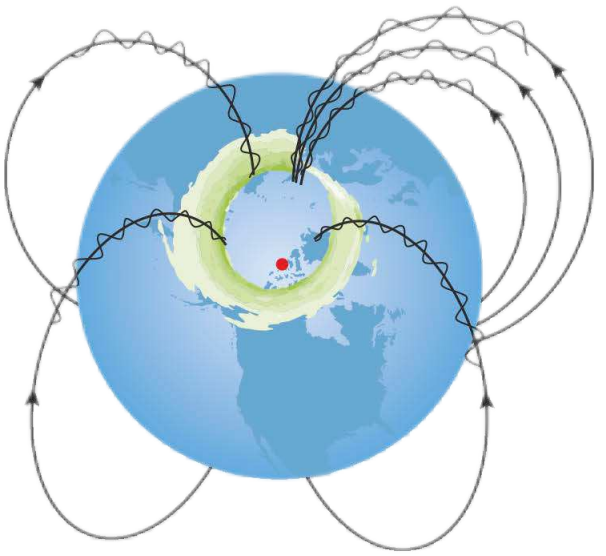


Magneettisen voiman suuruus on $F_m = QvB_{\perp}$.

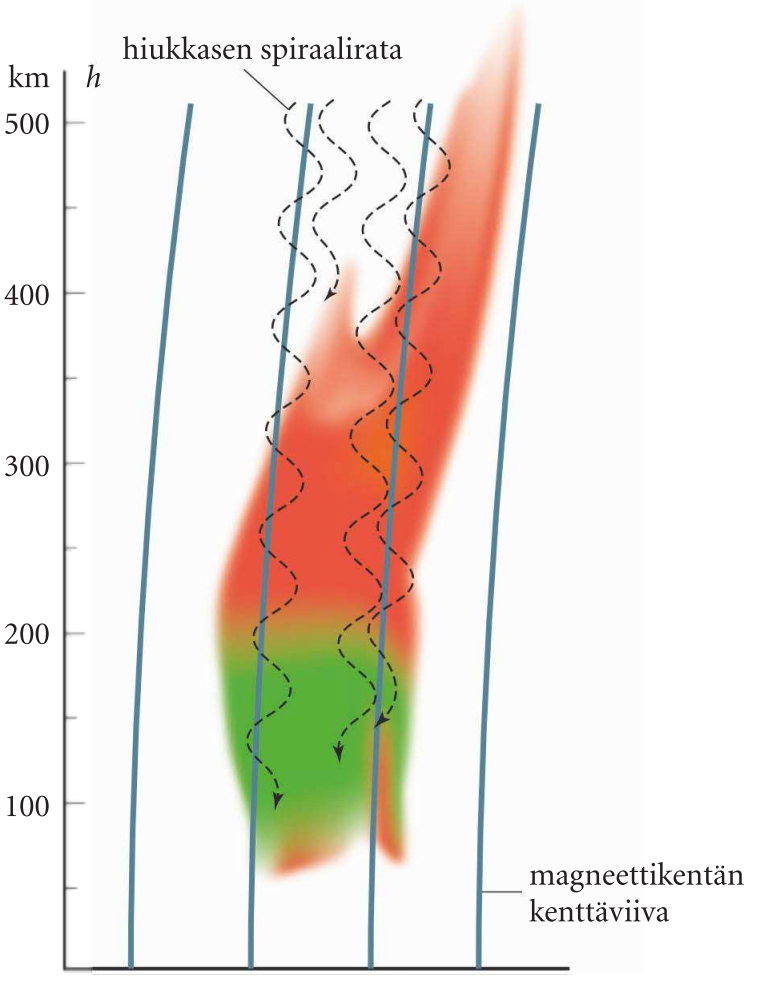
Ekstra: Varattu hiukkanen Maan magneettikentässä

Aurinko lähettää avaruuteen paitsi sähkömagneettista säteilyä myös varattuja hiukkasia. Auringosta lähtevää hiukkasvirtaa kutsutaan aurinkotuuleksi. Aurinkotuulen nopeus on noin 500 km/s, joten hiukkasten matka Auringosta Maahan kestää keskimäärin 2…3 vuorokautta.

Ilmakehään suurella nopeudella tulevat varatut hiukkaset, jotka ovat pääosin elektroneja, törmäävät ilmakehän atomeihin ja molekyyleihin. Hiukkaset menettävät törmäyksissä energiaa, ja ilmakehän atomit ja molekyylit vastaavasti saavat energiaa ja virittyvät. Kun ilmakehän typpi- tai happiatomien tai -molekyylien viritykset purkautuvat, vapautuu energiaa valona. Tätä hiukkastuulen aiheuttamaa valoa kutsutaan **revontuleksi**.



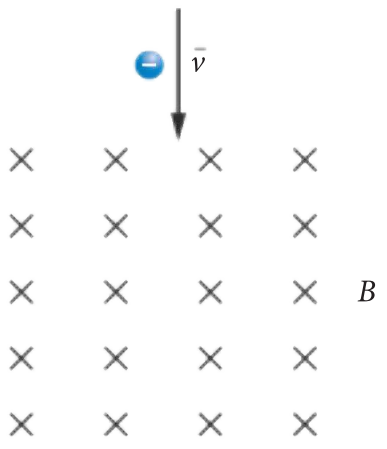
Maan magneettikenttä ohjaa aurinkotuulen varattuja hiukkasia ilmakehään. Revontulet syntyvät ilman molekyylien ja atomien viritystilojen purkautuessa valona.



Eri väriset revontulivalot syntyvät eri korkeuksilla.

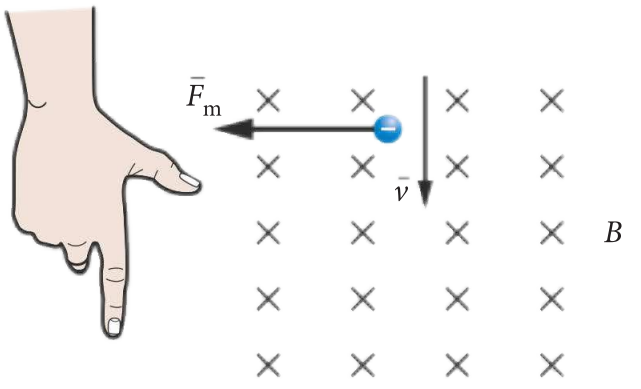
Esimerkki 1 Magneettikentässä liikkuvaan varattuun hiukkaseen vaikuttavan voiman suunta

Elektroni tulee homogeeniseen magneettikenttään kuvan osoittamalla tavalla. Mihin suuntaan magneettikentästä aiheutuva voima vaikuttaa?



Ratkaisu

Käytetään oikean käden sääntöä, jonka mukaan etusormi osoittaa hiukkasen liikesuunnan, keskisormi magneettivuon tiheyden suunnan ja peukalo positiivisesti varattuun hiukkaseen kohdistuvan voiman suunnan. Nyt kenttään tulevan hiukkasen varaus on negatiivinen, joten voiman suunta on peukalon suunnalle vastakkainen.



Magneettivuon tiheysvektori (keskisormi) osoittaa paperin tason sisään, nopeusvektori (etusormi) alaspäin, joten peukalo osoittaa oikealle. Siten negatiivisesti varattuun elektroniin kohdistuvan voiman suunta on vasemmalle.

Vastaus

Magneettikentän elektroniin kohdistuva voima vaikuttaa kuvan tilanteessa vasemmalle.

Esimerkki 2 — Homogeenisessa magneettikentässä liikkuvan protonin radan säde

Protoni tulee nopeudella $1{,}9 \cdot 10^7$ m/s homogeeniseen magneettikenttään, jonka magneettivuon tiheyden suuruus on 1,5 T. Protonin nopeus on magneettikenttää vastaan kohtisuorassa. Laske protonin radan säde.

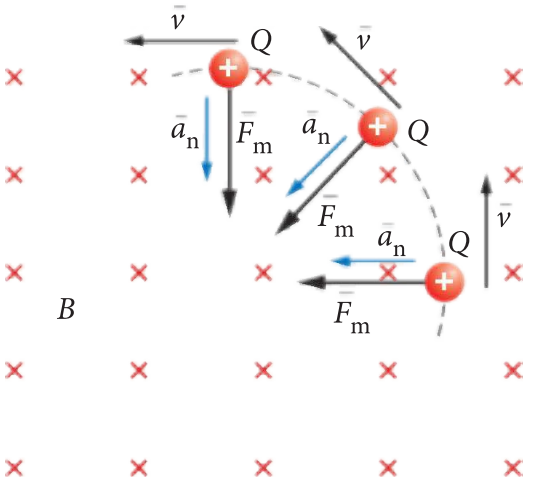
Huomaa!

Kuvassa varattuun hiukkaseen kohdistuvaa nopeutta, voimaa ja kiihtyvyyttä tarkastellaan eri ajanhetkillä. Vaikka jokaisen ajanhetken nopeusvektori on eri vektori (sama suuruus, eri suunta), sitä on tapana merkitä samalla tunnuksella. Vastaavalla tavalla merkitään voimavektorit ja kiihtyvyysvektorit.

Ratkaisu

$v = 1{,}9 \cdot 10^7$ m/s, $B = 1{,}5$ T, $m = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}$ kg,
$Q_p = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C, $r = ?$

Protoniin vaikuttaa magneettikentässä oleellisesti vain magneettinen voima $F_m = Q_p vB$. Voiman suunta on koko ajan kohtisuorassa protonin liikesuuntaa vastaan, joten protonin vauhti ei muutu. Koska protonin vauhti ei muutu, voiman suuruus pysyy samana ja protoni kiertää ympyrärataa.



Ympyräradalla liikkuvan protonin kiihtyvyys on normaalikiihtyvyyttä $a = a_n = \frac{v^2}{r}$. Protonin liikeyhtälö on

$$\sum \bar{F} = m\bar{a}_n,$$

josta saadaan

$$F_m = ma_n$$
$$Q_p vB = ma_n$$
$$Q_p vB = m\frac{v^2}{r}.$$

Ratkaistaan ympyräradan säde

$$r = \frac{mv}{Q_p B}.$$

Sijoitetaan tunnetut arvot

$$r = \frac{1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 1{,}9 \cdot 10^7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1{,}5\ \text{T}}$$
$$= 0{,}1322\ \text{m} \approx 0{,}13\ \text{m}.$$

Vastaus

Radan säde on 0,13 m.

Yksikkötarkastelu

$$\frac{\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{C}\,\text{T}} = \frac{\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{C}\frac{\text{N}}{\text{C}\frac{\text{m}}{\text{s}}}} = \frac{\text{kg}\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\text{N}} = \frac{\text{kg}\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \text{m}$$

Esimerkki 3 — Varatun hiukkasen liike homogeenisessä magneettikentässä

Kun 32 kV:n jännitteellä kiihdytetyt α-hiukkaset tulevat homogeeniseen magneettikenttään siten, että niiden nopeus on kohtisuorassa magneettikentän kenttäviivoja vastaan, hiukkaset joutuvat ympyräliikkeeseen, jonka säde on $2{,}429 \cdot 10^{-2}$ m. Laske magneettivuon tiheyden suuruus. α-hiukkasen massa on $6{,}6447 \cdot 10^{-27}$ kg ja varaus on kahden alkeisvarauksen suuruinen.

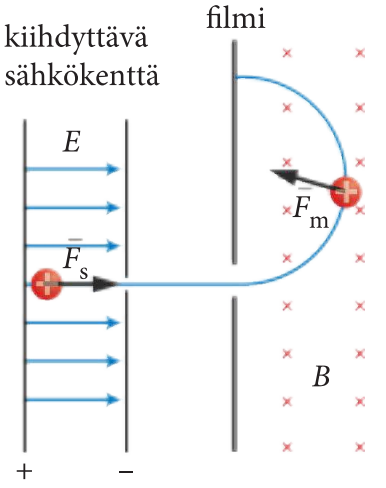
Ratkaisu

$r = 2{,}429 \cdot 10^{-2}$ m, $m = 6{,}6447 \cdot 10^{-27}$ kg, $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C,
$U = 32$ kV, $B = ?$

Alfahiukkanen on heliumatomin ydin, jossa on kaksi protonia ja kaksi neutronia, joten sen varaus on $Q = 2Q_p = 2e$. Alfahiukkaseen vaikuttavat paino ja vastusvoimat ovat merkityksettömiä.

Koska α-hiukkasen alkunopeus on nolla, saadaan työperiaatteen mukaan

$$W = \Delta E_k$$
$$QU = \frac{1}{2}mv^2,$$



josta saadaan α-hiukkasen nopeus

$$v = \sqrt{\frac{2QU}{m}}.$$

Dynamiikan peruslain mukaan ympyäradalla liikkuvan varatun hiukkasen liikeyhtälöksi magneettikentässä saadaan

$$\sum \bar{F} = m\bar{a}_n,$$
$$QvB = ma_n = m\frac{v^2}{r}.$$

Ratkaistaan magneettivuon tiheyden suuruus B

$$B = \frac{mv}{Qr}.$$

Sijoitetaan nopeuden lauseke ja tunnettujen suureiden arvot

$$B = \frac{m\sqrt{\frac{2QU}{m}}}{Qr} = \sqrt{\frac{2mU}{Qr^2}} = \sqrt{\frac{2mU}{2er^2}}$$
$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}6447 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 32 \cdot 10^{3}\ \text{V}}{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot (2{,}429 \cdot 10^{-2}\ \text{m})^2}}$$
$$= 1{,}4999\ \text{T} \approx 1{,}5\ \text{T}.$$

Vastaus

Magneettivuon tiheyden suuruus on 1,5 T.

Esimerkki 4 Magneettikentässä liikkuvaan varattuun hiukkaseen vaikuttavan voiman suuruus

Varattu hiukkanen liikkuu homogeenisessa magneettikentässä nopeudella 250 km/s. Kuinka suuri voima varattuun hiukkaseen vaikuttaa, jos hiukkanen liikkuu kohtisuorassa magneettikenttää vastaan? Magneettikentän magneettivuon tiheyden suuruus on 1,30 mT ja hiukkasen varaus $3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C?

Yksikkötarkastelu

$$\mathrm{C}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\mathrm{T} = \mathrm{C}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \mathrm{N}$$

Ratkaisu

$v = 250$ km/s, $B = 1{,}30$ mT, $Q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C, $F = ?$

Hiukkaseen vaikuttavat paino ja vastusvoimat ovat pieniä magneettiseen voimaan verrattuna. Koska varattu hiukkanen liikkuu kohtisuoraan magneettikenttää vastaan, hiukkaseen vaikuttavan voiman suuruus saadaan lausekkeesta $F_\mathrm{m} = QvB$.

Sijoitetaan annetut lukuarvot

$$F_\mathrm{m} = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot 250 \cdot 10^{3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1{,}30 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{T}$$
$$\approx 1{,}040 \cdot 10^{-16}\ \mathrm{N} \approx 1{,}0 \cdot 10^{-16}\ \mathrm{N}.$$

Vastaus

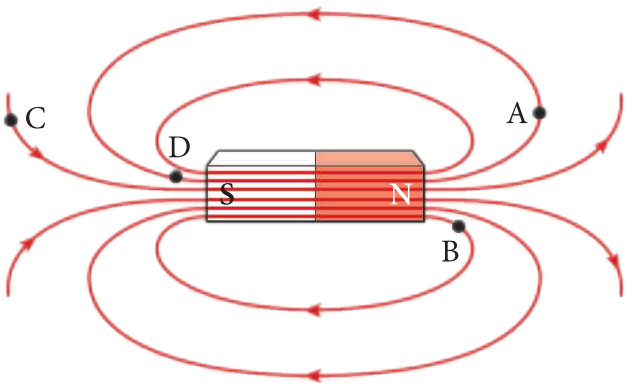
Hiukkaseen vaikuttava magneettinen voima on suuruudeltaan $1{,}0 \cdot 10^{-16}$ N.

Tiivistelmä

- Magneettikentän voimakkuutta kuvaava suure on magneettivuon tiheys $\bar{B}$.
- Magneettikentässä kenttää vastaan kohtisuorassa olevan pinnan läpäisee magneettivuo $\Phi = AB$.
- Magneettikentässä kohtisuoraan liikkuvaan varattuun hiukkaseen kohdistuvan voiman suuruus on $F_\mathrm{m} = QvB$. Voiman suunta saadaan oikean käden säännöllä.

Perustehtävät

26. Piirrä magneettivuon tiheysvektori $\bar{B}$ pisteisiin A, B, C ja D. Ota huomioon sekä suunta että pituus.



27. Positiivisesti varattu hiukkanen liikkuu homogeenisessa magneettikentässä nopeudella 120 km/s.

a) Kuinka suuri magneettinen voima hiukkaseen vaikuttaa, jos se liikkuu kohtisuorassa magneettikenttää vastaan, ja magneettikentän magneettivuon tiheys on 2,12 mT ja hiukkasen varaus on $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C?

b) Piirrä kuva, jossa näkyvät magneettikenttä, hiukkasen nopeus ja hiukkaseen vaikuttava voima. Esim. 1 ja 4

28. Positiivisesti varattua hiukkasta pidetään paikoillaan homogeenisessä magneettikentässä.

Valitse oikea vaihtoehto, miten hiukkanen liikkuu vapauttamisen jälkeen, kun hiukkasen painoa ei huomioida.

a) Hiukkanen

A. liikkuu vakionopeudella kentän suunnassa.

B. liikkuu vakiokiihtyvyydellä kentän suunnassa.

C. liikkuu pitkin ympyrärataa kentässä.

D. ei liiku, vaan pysyy paikoillaan.

b) Miten hiukkasen liike selitetään?

E. Hiukkaseen vaikuttaa vakiovoima kentän suunnassa.

F. Hiukkaseen vaikuttaa vakiovoima kohtisuorassa kenttää vastaan.

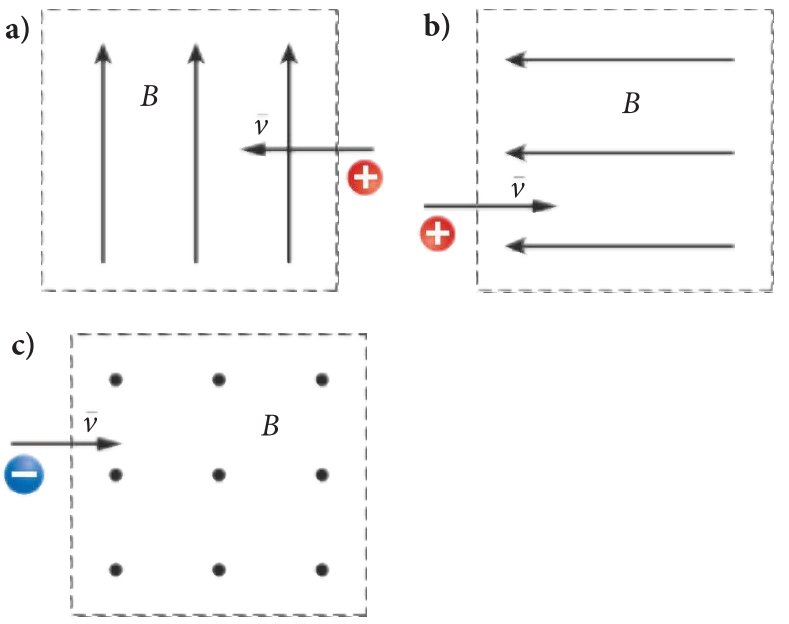
G. Hiukkaseen vaikuttavan voiman suunta muuttuu nopeuden suunnan muuttuessa.

H. Hiukkaseen ei vaikuta voimaa.

29. Elektroni liikkuu homogeenisessa magneettikentässä nopeudella 170 km/s. Elektroniin vaikuttaa $2{,}1 \cdot 10^{-19}$ N:n magneettinen voima. Elektroni liikkuu kohtisuorassa magneettikenttää vastaan. Kuinka suuri magneettikentän magneettivuon tiheys on? Esim. 4

30. Varattu hiukkanen saapuu magneettikenttään. Mihin suuntaan magneettinen voima vaikuttaa aluksi tilanteissa a, b ja c? Valitse oikea vaihtoehto. Hiukkasen liikkeen suunnasta A. oikealle, B. vasemmalle, C. eteenpäin, D. taaksepäin, E. paperin sisälle, F. paperista ulospäin, G. ei voimaa.

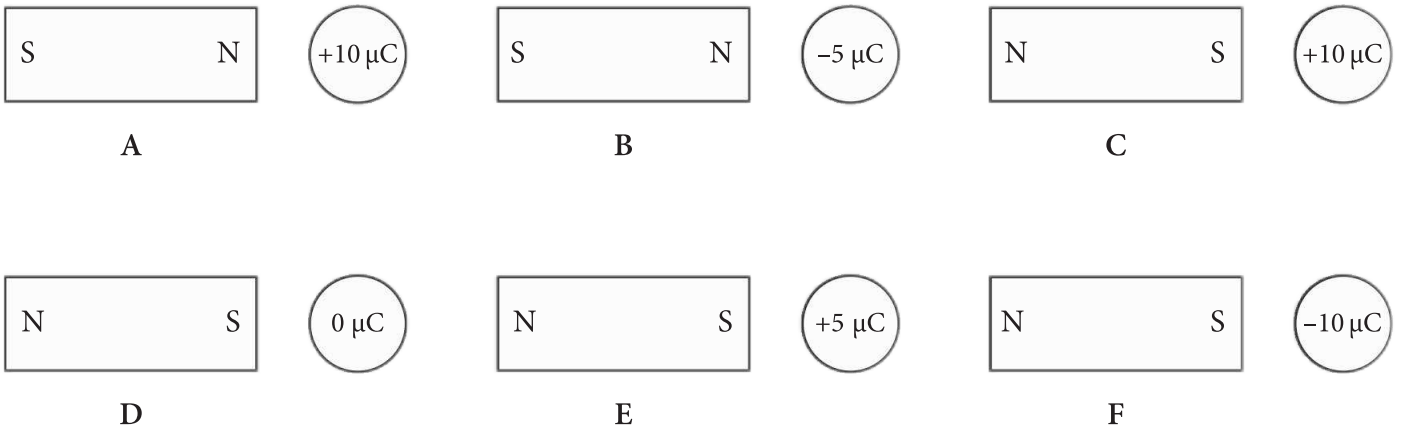
Esim. 1



31. Alfahiukkanen, jonka varaus on $3{,}204 \cdot 10^{-19}$ C ja massa $6{,}645 \cdot 10^{-27}$ kg, tulee nopeudella, jonka suuruus on $2{,}11 \cdot 10^{7}$ m/s, homogeeniseen magneettikenttään. Magneettivuon tiheyden suuruus on 1,35 T. Alfahiukkasen nopeus on magneettikenttää vastaan kohtisuorassa. Laske alfahiukkasen radan säde. Esim. 2

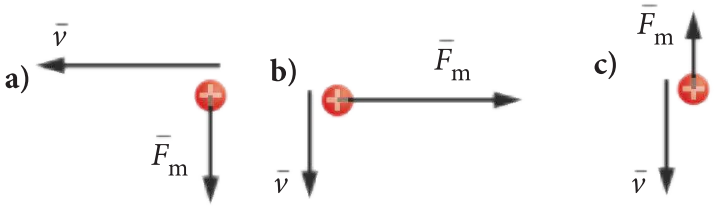
Soveltavat tehtävät

32. Sähköisesti varattu hiukkanen on asetettu kestomagneetin magneettikenttään. Hiukkanen on paikoillaan. Jokaisessa kohdassa magneettikenttä on yhtä voimakas. Sähkövarauksen suuruus on merkitty kuvaan. Missä kohdassa magneettikentän aiheuttama vetovoima varattuun hiukkaseen on suurin ja missä kohdassa hylkimisvoima on suurin?



33. Varattu hiukkanen saapuu magneettikenttään. Kuvassa on esitetty hiukkasen nopeuden suunta ja magneettisen voiman suunta. Mihin suuntaan magneettivuon tiheys osoittaa tilanteissa a, b ja c? Valitse oikea vaihtoehto. Hiukkasen liikkeen suunnasta

A. oikealle
B. vasemmalle
C. eteenpäin
D. taaksepäin
E. paperin sisälle
F. paperista ulospäin
G. mahdoton.



34. Protoni tulee homogeeniseen magneettikenttään kuvan osoittamalla tavalla.

a) Mikä on protoniin vaikuttavan voiman suunta?

b) Hahmottele protonin rata.

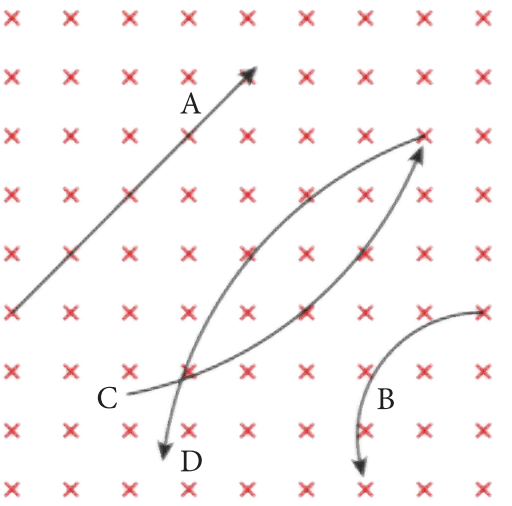
35. Varattu hiukkanen tulee kohtisuoraan homogeeniseen magneettikenttään. Miten hiukkasen liike riippuu sen

a) massasta
b) nopeudesta
c) varauksesta?

36. Minkä suuntaisella voimalla Maan magneettikenttä vaikuttaa protoniin, joka lentää päiväntasaajalla

a) kohti pohjoista
b) kohti itää
c) kohtisuoraan ylöspäin?

37. Kuva esittää magneettikentässä liikkuvien hiukkasten ratoja. Mitä ratojen perusteella voidaan päätellä hiukkasista?



38. **a)** Mihin fysiikassa käytetään kentän käsitettä?

b) Mitkä ovat sähkö- ja magneettikenttien aiheuttajat?

c) Mistä suureista riippuu sähkökentän ja magneettikentän varattuun hiukkaseen kohdistama voimavaikutus?

d) Tarkastele vertaillen ja esimerkkien avulla kummankin kentän kenttäviivaesitystä.

39. Vertaa varatun hiukkasen liikettä sähkö- ja magneettikentissä. Mitä yhteistä ja mitä eroja liikkeissä on?

40. Elektroni kiihdytetään 2,0 kV jännitteellä. Millaiseen kenttään se on ohjattava, että se joutuisi ympyräradalle, jonka säde on 0,10 m? Piirrä vektorikuvio. (Yo syksy 1979, teht. 6)

41. Elektronisuihku tulee 15 cm:n levyiseen homogeeniseen magneettikenttään kohtisuorasti magneettikentän suuntaa vastaan nopeudella $2{,}2 \cdot 10^7$ m/s. Kuinka suuri magneettivuon tiheyden on oltava, jotta suihkun suunta muuttuu 25°?

4 Varatun hiukkasen liike sähkö- ja magneettikentässä

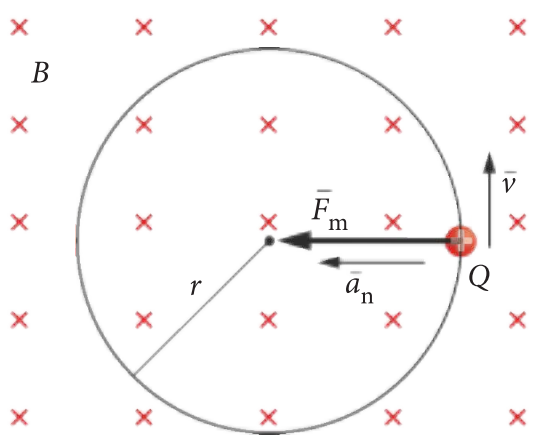
Mikroaaltouunissa nopeasti muuttuva sähkökenttä saa ruoan vesimolekyylit värähtelemään voimakkaasti. Ruoka lämpenee samanaikaisesti sekä pinnalta että sisältä.

Huomaa!

Newtonin 2. lain $\sum \bar{F} = m\bar{a}$ mukaan

$$QvB = m\frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{QB}.$$



Varatun hiukkasen syklotroniliike.

Ympyrärataa kiertävän varatun hiukkasen liike on syklotroniliikettä

Laitteissa, joissa liikkuu varattuja hiukkasia, hiukkasten vauhtia muutetaan sähkökenttien avulla ja liikesuuntaa sekä sähkö- että magneettikenttien avulla. Varattujen hiukkasten liikkeen muuttaminen kentän avulla on monen laitteen tärkeä osa.

Vanhemmissa oskilloskooppien ja sydänmonitorien kuvaputkissa elektronitykistä lähtevää elektronisuihkua kiihdytetään ja ohjataan sähkökentän avulla. Magneettikentän avulla elektronisuihku tarkennetaan ohueksi. Mikroaaltouunin toiminta perustuu nopeasti muuttuvan sähkökentän tahdissa värähteleviin vesimolekyyleihin.

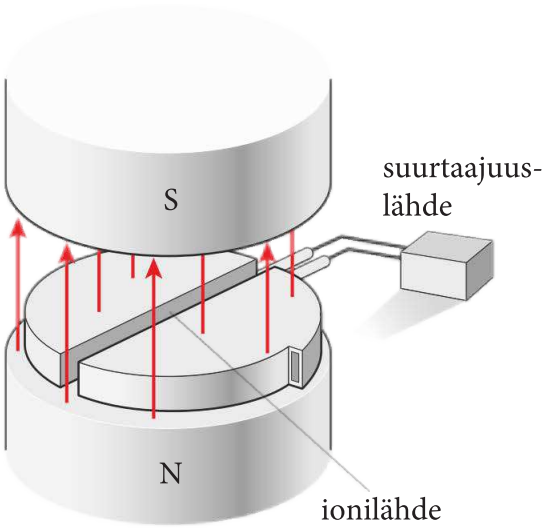
Homogeenisessa magneettikentässä ympyrärataa kiertävän varatun hiukkasen liikettä kutsutaan **syklotroniliikkeeksi**. Hiukkasen kiihtyvyys on normaalikiihtyvyyttä $\bar{a}_n$.

Varatun hiukkasen syklotroniliikkeen radan säde homogeenisessa magneettikentässä on $r = \frac{mv}{QB}$. Muuttamalla magneettikentän voimakkuutta voidaan muuttaa hiukkasen radan sädettä. Varattujen hiukkasten vauhdin muuttamiseen käytetään sähkökenttiä.

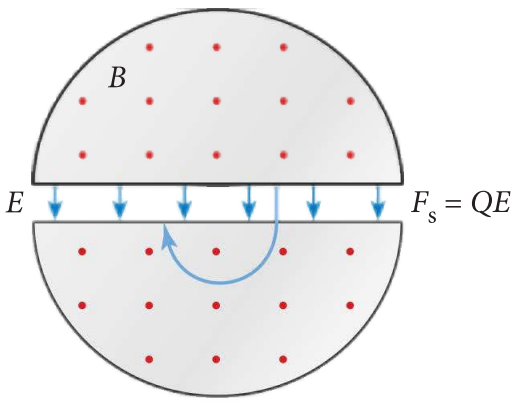
Varattuja hiukkasia kiihdytetään syklotronissa

Nopeasti liikkuvia varattuja hiukkasia tarvitaan esimerkiksi lääketieteen, ydinfysiikan ja hiukkasfysiikan tutkimuksissa. Suuren liike-energian omaavat hiukkaset tunkeutuvat atomin ytimeen. Kiihdytettyjen hiukkasten ja ytimien törmäyksissä syntyy alkeishiukkasia, joita voidaan jäljittää ja tutkia.

Hiukkasten kiihdyttämiseen käytetään nykyisin monia erilaisia **hiukkaskiihdyttimiä**, joissa varattuja hiukkasia kiihdytetään sähkökentällä ja liikkeen suuntaa käännetään magneettikentällä uudelleen kiihdytettäviksi. Ensimmäinen hiukkasten kiihdyttämiseen käytetty laite oli **syklotroni**, jonka rakennetta ja toimintaperiaatetta käsitellään seuraavassa.

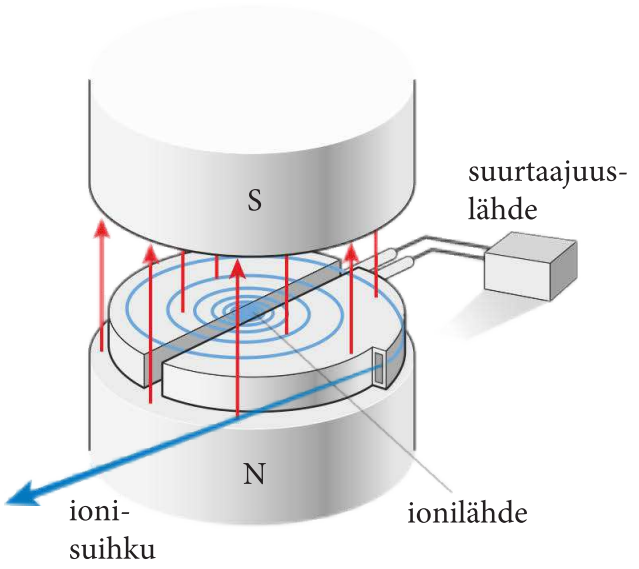


Syklotronissa on kaksi onttoa D-kirjaimen muotoista metallikoteloa voimakkaassa homogeenisessa magneettikentässä.



$F_m = QvB$

D-kappaleiden välissä on suurella taajuudella vaihteleva homogeeninen sähkökenttä.



Varattujen hiukkasten nopeus kasvaa sähkökentässä. Magneettikenttä ohjaa hiukkaset ympyräradalle. Kun hiukkasten nopeus on riittävän suuri, hiukkassuihku ohjautuu pois syklotronista.

Syklotronin rakenne ja toiminta

Syklotronissa on kaksi onttoa D-kirjaimen muotoista metallikoteloa, jotka ovat suuren sähkömagneetin napojen välissä homogeenisessa magneettikentässä. Kiihdytettävien ionien lähde on laitteen keskellä D-kappaleiden välissä. Syklotronin käytön aikana D-kappaleet ovat tyhjiössä.

D-kappaleiden välillä on suuritaajuinen vaihtojännite, joka saa aikaan kappaleiden väliseen rakoon suunnaltaan jaksollisesti vaihtelevan homogeenisen sähkökentän. Sähkökenttä kiihdyttää varattua hiukkasta aina, kun se on raossa. Metallikotelon sisällä ei ole sähkökenttää, joten D-kappaleen sisällä hiukkaseen kohdistuu vain magneettikentän aiheuttama voima, joka ohjaa varatut hiukkaset ympyräradalle.

Sähkökentän tekemä työ lisää työperiaatteen mukaan hiukkasen liike-energiaa jokaisella kerralla määrällä

$$W = QU = \Delta E_k.$$

Sähkökentästä varattu hiukkanen joutuu homogeeniseen magneettikenttään. Niihin vaikuttaa magneettikentässä voima $F_m = QvB$, jossa Q on hiukkasen varaus, v on sen nopeuden suuruus ja B magneettivuon tiheyden suuruus. Voima on kohtisuorassa nopeusvektoria vastaan, joten se kaareuttaa hiukkasen rataa, mutta ei muuta sen vauhtia.

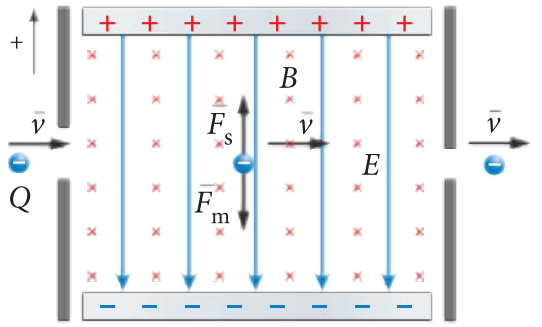
Dynamiikan peruslain $\Sigma\bar{F} = m\bar{a}$ mukaan

$$F_m = ma_n$$

$$QvB = m\frac{v^2}{r}.$$

Magneettikenttä kääntää hiukkasen liikesuunnan puoliympyrän muotoisella radalla, jonka säde on $r = \frac{mv}{QB}$, ja hiukkanen joutuu uudestaan D-kappaleiden väliseen rakoon. Sähkökentän suunta on vaihtunut ja varatun hiukkasen nopeus kasvaa jälleen.

Jännitteen suunnanvaihtelulla on sama taajuus kuin varattujen hiukkasten kierrostaajuus, joten hiukkanen kiihtyy joka kerran raon läpi kulkiessaan. Koska hiukkasen nopeus kasvaa, kasvaa myös radan säde, sillä lausekkeen $r = \frac{mv}{QB}$ mukaan radan säde on suoraan verrannollinen hiukkasen nopeuteen. Lopulta suihku ohjautuu pois syklotronista.



Nopeudenvalitsimesta poistuvilla negatiivisesti varatuilla hiukkasilla on vakionopeus.

Nopeudenvalitsimesta poistuvilla varatuilla hiukkasilla on vakionopeus

Joissakin laitteissa tarvitaan varattuja hiukkasia, joiden nopeus tunnetaan. Kiihdytettyjen hiukkasten joukosta voidaan seuloa tietyllä nopeudella etenevät varaukselliset hiukkaset erilleen toisista **nopeudenvalitsimella**.

Asettamalla sähkö- ja magneettikenttien suunnat sopivasti saadaan hiukkaseen vaikuttavat sähköinen ja magneettinen voima toisilleen vastakkaissuuntaiseksi. Kuvan tilanteessa negatiivisesti varattuun hiukkaseen vaikuttavat voimat olisivat vastakkaissuuntaiset. Jos voimat tasapainottavat toisensa, hiukkasella ei ole kiihtyvyyttä ja se jatkaa tasaista liikettä vaakasuoraan. Tässä tapauksessa saadaan dynamiikan peruslain mukaan hiukkaselle liikeyhtälö $\sum \bar{F} = m\bar{a}$.

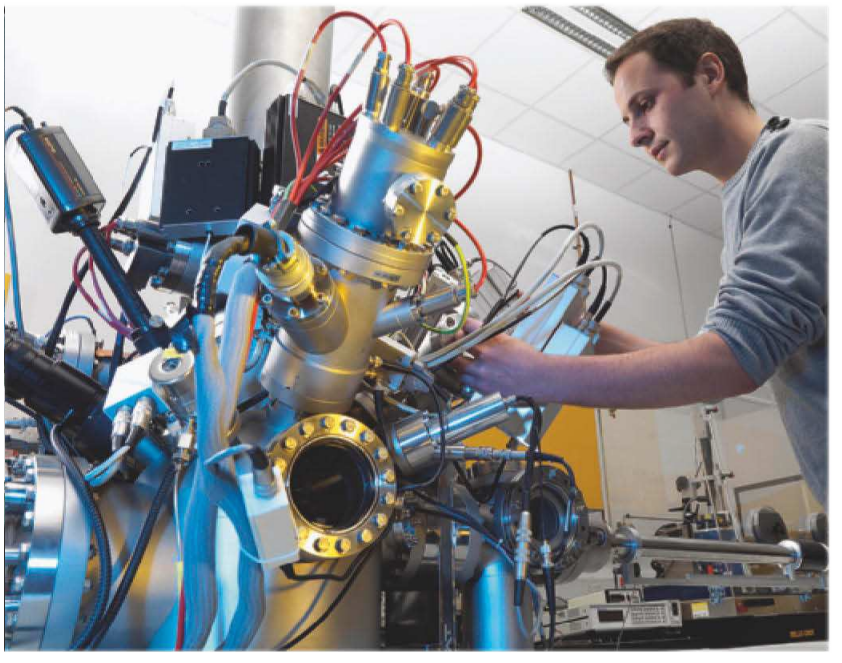
Valitaan positiivinen suunta samaksi kuin sähköisen voiman suunta. Skalaarimuodossa liikeyhtälö on

$$F_s - F_m = ma = 0$$
$$QE - QvB = 0.$$

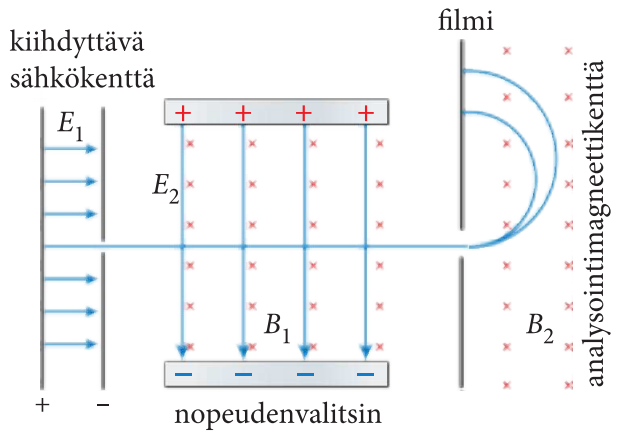
Tästä voidaan ratkaista nopeusehto suoraviivaisesti kulkeville varatuille hiukkasille

$$v = \frac{E}{B}.$$

Säätämällä sähkökentän voimakkuuden ja magneettivuon tiheyden arvoja, voidaan valita juuri tietyllä nopeudella liikkuvat varatut hiukkaset tulemaan suoraan ulos kentästä. Muilla nopeuksilla liikkuvat hiukkaset törmäävät nopeudenvalitsimen seiniin.



Ionien nopeus vakioidaan massaspektrometrissa nopeudenvalitsimella.



Massaspektrometrin toiminta perustuu kolmeen vaiheeseen: kiihdyttävä sähkökenttä, nopeusvalitsimessa ristikkäinen sähkö- ja magneettikenttä sekä analysointimagneettikenttä.

Massaspektrometrilla määritetään ionien massoja

Kemian tutkimuksessa eräs perusanalyysilaitteista on **massaspektrometri**. Sitä käytetään näytteen ionisoitujen molekyylien ja atomien massojen määrittämiseen. Massaspektrometrilla saadaan myös erotettua toisistaan saman alkuaineen eri isotoopit. Massaspektrometrin toiminta perustuu siihen, että magneettikentässä ionien ratojen säteet riippuvat suhteesta $\frac{m}{Q}$, sillä varatun hiukkasen radan säde homogeenisessa magneettikentässä on

$$r = \frac{mv}{QB} = \frac{m}{Q} \cdot \frac{v}{B}.$$

Tutkittava näyte höyrystetään ja sen atomit ja molekyylit ionisoidaan. Ionisoimattoman näytteen atomeja ei voida kiihdyttää sähkökentällä, eikä niiden rata kaarru magneettikentässä. Ionisoidun alkuaineen eri isotoopeilla on sama varaus, mutta eri massa, ja siten erottelu on mahdollista.

Ionien erottelu massaspektrometrilla sisältää kolme vaihetta

1. Ionit kiihdytetään sähkökentässä.
Kun ionit, joiden varaus on Q, kiihdytetään sähkökentässä kiihdytysjännitteellä U, ne saavat liike-energian työperiaatteen $\Delta E_k = W$ mukaisesti:

$$\frac{1}{2}mv^2 = QU.$$

Tästä voidaan ratkaista ionien nopeus $v = \sqrt{\frac{2QU}{m}}$.

2. Kiihdytetyistä ioneista poimitaan tietyllä nopeudella etenevät hiukkaset nopeudenvalitsimella.
Nopeudenvalitsin päästää läpi hiukkaset, jotka tulevat kohtisuorasti nopeudenvalitsimen magneettikenttään nopeudella

$$v = \frac{E_2}{B_1}.$$

3. Ionit kiertävät puoliympyrän muotoisen radan magneettikentässä.
Ionien rata magneettikentässä on tasaista ympyräliikettä, jonka radan säde on syklotroniliikkeen säde

$$r = \frac{mv}{QB_2}.$$

Sijoitetaan tähän nopeuden lauseke, jolloin saadaan

$$r = \frac{m\sqrt{\frac{2QU}{m}}}{QB_2} = \frac{\sqrt{2U}}{B_2} \cdot \sqrt{\frac{m}{Q}}.$$

Kenttä jakaa hiukkaset eri radoille suhteen $\sqrt{\frac{m}{Q}}$ mukaan.

Huomaa!

$$\sum \bar{F} = \bar{0}$$
$$F_s - F_m = 0$$
$$QE_2 - QvB_1 = 0$$
$$v = \frac{E_2}{B_1}$$

Huomaa!

$$\sum \bar{F} = m\bar{a}$$
$$QvB_2 = m\frac{v^2}{r}$$
$$r = \frac{mv}{QB_2}$$

Esimerkki 1 — Syklotroni

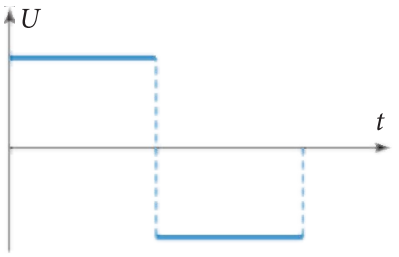
Syklotronin D-kappaleet ovat homogeenisessa magneettikentässä, jonka magneettivuon tiheys on 1,25 T.

a) Mikä on vaihtojännitteen taajuus, kun syklotronilla kiihdytetään protoneja?

b) Kuinka suuri protonien energia on niiden poistuessa syklotronista, kun D-kappaleiden säde on 35 cm?

Huomaa!

Yhden jakson aikana vaihtojännite saa sekä positiivisen että negatiivisen arvon.



Vaihtojännitteen taajuus on f.
Kierrostaajuus eli pyörimisnopeus on n.
Kulmanopeus $\omega = 2\pi n$.
Ratanopeus $v = \omega r$.
Vaihtojännitteen taajuus on tahdistettu hiukkasten kierrostaajuuteen, joten $f = \frac{\omega}{2\pi}$.

Yksikkötarkastelu

$$\frac{\text{As T}}{\text{kg}} = \frac{\text{C T}}{\text{kg}} = \frac{\text{C}\frac{\text{N}}{\text{C}\frac{\text{m}}{\text{s}}}}{\text{kg}} = \frac{\text{N}}{\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$= \frac{\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2}}{\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{1}{\text{s}} = \text{Hz}$$

Huomaa!

Vaihtojännitteen taajuus syklotronissa on vakio, koska hiukkasten kierrostaajuus ei syklotronissa riipu radan säteestä.

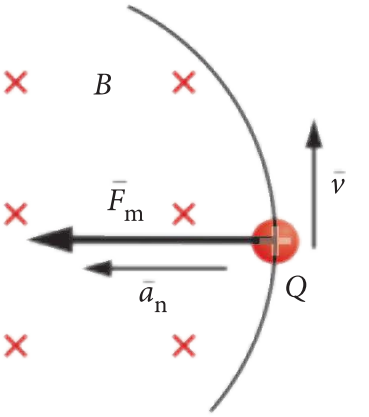
Ratkaisu

$Q_p = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$, $m_p = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg, $B = 1{,}25$ T,
$r = 35$ cm, $f = ?$, $E = ?$

a) Protoneihin vaikuttavan magneettisen voiman suuruus on $F_m = Q_p v B$. Voima on kohtisuorassa nopeusvektoria vastaan, joten dynamiikan peruslain $\sum \bar{F} = m\bar{a}$ mukaan, protonien liikeyhtälö on $F_m = ma_n$.

Siten $Q_p v B = m\frac{v^2}{r}$.

Ratkaistaan ratanopeus $v = \frac{Q_p B r}{m}$.



Jotta protonit kiihtyisivät syklotronissa, vaihtojännitteen taajuuden on oltava sama kuin protonien kierrostaajuus

$$f = \frac{\omega}{2\pi}.$$

Koska kulmanopeus on $\omega = \frac{v}{r}$, saadaan

$$\omega = \frac{\frac{Q_p B r}{m}}{r} = \frac{Q_p B}{m}.$$

Sijoitetaan kulmanopeus ω taajuuden yhtälöön, jolloin saadaan

$$f = \frac{\frac{Q_p B}{m}}{2\pi} = \frac{Q_p B}{2\pi m} = \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{As} \cdot 1{,}25\,\text{T}}{2\pi \cdot 1{,}673 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}}$$

$$= 19{,}050 \cdot 10^6\,\text{Hz} \approx 19\,\text{MHz}.$$

b) Protonin ratanopeus syklotronissa on $v = \omega r = 2\pi f r$, joten protonien nopeus on suurin, kun radan säde on suurin

$$v_{max} = 2\pi \cdot 19{,}050 \cdot 10^6\,\frac{1}{\text{s}} \cdot 0{,}35\,\text{m}$$

$$= 4{,}1893 \cdot 10^7\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 4{,}19 \cdot 10^7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Protonin maksimiliike-energia on siten

$$E_{kmax} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}673 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} \cdot \left(4{,}1893 \cdot 10^7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$= 1{,}4681 \cdot 10^{-12}\,\text{J} \approx 1{,}5 \cdot 10^{-12}\,\text{J}.$$

Vastaus

a) Vaihtojännitteen taajuus on 19 MHz.
b) Protonin energia on 1,5 pJ.

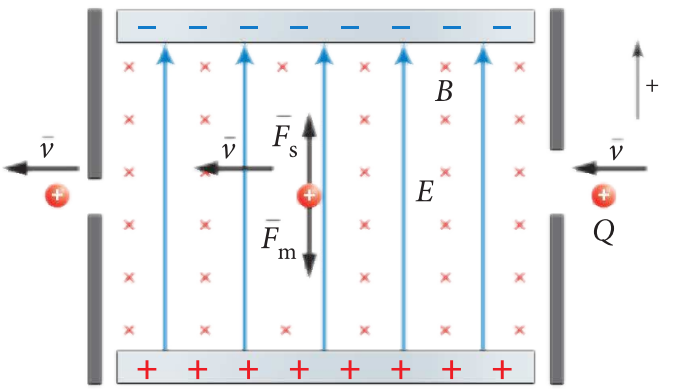
Esimerkki 2 — Nopeudenvalitsin

Protonisuihku ohjataan nopeudenvalitsimeen. Protonit tulevat kohtisuorasti toisiaan vastaan kohtisuorassa oleviin sähkö- ja magneettikenttään. Protonien nopeus, sähkökentän voimakkuus ja magneettivuon tiheys ovat kaikki kohtisuorassa toisiaan vastaan. Kun sähkökentän voimakkuuden suuruus on 2,6 kV/m ja magneettivuon tiheyden suuruus 35 mT, suihku kulkee suoraan kenttien läpi. Laske protonien nopeuden suuruus.

Ratkaisu

$E = 2{,}6\ \text{kV/m}, \quad B = 35\ \text{mT}, \quad v = ?$

Koska protonisuihku kulkee suoraan, protoniin vaikuttavat sähköinen ja magneettinen voima ovat yhtä suuria, mutta vastakkaissuuntaisia. Valitaan positiiviseksi suunnaksi sähköisen voiman suunta.



Dynamiikan peruslain $\sum \bar{F} = m\bar{a}$ mukaan tasapainotilanteessa

$$\bar{F}_\text{s} - \bar{F}_\text{m} = \bar{0}.$$

Skalaarimuodossa saadaan

$$F_\text{s} - F_\text{m} = 0$$

$$QE - QvB = 0.$$

Tästä voidaan ratkaista suoraan kulkevien protonien nopeuden suuruus

$$v = \frac{E}{B}$$

$$= \frac{2{,}6 \cdot 10^3\ \frac{\text{V}}{\text{m}}}{35 \cdot 10^{-3}\ \text{T}}$$

$$= 7{,}4286 \cdot 10^4\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 7{,}4 \cdot 10^4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vastaus

Protonien nopeuden suuruus on $74\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$.

Tiivistelmä

- Syklotroni on hiukkaskiihdytin.
- Nopeudenvalitsimesta poistuvilla varatuilla hiukkasilla on vakionopeus.
- Massaspektrometrilla määritetään molekyylien ja atomien massoja.

Perustehtävät

42. Varattu hiukkanen on joko sähkö- tai magneettikentässä.

a) Piirrä voimakuvio, kun varatun hiukkasen nopeutta halutaan muuttaa.

b) Piirrä voimakuvio, kun varatun hiukkasen liikesuuntaa halutaan muuttaa.

c) Anna esimerkkejä, miten sähkö- ja magneettikenttiä käytetään kiihdytintekniikassa.

43. Mihin perustuu nopeudenvalitsimen toiminta?

44. Millainen syklotronin rakenne on?

45. **a)** Miksi syklotronin sähkökentän suuntaa on vaihdettava jaksollisesti?

b) Millaisen syklotronin vaihtojännitteen taajuuden on oltava?

46. Positiivisten ionien suihku ohjataan kohtisuorasti toisiaan vastaan kohtisuorassa oleviin sähkö- ja magneettikenttiin. Ionien nopeus, sähkökentän voimakkuus ja magneettivuon tiheys ovat kaikki kohtisuorassa toisiaan vastaan. Kun sähkökentän voimakkuus on 2,6 kV/m ja magneettivuon tiheys 35 mT, suihku kulkee suoraan kenttien läpi. Laske ionien nopeus. Esim. 2

47. Syklotronilla kiihdytetään deuteroneja. Kun hiukkasten uloimman radan säde on 0,45 m, niiden liike-energia on 9,6 MeV. Laske

a) kiihdytysjännitteen taajuus ja

b) hiukkasten ratatasoa vastaan kohtisuoran magneettikentän magneettivuon tiheys. (Yo syksy 2004, teht. 14) Esim. 1

Huomaa. Deuteroni on vetyatomin isotooppi. Sen tiedot löytyvät taulukosta.

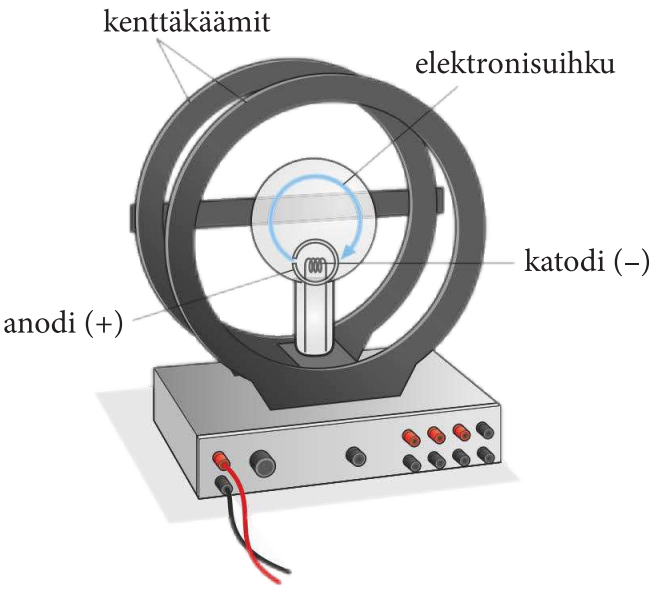
48. Kuvassa laitteen keskellä sijaitsevan lasikuvun sisällä on pienipaineista heliumkaasua sekä elektronitykki, joka kiihdyttää elektroneja sähkökentän avulla. Kun elektronisuihku osuu heliumatomeihin, vapautuu vihreää valoa. Valojuova ilmaisee siten elektronisuihkun radan. Kuvun ympärillä olevilla käämeillä saadaan aikaan elektronisuihkuun nähden kohtisuora homogeeninen magneettikenttä.

a) Mikä on elektronitykin toimintaperiaate?

b) Piirrä kuvan tilanteessa magneettikenttä ja elektronisuihkun rata siihen. Merkitse kuvaan elektronin nopeus.

c) Miksi elektronisuihku asettuu ympyräradalle?

d) Miten elektronisuihkun rata muuttuu, kun kiihdytysjännitettä kasvatetaan ja magneettivuon tiheys pidetään vakiona? Perustele.

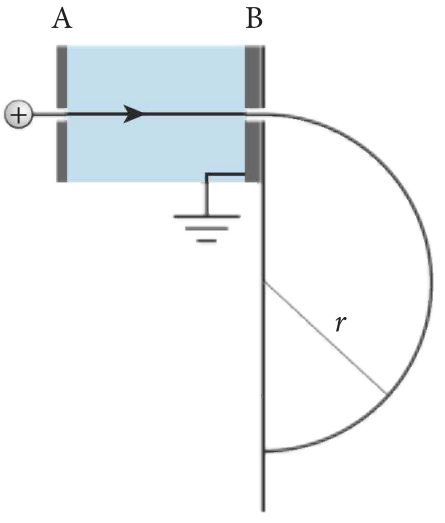


Soveltavat tehtävät

49. Alfahiukkasia (He^{2+}) kiihdytetään tyhjiössä van de Graaffin kiihdyttimellä. Jännitteellä 2,1 MV kiihdytetty α-hiukkassuihku osuu kohtisuorasti homogeeniseen magneettikenttään, jossa sen suunta muuttuu 90° siten, että hiukkasten ratakäyrän säde on 1,0 m. Kuinka suuri on magneettikentän magneettivuon tiheys?
(Yo kevät 2004, teht. 7)

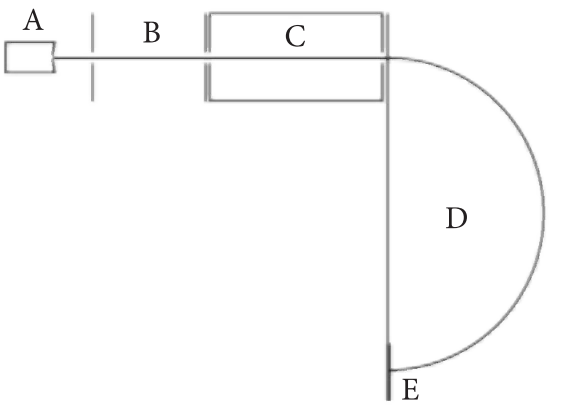
50. Jännitteellä 120 kV kiihdytettyjen $^{40}Ar^{3+}$-ionien halutaan kulkevan suuntaansa muuttamatta nopeusvalitsimen läpi. Kuinka suuri täytyy valitsimen sähkökentän voimakkuuden olla, jos sähkökenttää vastaan kohtisuoran magneettikentän magneettivuon tiheys on 35 mT? Piirrä kuvio.
(Yo kevät 2010, teht. 12 d)

51. Kiihdyttimestä tulevan $^{12}C^{+}$-ionisuihkun ionien energia on 65 keV. Ionit hidastetaan metallilevyjen A ja B välisellä sähkökentällä (kuva) sellaiseen nopeuteen, että niiden puoliympyrän muotoisen radan säde magneettikentässä ($B = 0{,}147$ T) on 48 cm. Kuinka suuri on levyn A potentiaali, kun levyn B potentiaali on 0 V? Piirrä kuvio, josta ilmenee sähkökentän ja magneettikentän suunta.
(Yo kevät 2006, teht. 8)



52. **a)** Massaspektrometrin toimintaperiaate on pääpiirteittäin oheisen kaavion mukainen. Selitä kuvaan merkittyjen osien toiminta ionilähteestä A alkaen. Piirrä kaavio, josta ilmenevät tarvittavien sähkö- ja magneettikenttien suunnat.

b) Tutkittaessa tinaa massaspektrometrilla todettiin $^{114}Sn^{+}$- ja $^{115}Sn^{+}$-ionien osumakohtien etäisyydeksi valokuvauslevyllä 10,2 mm. Laske analysoivan magneettikentän magneettivuon tiheys, kun osassa C (kuvio) sähkökentän voimakkuus on 28,6 kV/m ja magneettivuon tiheys 0,110 T. (Yo kevät 1990, teht. 9)



53. Elektronisuihku ohjataan alueeseen, jossa on sekä sähkökenttä että magneettikenttä. Sähkökentän voimakkuuden suuruus on 2,5 kV/m ja magneettivuon tiheyden suuruus on 36 mT.

a) Piirrä kuvio kenttien sijoittumisesta toisiinsa nähden, kun elektronisuihku etenee suoraan. Piirrä elektronisuihku kuvaan.

b) Laske elektronien nopeus.

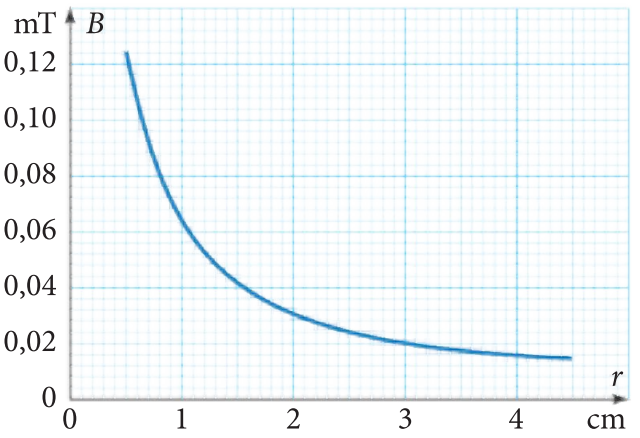
c) Millainen elektronien rata olisi, jos elektronisuihku ohjattaisiin
1° vain magneettikenttään tai
2° vain sähkökenttään?

54. Ensimmäisessä rakentamassaan syklotronissa vuonna 1931 Ernest Orlando Lawrence käytti magneettia, jolla hän sai aikaan 0,35 T:n suuruisen magneettivuon tiheyden. Kiihdytyskammion säde oli 11,4 cm.

a) Kuinka suuri oli tällä syklotronilla kiihdytettyjen protonien energia?

b) Kuinka suuri oli syklotronin kiihdytysjännitteen taajuus? (Yo syksy 2007, teht. 11)

5 Magneettikenttä kohdistaa virtajohtimeen voiman



Magneettivuon tiheys suoran virtajohtimen ympärillä on kääntäen verrannollinen etäisyyteen virtajohtimesta.

Suoran virtajohtimen magneettikentän magneettivuon tiheyden suuruus

$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$,

jossa

I on johtimessa oleva sähkövirta,

r *on* etäisyys johtimesta ja

μ_0 on tyhjiön permeabiliteetti.

Suoran virtajohtimen magneettikentän magneettivuon tiheyden suuruus

Kun mitataan magneettivuon tiheyden arvo eri etäisyyksillä virtajohtimesta, saadaan kuvaajan osoittama tulos. Magneettivuon tiheyden suuruus on kääntäen verrannollinen etäisyyteen virtajohtimesta.

Kokeellinen tulos voidaan yleistää koskemaan mitä tahansa suoraa virtajohdinta. Suoran virtajohtimen magneettikentän magneettivuon tiheyden suuruus saadaan kaavalla

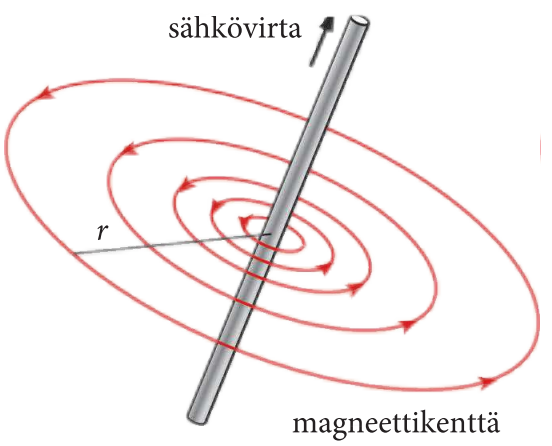
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r},$$

jossa I on johtimessa oleva sähkövirta, r etäisyys johtimesta ja μ_0 on tyhjiön permeabiliteetti.

Permeabiliteetti μ kuvaa väliaineen vaikutusta magneettikenttään aivan kuten permittiivisyys ε kuvaa väliaineen vaikutusta sähkökenttään. Tyhjiön permeabiliteetin arvo on $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}$

Suoran virtajohtimen magneettikentän magneettivuon tiheyden suuruus riippuu johtimessa kulkevan sähkövirran suuruudesta ja johtimen etäisyydestä.

- Kun sähkövirta kasvaa, magneettivuon tiheyden suuruus kasvaa eli magneettikenttä voimistuu.
- Kun etäisyys kasvaa, magneettivuon tiheyden suuruus pienenee eli magneettikenttä heikkenee.



Suoran virtajohtimen magneettikenttä heikkenee, kun etäisyys johtimesta kasvaa. Magneettikentän heikkeneminen osoitetaan kuvassa kenttäviivojen harvenemisena.

Magneettikentässä olevaan virtajohtimeen kohdistuvan magneettisen voiman suuruus

Jos magneettikentässä olevaan johtimeen kytketään sähkövirta, johdin saattaa liikahtaa sivusuunnassa. Magneettikenttä aiheuttaa johtimeen kohdistuvan voiman, kun johtimessa on sähkövirta.

Koska sähkövirta metallijohtimessa on elektronien liikettä, virtajohtimeen kohdistuva voima voidaan selittää elektronien ja magneettikentän välisen vuorovaikutuksen avulla.

Tarkastellaan magneettikenttää vastaan kohtisuorassa olevan johtimen osaa, jonka pituus on l ja jossa olevien vapaiden elektronien yhteisvaraus on Q. Käytetään tarkastelussa mallia, jossa kaikki elektronit liikkuvat vakionopeudella samaan suuntaan.

Johtimessa etenevään yhteen elektroniin kohdistuvan magneettisen voiman suuruus on $F_{me} = Q_e vB$. Johtimen tarkasteltavassa osassa oleviin elektroneihin kohdistuva kokonaisvoiman suuruus on $F_m = QvB$, jossa $Q = nQ_e$ eli kokonaisvaraus. Kun kaikki nämä elektronit kulkevat johtimen poikkipinnan läpi ajassa Δt, johtimen sähkövirta on $I = \frac{Q}{\Delta t}$, ja elektronien kokonaisvaraus voidaan esittää muodossa $Q = I\Delta t$. Samalla jokainen elektroni etenee matkan l ja elektronien nopeus on $v = \frac{l}{\Delta t}$.

Kun kokonaisvarauksen ja nopeuden lausekkeet sijoitetaan voiman yhtälöön, saadaan magneettikentän johtimeen kohdistamaksi voiman suuruudeksi $F_m = QvB = I\Delta t \frac{l}{\Delta t} B = IlB$.

Sähkövirran suunta on positiivisen varauksen liikesuunta, joten voiman suunta saadaan **virtajohtimen oikean käden säännöllä** samaan tapaan kuin liikkuvan varatun hiukkasen tapauksessa. Kun etusormi osoittaa sähkövirran suuntaan ja keskisormi magneettivuon tiheyden suuntaan, peukalo osoittaa magneettisen voiman suuntaan.

Magneettikentän voimavaikutus virtajohtimeen

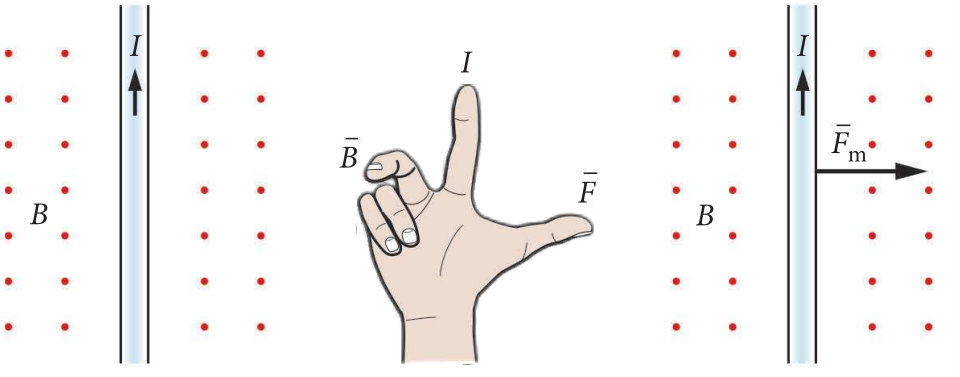
Magneettikenttä vaikuttaa sitä vastaan kohtisuoraan virtajohtimeen voimalla, jonka suuruus on

$F_m = I\ell B$.

I on virtajohtimessa oleva sähkövirta,
ℓ on johtimen pituus ja
B on magneettivuon tiheyden suuruus.

Virtajohtimeen kohdistuvan magneettisen voiman suunnan määrittäminen

1. Tilanne **2. Oikea käsi** **3. Voima**



Virtajohdin on magneettikentässä, jonka magneettivuon tiheys on $\bar{B}$.

Kaksi kevyttä yhdensuuntaista virtajohdinta.

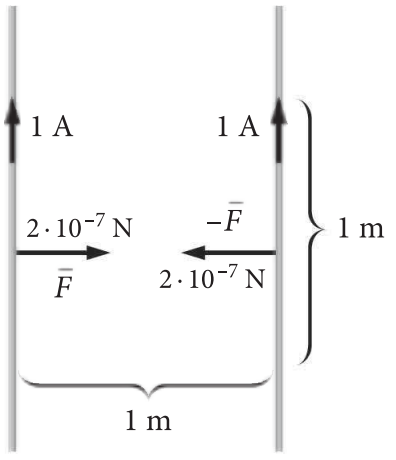
Yhdensuuntaisten virtajohtimien välinen vuorovaikutus

Suora virtajohdin vaikuttaa toisen yhdensuuntaisen virtajohtimen osaan voimalla, jonka suuruus on

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} \ell,$$

ℓ on johtimen osan pituus,
r on johdinten välinen etäisyys,
I_1 ja I_2 ovat johtimissa olevat sähkövirrat ja
μ_0 on tyhjiön permeabiliteetti.

Sähkövirran yksikön määritelmä



Yhden ampeerin suuruinen sähkövirta on sellainen ajallisesti muuttumaton sähkövirta, joka kahdessa yhdensuuntaisessa, äärettömän pitkässä ja ohuessa johtimessa saa aikaan johtimien välille $2 \cdot 10^{-7}$ N suuruisen voiman johtimen metrin pituutta kohti. Johtimien poikkileikkaus on ympyrä, ja johtimet ovat 1 metrin etäisyydellä toisistaan tyhjiössä.

Virtajohtimien välinen vuorovaikutus

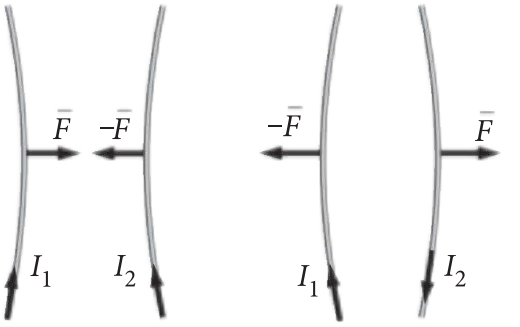
Kun kaksi kevyttä johdinta on lähekkäin, johtimet liikkuvat, kun niihin kytketään sähkövirta. Johtimet kohdistavat toisiinsa voiman.

Kun johtimessa on sähkövirta, johtimen ympärillä on magneettikenttä. Lähekkäin olevat johtimet ovat toistensa magneettikentässä, ja magneettikentässä olevaan virtajohtimeen vaikuttaa voima. Virtajohtimien välinen vuorovaikutus on siis magneettista vuorovaikutusta.

Kokeellisesti on havaittu, että sähköjohtimien välinen vuorovaikutus voimistuu, kun sähkövirrat johtimissa kasvavat. Vuorovaikutus on voimakkaampi myös, jos johtimet ovat pidemmät. Toisaalta vuorovaikutus heikkenee, jos johtimet siirretään kauemmaksi toisistaan. Nämä kokeelliset havainnot voidaan yhdistää yhtälöksi

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} l.$$

Permeabiliteetti μ kuvaa väliaineen vaikutusta magneettikenttään aivan kuten permittiivisyys ε kuvaa väliaineen vaikutusta sähkökenttään. Tyhjiön permeabiliteetin arvo on $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N/A^2}$.

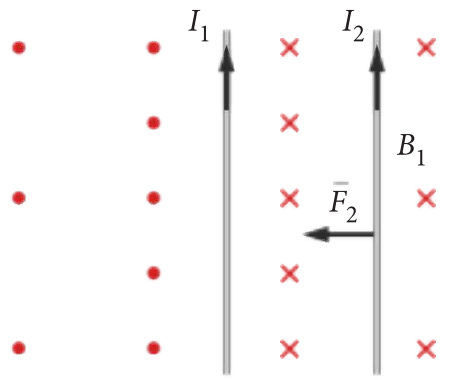


Jos sähkövirrat yhdensuuntaisissa johtimissa ovat samaan suuntaan, johtimet vetävät toisiaan puoleensa. Johtimiin vaikuttavat voimat ovat Newtonin III lain mukaisesti yhtä suuret, mutta vastakkaissuuntaiset. Jos sähkövirtojen suunnat ovat vastakkaiset, johtimet hylkivät toisiaan.

Sähkövirran yksikön määrittely

Sähkövirran suuruus voidaan mitata yhdensuuntaisten virtajohtimien välistä vuorovaikutus tutkimalla. Herkillä laitteilla johtimien välinen voima voidaan mitata riittävän tarkasti, ja tästä voidaan selvittää johtimen sähkövirta, jos sähkövirta on yhtä suuri molemmissa johtimissa. Tätä tietoa käytetään sähkövirran SI-yksikön ampeerin määrittelemiseen.

Vaikka sähkövaraus on fysikaalisesti kaikkien sähköisten ilmiöiden aiheuttaja, sähkövirta on valittu sähköopin perussuureeksi SI-järjestelmässä. Sähkövirta voidaan mitata helpommin ja tarkemmin kuin sähkövaraus.



Johtimen 1 synnyttämän magneettikentän magneettivuon tiheys johtimen 2 kohdalla on $\bar{B}_1$.

Extra: Suoran virtajohtimen magneettikentän magneettivuon tiheyden lausekkeen johto

Suoran virtajohtimen magneettikentän magneettivuon tiheyden lauseke saadaan selville tarkastelemalla kahta virtajohdinta 1 ja 2, joissa on sähkövirrat I_1 ja I_2. Tarkastellaan seuraavassa johdinta 2 johtimen 1 magneettikentässä.

Johtimien välisestä vuorovaikutuksesta seuraa johtimeen 2 vaikuttavan voiman suuruus on

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} l.$$

Toisaalta tiedetään, että magneettikentässä olevaan johtimeen vaikuttavan voiman suuruus on $F = IlB$, kun johtimessa on sähkövirta I.

Merkitään johtimen 1 synnyttämän magneettikentän magneettivuon tiheyttä johtimen 2 kohdalla symbolilla B_1. Tällöin johtimeen 2 vaikuttavan voiman suuruus on

$$F_2 = I_2 l B_1.$$

Nämä voimat ovat yhtä suuria, joten

$$\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} l = I_2 l B_1.$$

Kun yhtälö jaetaan puolittain sähkövirralla I_2 ja pituudella l, saadaan

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1}{r}.$$

Esimerkki 1 — Magneettivuontiheyden laskeminen

Vastuslangassa on 8,2 A:n sähkövirta. Laske magneettivuon tiheyden suuruus 0,60 metrin etäisyydellä johtimesta.

Ratkaisu

$I = 8{,}2\ \text{A}, \quad r = 0{,}60\ \text{m}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{N}}{\text{A}^2}, \quad B = ?$

Virtajohtimen magneettikentän magneettivuon tiheyden suuruus etäisyydellä r on

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}.$$

Sijoitetaan lukuarvot

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{2\pi} \cdot \frac{8{,}2\ \text{A}}{0{,}60\ \text{m}}$$
$$= 2{,}7333 \cdot 10^{-6}\ \text{T} \approx 2{,}7 \cdot 10^{-6}\ \text{T}.$$

Vastaus

Magneettivuon tiheyden suuruus on $2{,}7 \cdot 10^{-6}$ T.

Esimerkki 2 — Magneettikentässä olevaan virtajohtimeen vaikuttavan voiman suuruus ja suunta

Vaakasuora virtajohdin, jonka pituus on 0,50 m, on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan. Sähkövirta johtimessa on 1,7 A, ja magneettivuon tiheyden suuruus on 2,9 μT. Magneettikentän suunta on katsojasta poispäin.

a) Kuinka suuri magneettinen voima johtimeen vaikuttaa?

b) Mihin suuntaan magneettinen voima osoittaa, kun sähkövirta on vasemmalle?

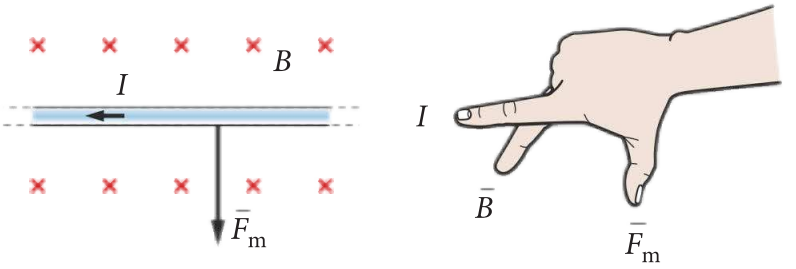
Ratkaisu

$l = 0{,}50$ m, $I = 1{,}7$ A, $B = 2{,}9$ μT, $F = ?$, voiman suunta?

a) Virtajohtimeen vaikuttavan voiman suuruus saadaan yhtälöstä $F_m = IlB$, jossa I on virtajohtimen sähkövirta, l on johtimen pituus ja B on magneettivuon tiheyden suuruus. Sijoitetaan annetut lukuarvot, jolloin saadaan

$$F_m = 1{,}7\ \text{A} \cdot 0{,}50\ \text{m} \cdot 2{,}9 \cdot 10^{-6}\ \text{T}$$
$$= 2{,}465 \cdot 10^{-6}\ \text{N} \approx 2{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{N}.$$

b) Voiman suunta voidaan päätellä oikean käden säännöllä.



Esimerkin tilanteessa voima osoittaa alaspäin.

Vastaus

a) Voiman suuruus on 2,5 μN.

b) Voiman suunta on alaspäin.

Esimerkki 3 — Sähkövirran laskeminen, kun magneettivuon tiheys tunnetaan

Maan magneettikentän magneettivuon tiheys on noin 50 μT. Kuinka suuri sähkövirta johtimessa pitäisi olla, jotta magneettivuon tiheys metrin päässä johtimesta olisi yhtä suuri kuin Maan magneettikentän magneettivuon tiheys?

Ratkaisu

$B = 50$ μT, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \dfrac{\text{N}}{\text{A}^2}$, $I = ?$

Suoran virtajohtimen magneettikentän magneettivuon tiheyden suuruus etäisyydellä r on

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}.$$

Ratkaistaan sähkövirta I

$$I = \frac{2\pi r B}{\mu_0}.$$

Sijoitetaan lukuarvot

$$I = \frac{2\pi \cdot 1{,}0\ \text{m} \cdot 50 \cdot 10^{-6}\ \text{T}}{4\pi \cdot 10^{-7}\ \dfrac{\text{N}}{\text{A}^2}} = 250\ \text{A}.$$

Vastaus

Sähkövirran pitäisi olla 250 A.

Esimerkki 4 — Virtajohtimien välinen vuorovaikutus

Kahden yhdensuuntaisen johtimen välinen etäisyys on 0,052 m. Johtimissa on samansuuruinen sähkövirta vastakkaisiin suuntiin. Johtimien toisiinsa kohdistamien voimien suuruudeksi mitattiin $2{,}56 \cdot 10^{-4}$ N. Johtimien pituus on 1,05 m. Kuinka suuri sähkövirta johtimissa on?

Ratkaisu

$r = 0{,}052$ m, $F = 2{,}56 \cdot 10^{-4}$ N, $l = 1{,}05$ m,

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}$, $I = ?$

Yhdensuuntaisiin sähköjohtimiin kohdistuvien voimien suuruus saadaan yhtälöstä

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} l .$$

Koska johtimien sähkövirrat ovat yhtä suuret $I_1 = I_2$, on

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{r} l .$$

Ratkaistaan sähkövirta I

$$I = \sqrt{\frac{2\pi r F}{\mu_0 l}}$$

ja sijoitetaan annetut lukuarvot ja tyhjiön permeabiliteetti μ_0, joka on likimain yhtä suuri kuin ilman permeabiliteetti,

$$I = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 0{,}052\ \mathrm{m} \cdot 2{,}56 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{N}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2} \cdot 1{,}05\ \mathrm{m}}}$$
$$= 7{,}9618\ \mathrm{A} \approx 8{,}0\ \mathrm{A}.$$

Vastaus

Johtimissa on 8,0 A:n sähkövirta.

Yksikkötarkastelu

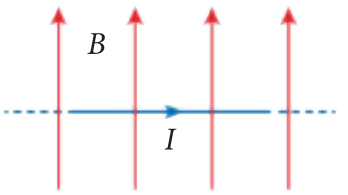
$$\sqrt{\frac{\mathrm{m\ N}}{\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}\ \mathrm{m}}} = \sqrt{\mathrm{A}^2} = \mathrm{A}$$

Tiivistelmä

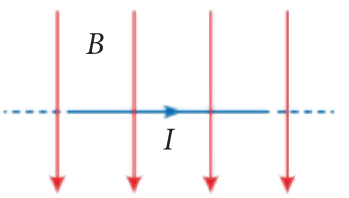
- Virtajohtimen magneettivuon tiheyden suuruus on kääntäen verrannollinen etäisyyteen virtajohtimesta $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$.
- Magneettikentässä olevaan virtajohtimeen kohdistuvan magneettisen voiman suuruus $F_\mathrm{m} = IlB$.
- Suora virtajohdin vaikuttaa toisen yhdensuuntaisen virtajohtimen osaan voimalla, jonka suuruus on $F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1\ I_2}{r} l$.

Perustehtävät

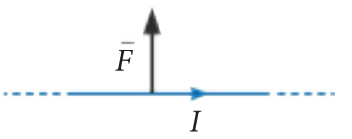
55. Kuvissa pitkä suora virtajohdin on homogeenisessa magneettikentässä.
Mikä on virtajohtimeen kohdistuvan voiman suunta
a) kuvassa 1 ja **b)** kuvassa 2?
Mikä on magneettivuon tiheyden suunta kuvassa
c) 3 ja **d)** kuvassa 4?
Mikä on sähkövirran suunta
e) kuvassa 5 ja **f)** kuvassa 6?



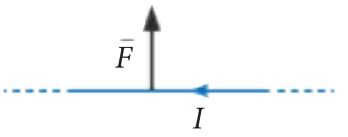
Kuva 1



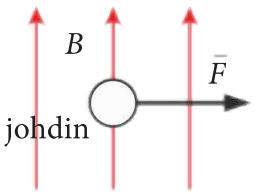
Kuva 2



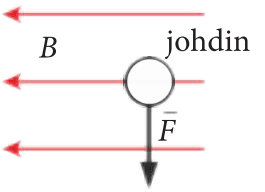
Kuva 3



Kuva 4



Kuva 5

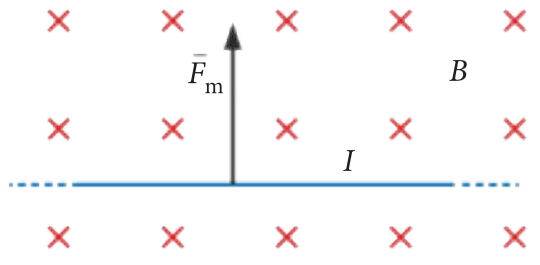


Kuva 6

56. Virtajohtimessa on 1,3 A:n sähkövirta. Laske, kuinka suuri magneettivuon tiheyden suuruus on 0,32 m:n päässä johtimesta. Esim. 1

57. Vaakasuora virtajohdin, jonka pituus on 1,20 m, on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan. Sähkövirta johtimessa on 0,95 A, ja magneettivuon tiheys on 1,2 µT. Kuinka suuri voima johtimeen vaikuttaa? Esim. 2

58. Pitkä suora virtajohdin on paikallaan homogeenisessa magneettikentässä kuvan mukaisesti. Johtimessa sähkövirran voimakkuus on 35 A. Johtimen 55 cm:n pituiseen osaan vaikuttaa 19 mN:n suuruinen magneettinen voima kuvan mukaisesti.
a) Minkä suuntainen sähkövirta on johtimessa?
b) Kuinka suuri magneettikentän magneettivuon tiheys on? Esim. 2



59. U-magneetin sisällä on homogeeninen magneettikenttä, jonka magneettivuo on 32 µWb. Homogeenisen magneettikentän leveys, korkeus ja syvyys ovat 4,0 cm. Sähkövirran avulla yritetään saada kevyt alumiinijohdin leijumaan magneettikentässä. Johtimen pituus on 4,0 cm ja massa 0,17 g.
a) Piirrä kuvio U-magneetista ja johtimesta sekä johtimeen vaikuttavista voimista.
b) Kuinka suuri sähkövirta johtimessa pitää olla? Esim. 2

60. Kaksi yhdensuuntaista pitkää suoraa virtajohdinta on asetettu 5,0 cm:n etäisyydelle toisistaan. Molemmissa johtimissa on samansuuntainen 25 A:n sähkövirta.
Piirrä kuva, josta ilmenee
a) kummankin johtimen muodostama magneettikenttä.
b) johtimien toisiinsa kohdistamien voimien suunnat.
c) Kuinka suurella voimalla johtimien 1 metrin pituiset osat vaikuttavat toisiinsa? Esim. 4

Soveltavat tehtävät

61. ”Suorat virtajohtimet vetävät toisiaan puoleensa, jos niissä olevat sähkövirrat ovat samansuuntaiset.” Päättele tulos käyttämällä hyväksi suoran virtajohtimen muodostaman magneettikentän ja magneettikentän johtimeen aiheuttaman voiman lakeja.

62. Vaakasuora 12 cm pitkä alumiinitanko riippuu kevyiden johtimien varassa U-magneetin magneettikentässä. Johtimet asettuvat 3,5°:en kulmaan pystytasosta mitattuna, kun johtimen sähkövirta on 4,5 A. Alumiinitangon massa on 15 g. Kuinka suuri magneetin magneettivuon tiheys on?

63. Magneettivuon tiheyttä mitattiin eri etäisyyksillä johtimesta ja saatiin seuraavat tulokset. Piirrä kuvaaja $\frac{1}{r}$, B-koordinaatistoon ja määritä sen avulla johtimen sähkövirta.

r (cm)	B (mT)
0,5	0,110
0,7	0,102
1,0	0,063
1,3	0,053
1,8	0,035
2,0	0,031
2,5	0,022
3,0	0,019
3,5	0,017
4,5	0,015

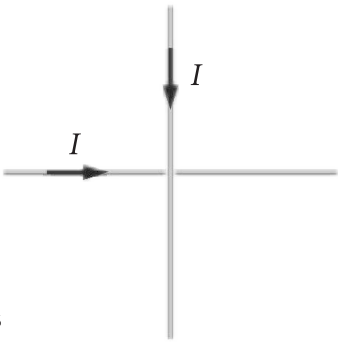
64. Kaksi suoraa 1,2 metrin pituista virtajohdinta on 0,23 m:n etäisyydellä toisistaan. Johtimessa 1 on 1,2 A:n sähkövirta ja johtimessa 2 sähkövirta on 0,95 A. Kuinka suurella voimalla virtajohdin 1 vaikuttaa virtajohtimeen 2? Entä virtajohdin 2 virtajohtimeen 1?

65. Kahdessa yhdensuuntaisessa johtimessa, jotka ovat 32 cm:n päässä toisistaan, on 1,3 A:n ja 1,7 A:n sähkövirrat. Virtojen suunnat ovat vastakkaiset. Laske magneettivuon tiheyden suuruus

a) johtimien puolivälissä

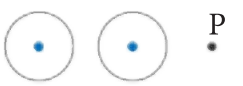
b) johtimien välissä 12 cm:n päässä johtimesta, jossa on 1,3 A:n sähkövirta.

66. Kahdessa pitkässä suorassa johtimessa on yhtä suuret sähkövirrat. Johtimet ovat lähekkäin, mutta eivät koske toisiaan. Johtimet ovat kohtisuorassa kuvan osoittamalla tavalla. Missä kohdissa magneettivuon tiheys on nolla?

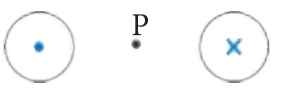


67. Kuvan tilanteissa A, B, C ja D kahdessa johtimessa on 1 A:n sähkövirta joko paperista ulospäin ⊙ tai paperin sisälle ⊗. Mihin suuntaan osoittaa magneettivuon tiheys pisteessä P?

A)

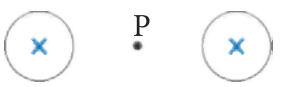


B)

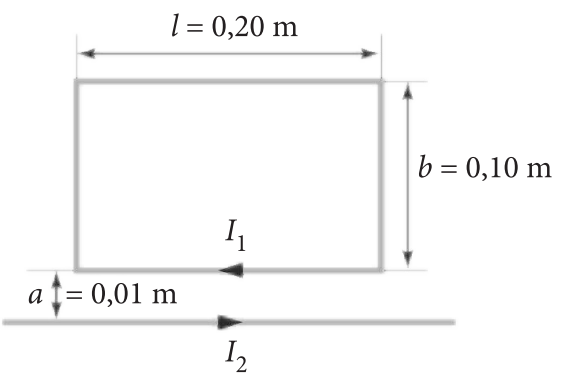


C)

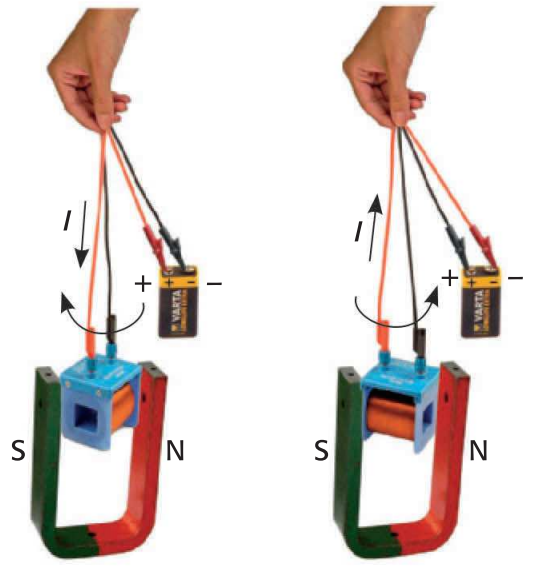
D)



68. Suorakulmainen johdinsilmukka ja virtajohdin ovat samassa tasossa. Johdinsilmukassa on 1,0 A:n sähkövirta ja johtimessa 0,70 A:n sähkövirta. Laske silmukkaan vaikuttavan voiman suuruus.



6 Sähkömoottorin käämi on magneettikentässä



Kun käämiin kytketään sähkövirta, käämistä tulee sähkömagneetti. Kestomagneetti ja sähkömagneetti vuorovaikuttavat keskenään.

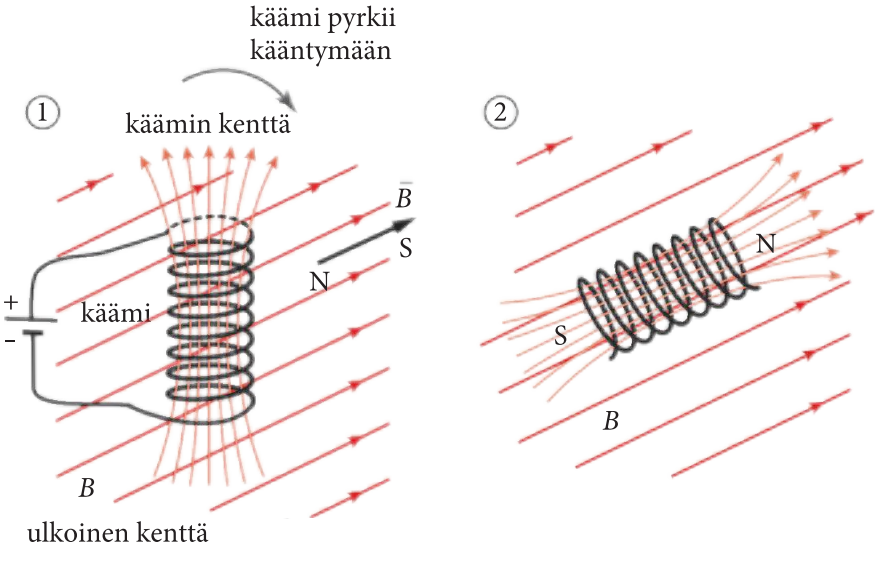
Johdinsilmukkaan vaikuttaa magneettikentässä momentti

Monissa koneissa on sähkömoottori. Esimerkiksi vatkaimissa, pyykinpesukoneissa ja monissa muissa kodinkoneissa on **sähkömoottori**.

Viereinen kuva esittää sähkömoottoreiden yksinkertaistettua rakennetta: käämi, jossa on tasavirta, kääntyy magneettikentässä. Kun käämissä on tasavirta, käämistä tulee sähkömagneetti. Kestomagneetin ja käämin magneettisesta vuorovaikutuksesta seuraa, että silmukka pyrkii kääntymään siten, että sen magneettikentän kenttäviivat ovat samansuuntaiset kuin kestomagneetin magneettikentän kenttäviivat. Tämä ilmiö vastaa sitä, kun kompassineula kääntyy magneettikentässä kentän suuntaisesti. Käämin kääntyminen voidaan selittää tarkastelemalla käämin johdinsilmukoihin kohdistuvien voimien momenttia.

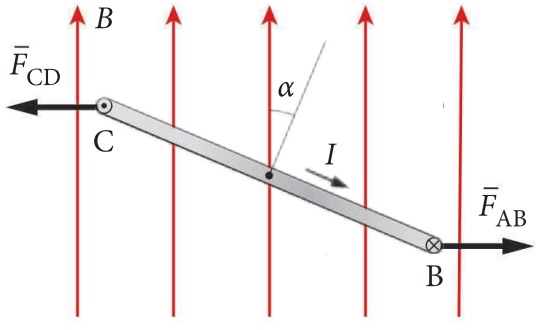
Magneettiset voimat aiheuttavat virtasilmukkaan vaikuttavan momentin $M = ABI \sin\alpha$, jossa A on virtasilmukan poikkipinta-ala, B on ulkoisen magneettikentän magneettivuon tiheyden suuruus, I on virtasilmukan sähkövirta ja α on virtasilmukan normaalin ja ulkoisen magneettikentän välinen kulma.

Käämi koostuu yksittäisistä johdinsilmukoista, joita on N kappaletta. Käämiin vaikuttava momentti on N-kertainen.



Kestomagneetin ja käämin magneettisesta vuorovaikutuksesta seuraa, että silmukka pyrkii kääntymään siten, että sen magneettikentän kenttäviivat ovat samansuuntaiset kuin kestomagneetin magneettikentän kenttäviivat.

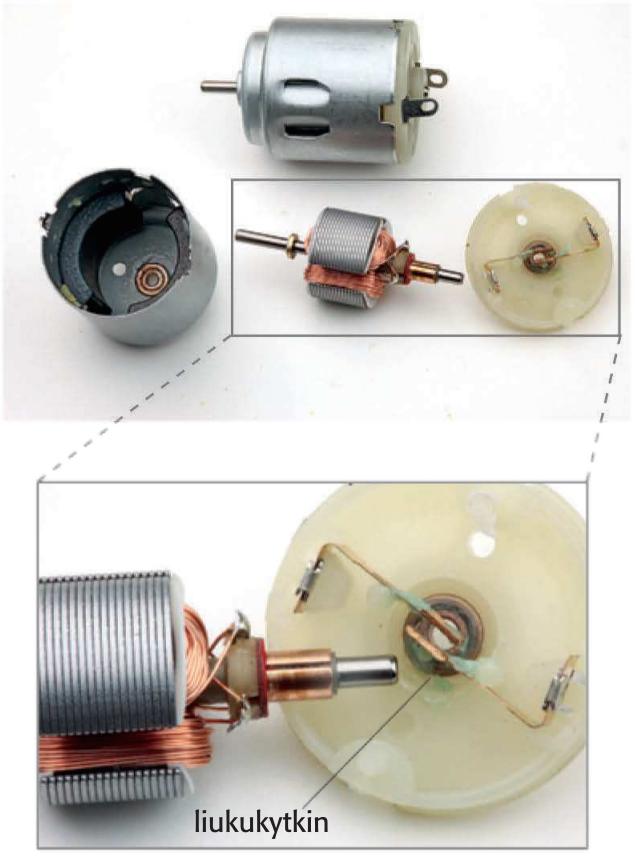
Magneettikentässä olevaan käämiin vaikuttava momentti



$M = NABI \sin\alpha$,

jossa

N on käämin kierrosten lukumäärä,
A on käämin poikkipinta-ala,
B on ulkoisen magneettikentän magneettivuon tiheyden suuruus,
I on käämin sähkövirta ja
α on virtasilmukan normaalin ja ulkoisen magneettikentän välinen kulma.

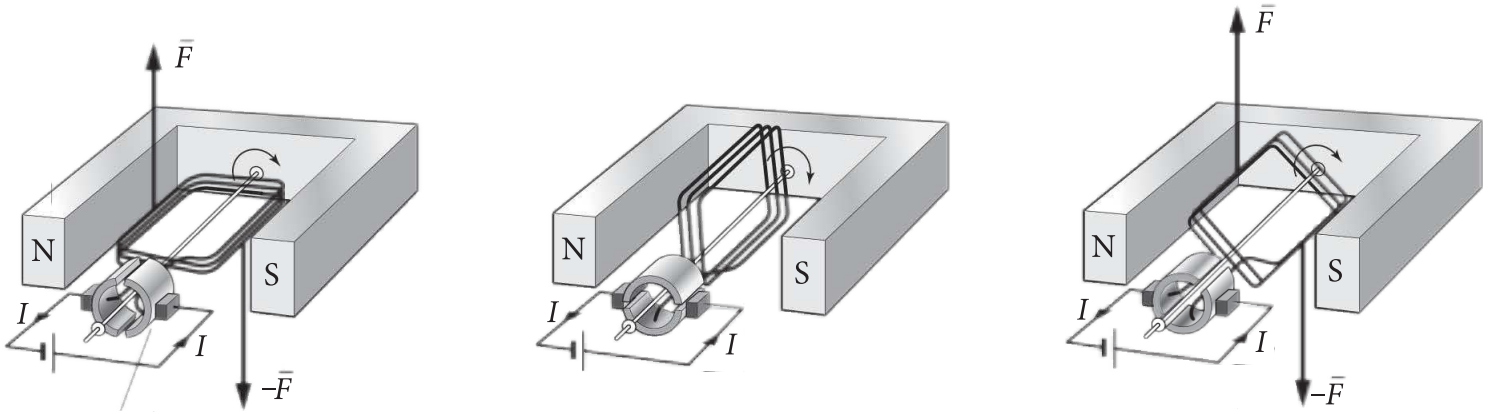


Tasavirtamoottorissa sähkövirran suunta käännetään jaksollisesti

Yksinkertaisimman sähkömoottorin eli tasavirtamoottorin toiminta perustuu siihen, että magneettikentässä olevaan käämiin kohdistuvat voimat aiheuttavat käämiä pyörittävän momentin. Momentin suuruus riippuu käämin asennosta.

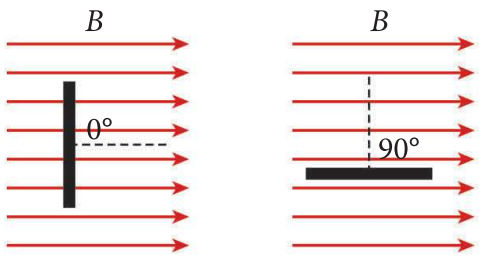
Tasavirtamoottorissa akseliin kiinnitetty käämi pyörii kestomagneetin kohtioiden välissä. Käämiin vaikuttaa vääntävä momentti, kun siinä on sähkövirta. Jos käämissä olisi sähkövirta koko ajan samaan suuntaan, käämi kääntyisi alkuasennosta tasapainoasemaan ja jäisi siihen. Niin sanotun liukukytkimen (virrankääntäjien) avulla käämissä olevan sähkövirran suunta saadaan käännetyksi. Tällöin käämiin vaikuttaa koko ajan samaan suuntaan vääntävä momentti ja käämi jatkaa pyörimistä.

Tasavirtamoottori saa energiansa tasavirran avulla ja muuntaa sen magneettisten vuorovaikutusten kautta mekaaniseksi energiaksi. Tasavirtamoottoreita ovat esimerkiksi autojen käynnistysmoottorit ja paristoilla toimivien laitteiden moottorit.



Tasavirtamoottorin käämissä kulkevan sähkövirran suunta saadaan käännetyksi liukukytkimen avulla, jolloin käämiin vaikuttaa koko ajan samaan suuntaan vääntävä momentti ja käämi jatkaa pyörimistä.

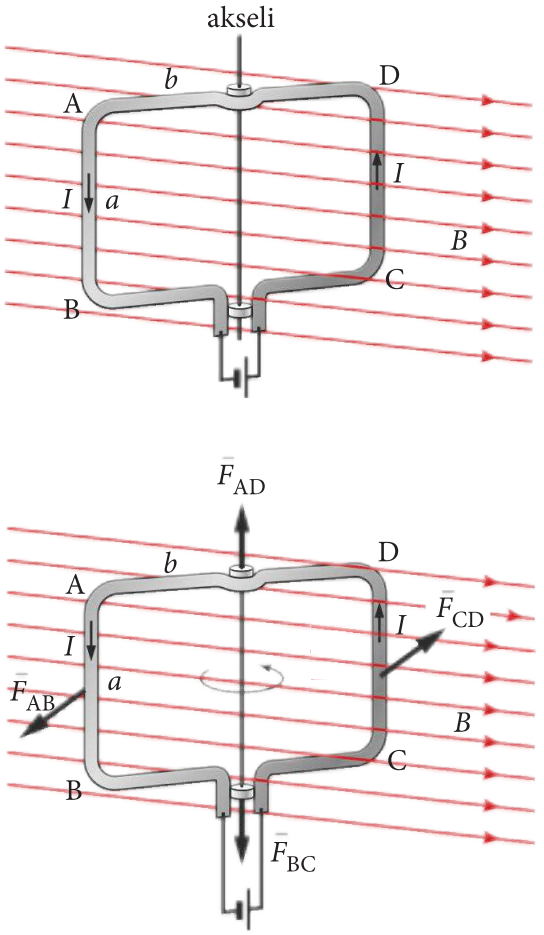
Momentin suuruus riippuu silmukan asennosta



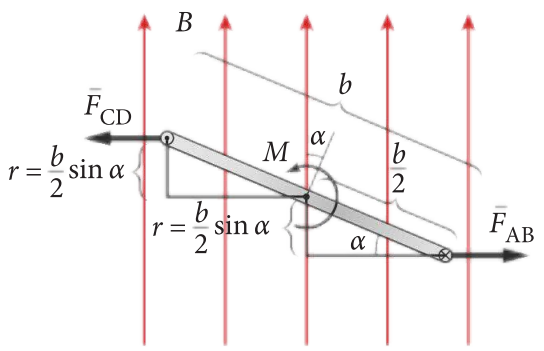
Virtasilmukkaan vaikuttava momentti on pienin, kun silmukan normaali on kentän suuntainen, jolloin $\alpha = 0°$. Kun silmukan normaali on kääntynyt kohtisuoraan kenttää vastaan, $\alpha = 90°$ ja momentti on suurin.

Muun muassa pumpuissa on sähkömoottori.

Silmukkaa katsotaan sivusta.



Silmukkaa katsotaan akselin suunnassa.



Ekstra: Magneettikentässä olevaan käämiin vaikuttava momentti

Tarkastellaan suorakulmion muotoista johdinsilmukkaa, joka on laakeroitu magneettikenttää vastaan kohtisuoraan akseliin. Oletetaan, että kitka akselissa on pieni. Merkitään silmukan akselin suuntaisten sivujen pituutta tunnuksella a ja akselia vastaan kohtisuorien sivujen pituutta tunnuksella b. Silmukassa on sähkövirta I.

Johdinsilmukan sivuun vaikuttaa magneettinen voima, jonka suunta voidaan päätellä oikean käden säännöllä. Akselia vastaan kohtisuorassa oleviin johdinsivuihin BC ja AD kohdistuvat voimat $\bar{F}_{BC}$ ja $\bar{F}_{AD}$ ovat keskenään yhtä suuret, mutta vastakkaissuuntaiset. Koska nämä voimat ovat akselin kanssa yhdensuuntaiset, ne eivät aiheuta vääntöä.

Akselin suuntaisiin johdinsivuihin AB ja CD kohdistuvat voimat $\bar{F}_{AB}$ ja $\bar{F}_{CD}$ ovat kohtisuorassa magneettikenttää vastaan.

Magneettikentässä olevaan johtimeen kohdistuvan voiman suuruus on $F = IlB$. Voimat ovat yhtä suuret, $F_{AB} = F_{CD} = IaB$, koska sivut ovat yhtä pitkät ja niissä on yhtä suuri sähkövirta. Voimat ovat kuitenkin vastakkaissuuntaiset, sillä sähkövirran suunnat ovat niissä vastakkaissuuntaiset. Nämä voimat aiheuttavat silmukkaan samansuuntaisen vääntömomentin.

Voiman momentti on $M = Fr$, jossa F on voiman suuruus ja r voiman varsi. Lasketaan ensin voiman $\bar{F}_{AB}$ momentti. Jos johdinsilmukan määräämän tason normaali muodostaa magneettikentän kanssa kulman α, voiman $\bar{F}_{AB}$ varsi on

$$r = \frac{b}{2}\sin\alpha.$$

Tällöin voiman $\bar{F}_{AB}$ momentti johdinsilmukan akselin suhteen on

$$M_{AB} = F_{AB}\frac{b}{2}\sin\alpha.$$

Koska voiman $\bar{F}_{CD}$ varsi on yhtä pitkä ja voimat ovat yhtä suuret $F_{AB} = F_{CD}$, voiman $\bar{F}_{CD}$ momentti on yhtä suuri. Molemmat voimat vääntävät silmukkaa samaan suuntaan, joten kokonaismomentti on voimien momenttien summa $M = M_{AB} + M_{CD} = 2F_{AB}\frac{b}{2}\sin\alpha$.

Koska $F_{AB} = F_{CD} = IaB$, momentti on $M = IaBb\sin\alpha$.

Vaihdetaan momentin lausekkeessa tulon $IaBb$ tekijät järjestykseen $abBI$. Koska johdinsilmukan sivujen pituudet ovat a ja b, tulo ab ilmaisee silmukan pinta-alan A. Siten $abBI = ABI$ ja johdinsilmukkaan vaikuttava momentti on

$$M = ABI\sin\alpha.$$

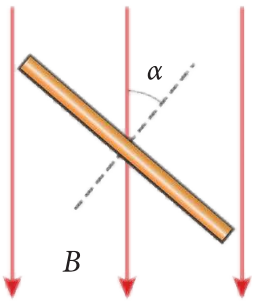
Esimerkki 1 — Momentti sähkömoottorissa

Sähkömoottorin käämissä, jonka poikkipinta-ala on 15 cm², on 600 kierrosta. Käämissä on 1,05 A:n sähkövirta. Kuinka suuri momentti vaikuttaa käämiin, kun käämin johdinsilmukoiden tason normaalin ja magneettikentän välinen kulma on 30,0°? Magneettikentän magneettivuon tiheys on 25 mT.

Ratkaisu

$A = 15\ \text{cm}^2$, $N = 600$ r, $I = 1{,}05$ A, $\alpha = 30{,}0°$, $B = 25$ mT, $M = ?$

Käämiin vaikuttava momentti saadaan lausekkeesta



$$M = NABI \sin\alpha.$$

Sijoitetaan annetut arvot.

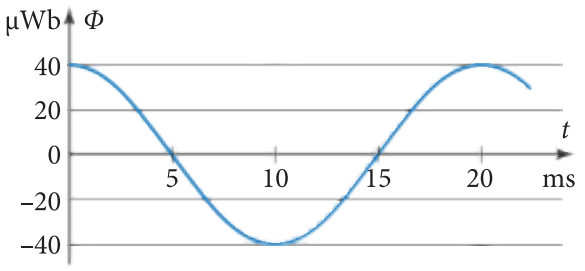
$$M = 600 \cdot 15 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 \cdot 25 \cdot 10^{-3}\ \text{T} \cdot 1{,}05\ \text{A} \cdot \sin 30{,}0°$$
$$= 0{,}01181\ \text{Nm} \approx 0{,}012\ \text{Nm}.$$

Vastaus

Käämiin vaikuttava momentti on 0,012 Nm.

Esimerkki 2 — Käämin asento sähkömoottorissa

Kuvassa on esitetty homogeenisessa magneettikentässä pyörivän sähkömoottorin käämin läpi menevä magneettivuo ajan funktiona.

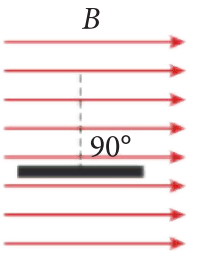


Millä ajan hetkellä silmukkaan kohdistuva
a) momentti on suurin
b) momentti on nolla?
Millä ajan hetkellä momentin yhtälössä $M = NABI\sin\alpha$ kulma α on
c) 90°
d) 0°?

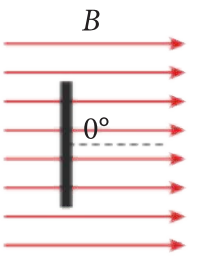
Ratkaisu

Käämi pyrkii asettumaan niin, että sen magneettikenttä on samansuuntainen ulkoisen magneettikentän kanssa eli käämin taso on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan.

a) Momentti on suurin, kun käämin normaali on kääntynyt kohtisuoraan kenttää vastaan. Tällöin magneettivuo on pienin eli ajan hetkillä 5 ms ja 15 ms.



b) Momentti on pienin, kun käämin normaali on kentän suuntainen, jolloin käämin taso on kohtisuorassa kenttää vastaan. Tällöin magneettivuon tiheys on suurin eli ajan hetkillä 0 ms, 10 ms ja 20 ms.



c) $\alpha = 90°$ ajan hetkillä 5 ms ja 15 ms.

d) $\alpha = 0°$ ajan hetkillä 0 ms, 10 ms ja 20 ms.

Vastaus

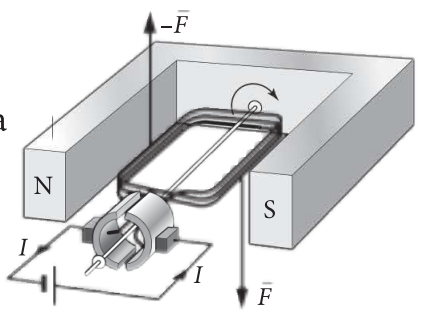
a) Momentti on suurin ajan hetkillä 5 ms ja 15 ms.
b) Momentti on nolla ajan hetkillä 0 ms, 10 ms ja 20 ms.
c) Ajan hetkillä 5 ms ja 15 ms.
d) Ajan hetkillä 0 ms, 10 ms ja 20 ms.

Tiivistelmä

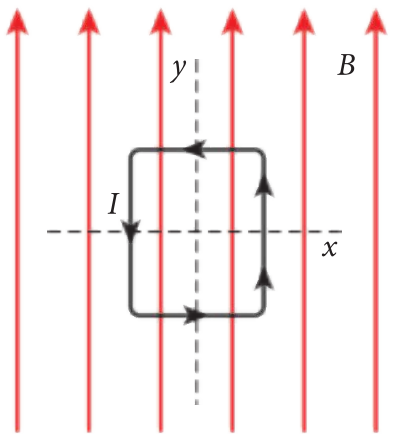
- Magneettikentässä olevaan käämiin vaikuttavan momentin suuruus on $M = NABI\sin\alpha$.
- Käämiin vaikuttava momentti on pienin, kun silmukan normaali on kentän suuntainen, jolloin $\alpha = 0°$.
- Käämiin vaikuttava momentti on suurin, kun silmukan normaali on kenttää vastaan kohtisuorassa, jolloin $\alpha = 90°$
- Tasavirtamoottorin käämissä kulkevan sähkövirran suunta käännetään puolen kierroksen välein liukukytkimen avulla.

Perustehtävät

69. Kuvassa on tasavirtamoottorin kaaviokuva. Selitä kuvan avulla moottorin toimintaperiaate.



70. Kuvassa on virtasilmukka homogeenisessa magneettikentässä. Tarkastele silmukan johtimiin vaikuttavia voimia ja päättele, mikä seuraavista väittämistä kuvaa parhaiten silmukan liikettä.



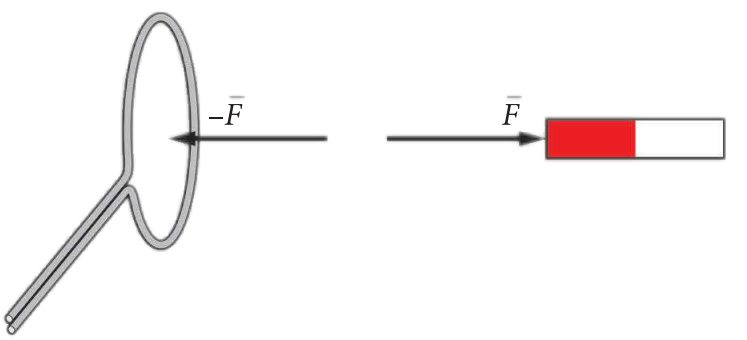
Silmukka liikkuu

A. magneettikentän kenttäviivojen suunnassa.
B. magneettikentän kenttäviivoja pitkin, mutta vastakkaiseen suuntaan.
C. oikealle.
D. vasemmalle.

Silmukka pyrkii

E. venymään y:n suunnassa.
F. venymään x:n suunnassa.
G. pyörimään x-akselin ympäri.
H. pyörimään y-akselin ympäri.

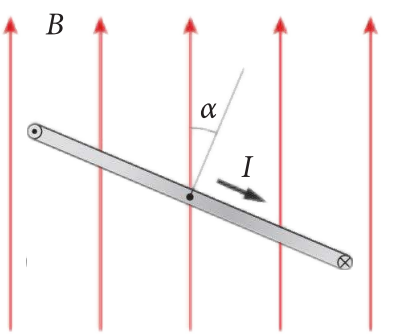
71. Johdinsilmukka ja kestomagneetti hylkivät toisiaan. Mikä on sähkövirran suunta johdinsilmukassa?



72. Missä asennossa tasavirtamoottorin käämi on, kun siihen vaikuttava momentti on

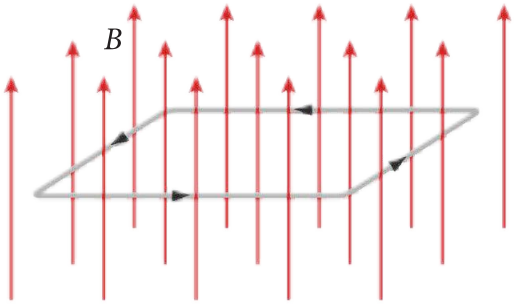
a) suurin
b) pienin? Esim. 2

73. Käämissä, jonka poikkipinta-ala on 20,0 cm^2, on 400 kierrosta. Käämissä on 0,95 A:n sähkövirta. Käämi on kuvan mukaisesti magneettikentässä, jonka magneettivuon tiheyden suuruus on 13,9 mT. Kuinka suuri momentti vaikuttaa käämiin, kun käämin normaalin ja magneettikentän välinen kulma on 27°? Esim. 1



Soveltavat tehtävät

74. Suorakulmion muotoinen johdinsilmukka on kuvan mukaisesti kohtisuorassa magneettikenttää vasten. Silmukan sähkövirta on nuolen osoittamaan suuntaan.

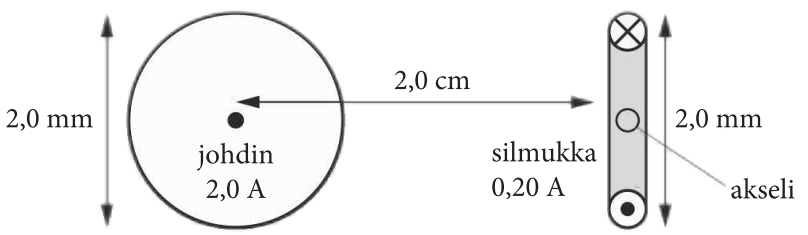


Mikä seuraavista väitteistä on totta?

1. Magneettikenttä aiheuttaa silmukkaan kohdistuvan kokonaisvoiman, joka ei ole nolla.
2. Magneettikenttä aiheuttaa kokonaismomentin, joka ei ole nolla.
3. Magneettikenttä aiheuttaa kokonaisvoiman ja momentin, jotka eivät ole nollia.
4. Magneettikenttä aiheuttaa kokonaisvoiman ja momentin, jotka ovat nollia.

75. **a)** Kuinka suuri momentti kohdistuu pieneen neliön muotoiseen silmukkaan kuvan tilanteessa? Silmukan akseli on näkyvän särmän keskellä. Johtimessa on 2,0 A:n sähkövirta ja silmukassa on 0,20 A:n sähkövirta.

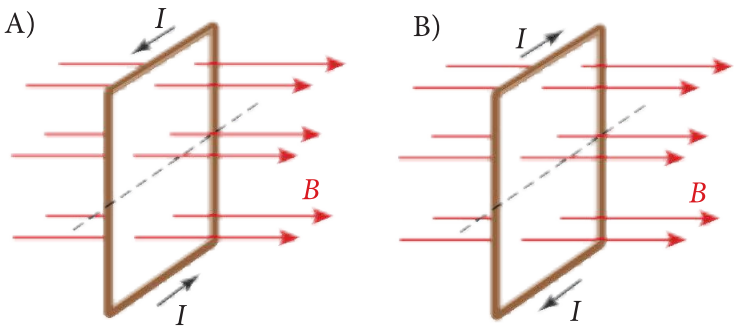
b) Missä tilanteessa silmukkaan kohdistuva momentti on nolla?



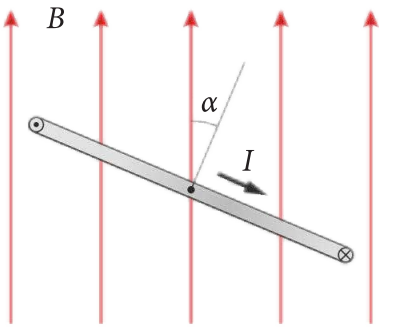
76. Kuvassa on kaksi virtasilmukkaa, joihin on piirretty akselit. Silmukat ovat kaukana toisistaan, eivätkä ne ole vuorovaikutuksessa keskenään. Perustele miksi

a) silmukka 1 pysyy paikoillaan

b) silmukan 2 lähtee mahdollisesti pyörimään.



77. Tasavirtamoottorin käämissä, jonka poikkipinta-ala on 20,0 cm^2, on 500 kierrosta. Käämissä on 1,00 A:n sähkövirta. Käämi on kuvan mukaisesti magneettikentässä, jonka magneettivuon tiheys on 10,0 mT.



a) Piirrä laskimella käämiin vaikuttavan momentin kuvaaja kulman funktiona. (Sovella lauseketta $M = NABI \sin\alpha$.)

b) Päättele kuvaajasta, milloin sähkövirran suunta käämissä tulee kääntää, jotta käämi jatkaisi pyörimistä.

c) Millainen momentin kuvaaja on, kun sähkövirta käännetään siten, että käämi jatkaa pyörimistä?

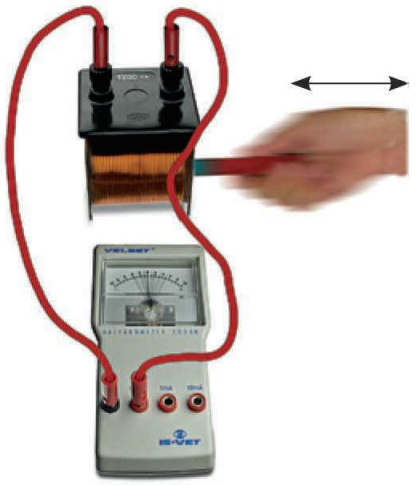
78. Suorakulmion muotoisen käämin sivut ovat 4,5 cm ja 7,5 cm. Käämissä on 58 kierrosta. Käämissä on 3,6 A:n sähkövirta. Käämi on magneettikentässä, jonka magneettivuon tiheyden suuruus on 35 mT. Kuinka suuri käämiin kohdistuva momentti on, kun

a) käämin silmukoiden taso on yhdensuuntainen magneettikentän kanssa

b) käämin silmukoiden taso on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan

c) käämin silmukoiden tason ja kenttäviivojen välinen kulma on 57°?

7 Induktioilmiössä muuttuva magneettikenttä synnyttää jännitteen



Kestomagneetti viedään käämin sisällä. Käämiin indusoituu lähdejännite, kun kestomagneettia liikutetaan käämin sisällä.

Kestomagneetti ei liiku käämin sisällä.

Sähkömagneettinen induktio
Kun magneettikenttä muuttuu johdinsilmukan sisällä, johdinsilmukkaan indusoituu lähdejännite.

Michael Faraday oivalsi induktioilmiön

Kun 1820-luvun alussa oli havaittu, että sähkövirta synnyttää magneettikentän, ryhdyttiin selvittämään, voiko magneettikentän avulla saada aikaan sähkövirran. Kymmenen vuoden aikana monet fyysikot tekivät erilaisia kokeita ja pohtivat magnetismin ja sähkövirran välistä yhteyttä. He eivät kuitenkaan onnistuneet ratkaisemaan ongelmaa. Osaltaan syynä oli se, ettei heillä ollut käytössä kunnollista sähkö- ja magneetti-ilmiöitä selittävää teoriaa, joka olisi ohjannut kokeiden suunnittelua.

Michael Faraday onnistui vuonna 1831 synnyttämään sähkövirran suljettuun virtapiiriin magneetin avulla. Hän havaitsi, että virtapiiriin syntyi sähkövirta, kun piirissä oleva käämi oli magneettikentässä, joka muuttui. Faradayn havaitsema ilmiö johtuu **sähkömagneettisesta induktiosta**.

Muuttuva magneettikenttä indusoi jännitteen

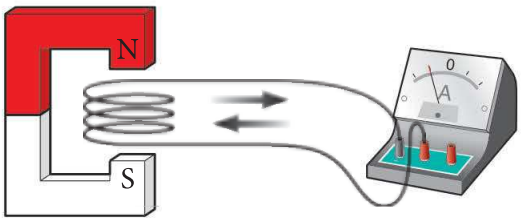
Induktioilmiö tapahtuu, kun magneettikenttä muuttuu. Magneettikentän muutoksesta seuraa silmukan lävistävän magneettivuon Φ muutos. Magneettivuo määriteltiin lausekkeella $\Phi = BA$, jossa B on magneettivuon tiheyden suuruus ja A magneettikenttää vastaan kohtisuorassa oleva pinta-ala. Magneettivuon muutos voi siis aiheutua joko silmukan pinta-alan A tai magneettivuon tiheyden $\overline{B}$ muutoksesta tai magneettikentän kääntymisestä silmukan suhteen.

Jos silmukan pinta-ala A ei muutu, magneettikentän muutos tarkoittaa magneettivuon tiheyden $\overline{B}$ muutosta. Magneettivuon tiheyttä voidaan muuttaa silmukassa esimerkiksi viemällä sauvamagneetti silmukan sisään ja vetämällä ulos. Jos lähdejännite indusoituu suljettuun virtapiiriin tai sen osana olevaan johtimeen, jännite saa virtapiirissä aikaan sähkövirran.

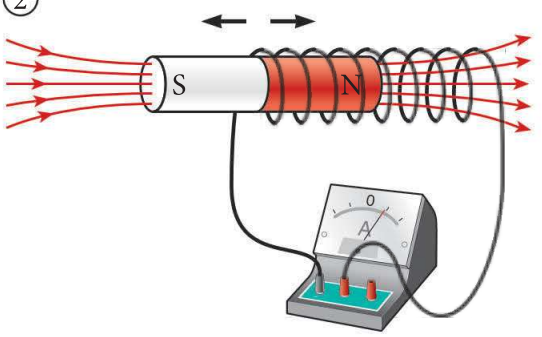
Induktiossa magneettivuon muutos synnyttää sähkökentän. Sähkökenttä saa siinä olevat varatut hiukkaset liikkeelle. Jos sähkökenttä syntyy suljettuun virtapiiriin tai sen osaan, virtapiiriin syntyy sähkövirta.

Induktion seurauksena voidaan havaita joko indusoitunut sähkökenttä, lähdejännite tai sähkövirta. Siksi voidaan sanoa, että muuttuva magneettikenttä indusoi sähkökentän tai lähdejännitteen tai sähkövirran.

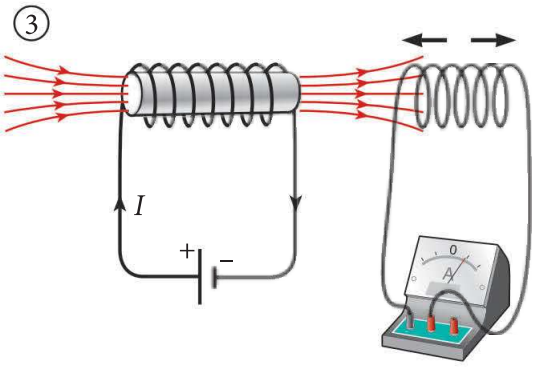
Erilaisia tilanteita, joissa tapahtuu induktioilmiö

① 

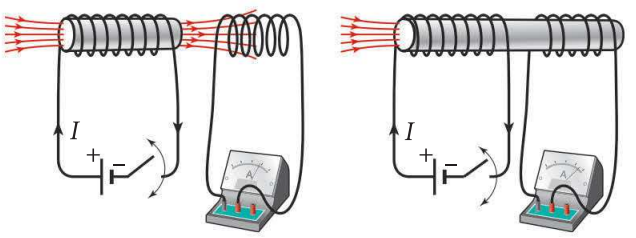
Johdinsilmukkaan indusoituu lähdejännite, jos johdinsilmukkaa tai käämiä liikutetaan epähomogeenisessa magneettikentässä. Tällöin magneettikentän voimakkuus muuttuu käämin suhteen.

② 

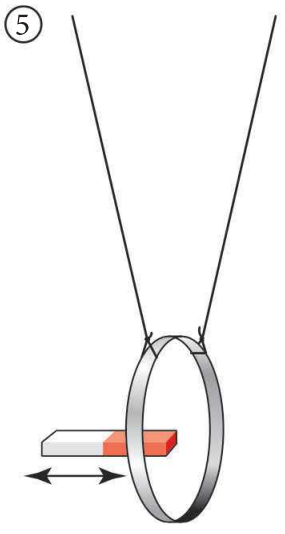
Silmukkaan indusoituu lähdejännite, jos sauvamagneettia liikutetaan silmukan sisälle tai ulos. Jos magneetin napaisuus vaihdetaan, virtamittarissa näkyvät muutokset ovat vastakkaissuuntaiset.

③ 

Silmukkaan indusoituu lähdejännite, jos käämiä liikutetaan sähkömagneettia kohti tai poispäin. Jos magneetin napaisuus vaihdetaan, virtamittarissa näkyvät muutokset ovat vastakkaissuuntaiset.

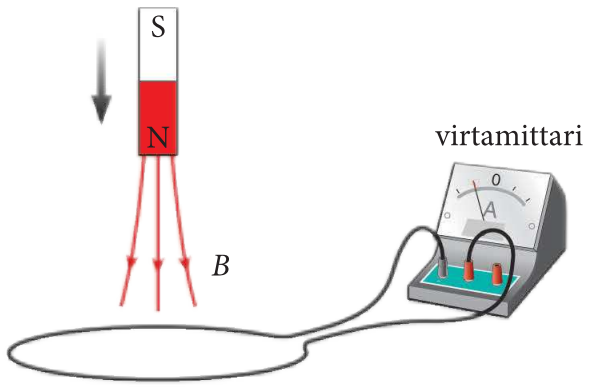
④ 

Silmukkaan indusoituu lähdejännite, kun sen lähellä olevan sähkömagneetin kytkin suljetaan ja avataan. Silmukkaan indusoituu suurempi lähdejännite, jos silmukalla ja sähkömagneetilla on yhteinen rautasydän.

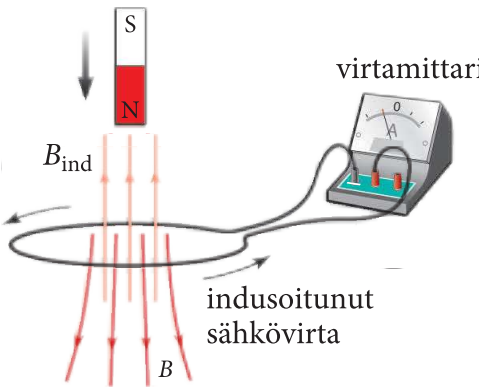
⑤ 

Kun sauvamagneetti viedään alumiinirenkaan sisään ja vedetään ulos, rengas heilahtaa.

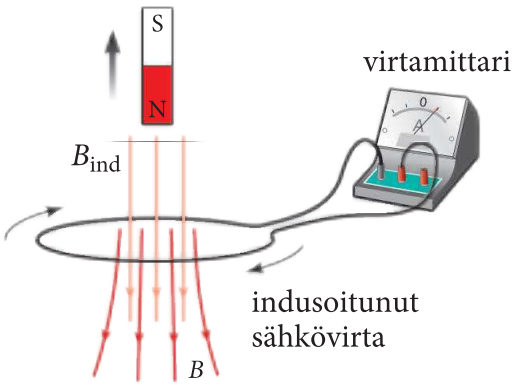
Havainnoista voidaan yleistää tulos, että johtimeen indusoituu lähdejännite aina niin, että se vastustaa induktion aiheuttavaa muutosta. Tämä voidaan esittää yleisesti Lenzin lakina.



Kuva 1A. Sauvamagneetin magneettikentän magneettivuon tiheys kasvaa johdinsilmukan sisällä.



Kuva 1B. Johdinsilmukkaan indusoituu lähdejännite, joka synnyttää sähkövirran. Sähkövirran synnyttämä magneettikenttä $\bar{B}_{ind}$ estää magneettivuon tiheyden kasvua silmukassa.



Kuva 2. Magneettivuon tiheys pienenee. Johdinsilmukkaan indusoituu sellainen sähkövirta, että sen synnyttämä magneettikenttä B_{ind} ylläpitää magneettivuon tiheyttä silmukassa.

Lenzin laki
Indusoituneen sähkövirran suunta on sellainen, että sähkövirran vaikutukset vastustavat muutosta, joka aiheuttaa induktion.

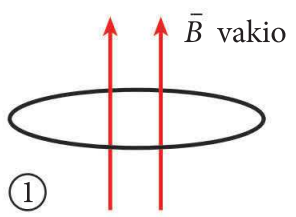
Induktioilmiön suunta saadaan Lenzin laista

Kuvassa 1A sauvamagneetti lähestyy johdinsilmukkaa. Silmukan sisällä sauvamagneetin magneettikentän magneettivuon tiheys $\bar{B}$ kasvaa. Koska magneettivuon tiheys kasvaa, johdinsilmukkaan indusoituu lähdejännite.

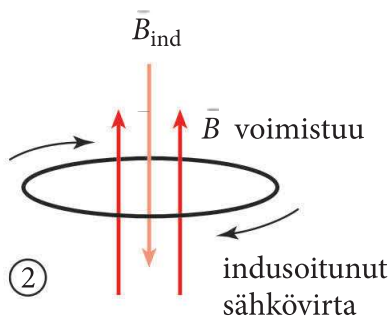
Kuvassa 1B on esitetty indusoituneen lähdejännitteen aiheuttama sähkövirta. Sähkövirran suunta on sellainen, että sen synnyttämä magneettikenttä $\bar{B}_{ind}$ estää magneettivuon tiheyden $\bar{B}$ kasvua silmukassa. Silmukkaan indusoituneen sähkövirran synnyttämä magneettikenttä on sauvamagneetin kentälle vastakkaissuuntainen. Sähkövirran suunta voidaan päätellä oikean käden säännön avulla.

Kuvassa 2 sauvamagneetti liikkuu poispäin johdinsilmukasta. Silmukan sisällä sauvamagneetin magneettikentän magneettivuon tiheys $\bar{B}$ pienenee. Johdinsilmukkaan indusoituu sellainen sähkövirta, että sen synnyttämä magneettikenttä $\bar{B}_{ind}$ ylläpitää magneettivuon tiheyttä silmukassa.

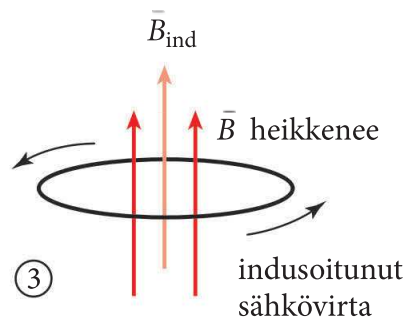
Lenzin laissa on oleellista huomata, että magneettikentän muuttuessa johdinsilmukkaan indusoituvan sähkövirran vaikutukset eivät pyri hävittämään magneettikenttää, vaan ne pyrkivät pitämään magneettikentän muuttumattomana.



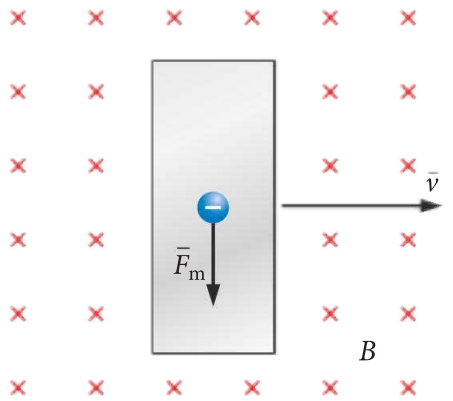
Jos ulkoisen magneettikentän magneettivuon tiheys $\bar{B}$ on vakio, niin johdinsilmukkaan ei indusoidu jännitettä eikä sähkövirtaa.



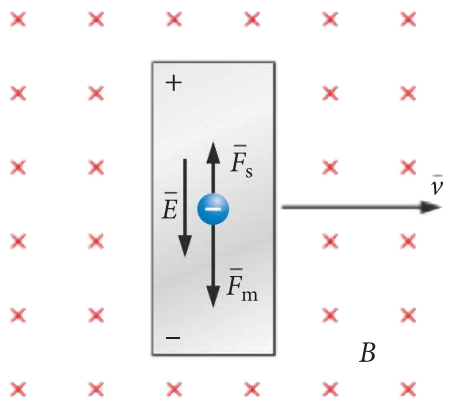
Jos ulkoisen magneettikentän magneettivuon tiheys $\bar{B}$ on ylöspäin ja voimistuu, niin indusoituvan magneettikentän magneettivuon tiheys $\bar{B}_{ind}$ on alaspäin ja indusoitunut sähkövirta kiertää kuvan suunnassa katsottuna myötäpäivään.



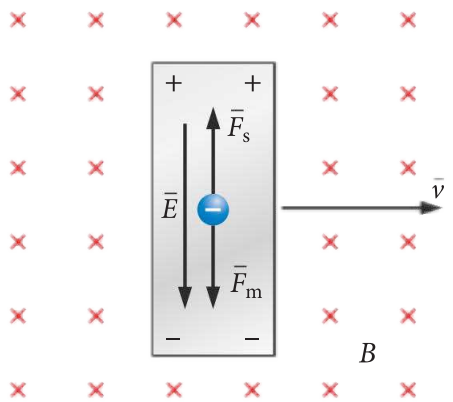
Jos ulkoisen magneettikentän magneettivuon tiheys $\bar{B}$ on ylöspäin ja heikkenee, niin indusoituvan magneettikentän magneettivuon tiheys $\bar{B}_{ind}$ on ylöspäin ja indusoitunut sähkövirta kiertää kuvan suunnassa katsottuna vastapäivään.



Johdinsauvan elektroneihin vaikuttaa magneettinen voima, jonka suunta on kuvan tilanteessa alaspäin.



Elektronit liikkuvat alaspäin ja tangon yläosaan tulee positiivinen nettovaraus. Varausjakauma saa aikaan sähkökentän. Elektroneihin vaikuttaa sähköinen voima magneettiseen voimaan verrattuna vastakkaiseen suuntaan.



Varausten siirtyminen jatkuu niin kauan, kunnes elektroneihin kohdistuvat sähköinen voima ja magneettinen voima ovat yhtä suuret.

Liikkuva johdinsauva magneettikentässä

Tarkastellaan tilannetta, jossa metallisauva liikkuu magneettikentässä nopeudella $\bar{v}$ niin, että sauva ja sauvan nopeus ovat kohtisuorassa magneettikenttää vastaan. Metallissa on vapaita johdinelektroneja, jotka liikkuvat sauvan mukana nopeudella $\bar{v}$. Tällöin elektroneihin vaikuttavan magneettisen voiman suuruus on $F_m = Q_e vB$, jossa Q_e on elektronin varaus ja B magneettivuon tiheyden suuruus.

Koska elektronin varaus on negatiivinen, magneettisen voiman suunta on oikean käden säännön mukaan oheisen kuvan tilanteessa alaspäin. Metallikappaleen sisällä olevat vapaat johdinelektronit liikkuvat silloin kohti sauvan alaosaa. Sauvan yläosa varautuu siten positiiviseksi ja alaosa negatiiviseksi. Tämä varausjakauma synnyttää sauvan sisään sähkökentän, jonka suunta on sauvassa ylhäältä alas. Sähkökenttä vaikuttaa elektroneihin voimalla, joka suuruus on

$$F_s = Q_e E.$$

Kun elektroneja liikkuu yhä enemmän sauvan alaosaan, sähkökenttä johtimessa voimistuu. Elektroneja liikkuu sauvan alaosaan niin kauan, kunnes niihin vaikuttava sähköinen voima $\bar{F}_s$ on yhtä suuri kuin magneettikentän aiheuttama voima $\bar{F}_m$ eli

$$F_s = F_m$$
$$Q_e E = Q_e vB.$$

Kun yhtälö jaetaan puolittain elektronin varauksella Q_e, saadaan

$$E = vB.$$

Johtimeen syntyneen sähkökentän voimakkuus $\bar{E}$ on siis sitä suurempi, mitä suurempia ovat magneettivuon tiheys $\bar{B}$ ja sauvan nopeus $\bar{v}$.

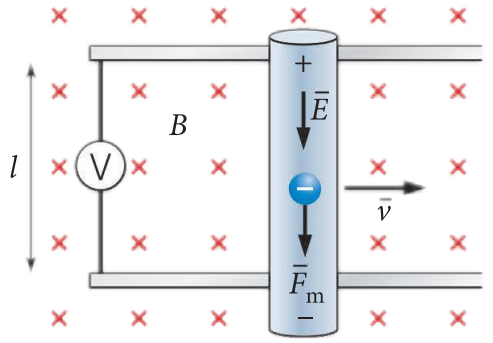
Sähkökenttä aiheuttaa sauvan päiden välille lähdejännitteen. Koska tämä lähdejännite riippuu muun muassa johdinsauvan nopeudesta $\bar{v}$, se ei ole vakio.

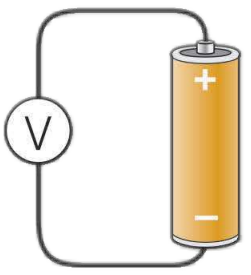
Merkitään johtimen päiden välistä lähdejännitettä symbolilla e. Homogeenisessa sähkökentässä jännitteen ja sähkökentän voimakkuuden välillä on yhteys $U = Ed$, jossa d on niiden pisteiden välinen kentän suunnassa mitattu etäisyys, joiden välisestä jännitteestä on kyse. Jos sauvan pituus on l, lähdejännite on

$$e = El.$$

Huomaa!
Ajan funktiona muuttuvien suureiden tunnukset kirjoitetaan sähköopissa yleensä pieninä kirjaimina.

Johdinsauvaan indusoituva lähdejännite
$e = lvB$, jossa
l on johtimen pituus,
v on johtimen nopeuden suuruus ja
B on magneettivuon tiheyden suuruus.





Magneettikentässä liikkuvaan sauvaan syntyy lähdejännite. Sitä voidaan verrata paristossa syntyvään lähdejännitteeseen.

Edellä saatiin johtimen sähkökentän voimakkuuden $\bar{E}$ ja magneettivuon tiheyden $\bar{B}$ välille yhteys $E = vB$. Kun tämä sijoitetaan lähdejännitteen lausekkeeseen, se tulee muotoon

$$e = lvB\,.$$

Johdinsauvan päiden välille indusoituva lähdejännite riippuu siten johtimen pituudesta l, johtimen nopeuden suuruudesta v ja magneettivuon tiheyden suuruudesta B.

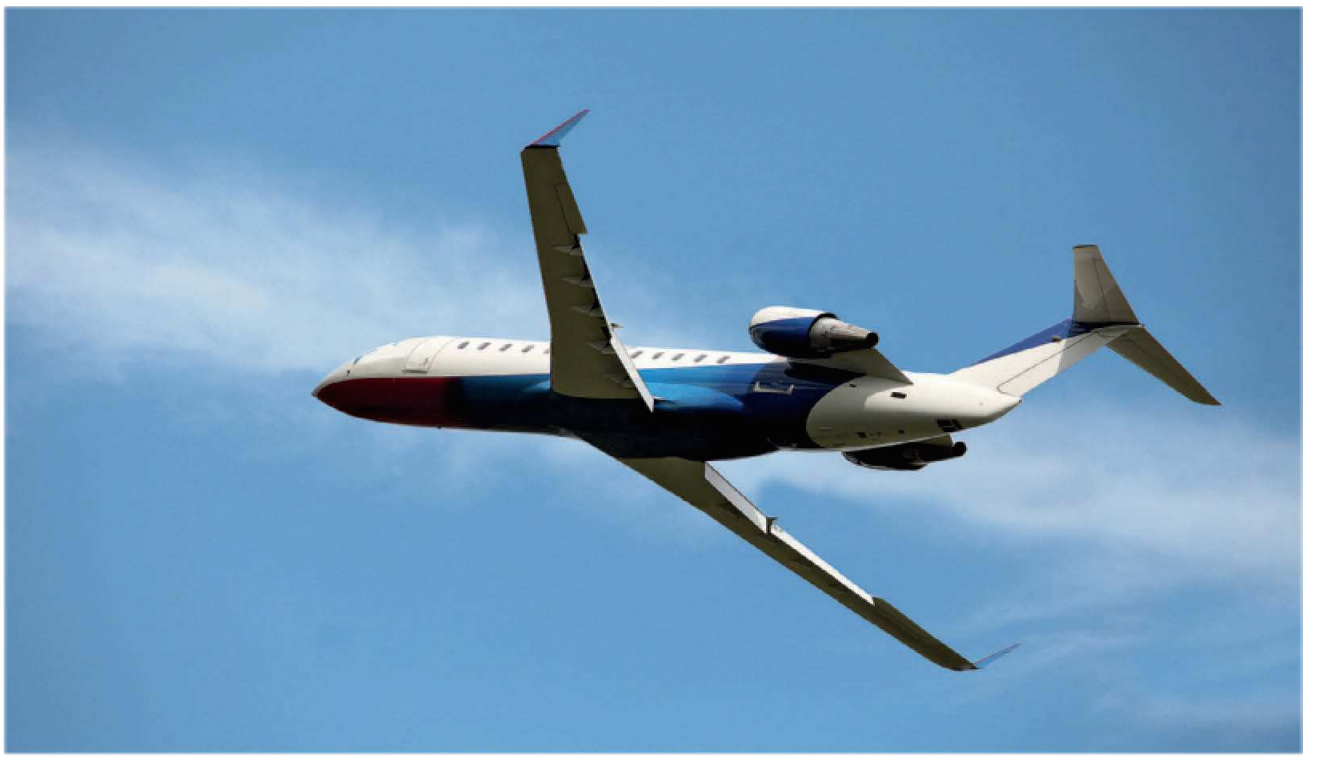
Johdinsauva liikkuu magneettikentässä kiskojen päällä

Jos johdinsauva liikkuu johtavien kiskojen päällä ja kiskot on yhdistetty johtimella, suljettuun piiriin syntyy sähkövirta. Jos koko piirin resistanssi on R, silmukkaan indusoitunut sähkövirta

$$i = \frac{e}{R} = \frac{lvB}{R}\,.$$

Virtapiirissä on sähkövirta niin kauan kuin sauva liikkuu $(v \neq 0)$.

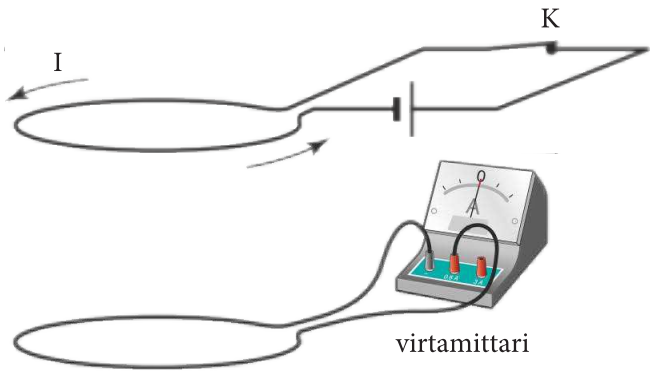
Magneettikentässä liikkuvaan sauvaan syntyy lähdejännite, joka riippuu sauvan nopeudesta ja pituudesta sekä magneettivuon tiheydestä. Lähdejännitteen saa aikaan elektroneihin kohdistuva magneettinen voima, josta aiheutuu varausten jakautuminen johdinsauvan päiden välillä. Vastaavasti kemiallisessa paristossa syntyy lähdejännite, kun kemialliset prosessit saavat aikaan varausjakauman.



Kun lentokone lentää Maan magneettikentässä, lentokoneen siipien päiden välille indusoituu lähdejännite.

Esimerkki 1 — Lenzin lain käyttöohje

Kuvan ylemmässä johdinsilmukassa on ollut pitkän aikaa muuttumaton sähkövirta. Mitä tapahtuu alemmassa silmukassa, kun ylemmässä silmukassa katkaisija avataan?



Lenzin lain käyttöohje

1. Selvitä, millainen ulkoinen magneettikenttä on tutkittavan johdinsilmukan sisällä.
2. Selvitä, miten ulkoinen magneettikenttä muuttuu. Voimistuuko se, heikkeneekö se vai pysyykö se muuttumattomana?
3. Muuttuva magneettikenttä indusoi johdinsilmukkaan lähdejännitteen, joka aiheuttaa sähkövirran.
4. Päättele indusoituneen magneettikentän suunta siten, että se vastustaa ulkoisen magneettikentän muutosta.
5. Päättele indusoituneen sähkövirran suunta. Käytä oikean käden sääntöä, jotta saat määritetyksi sellaisen sähkövirran suunnan, joka aiheuttaa kohdassa 4 päätellyn induktioilmiön aiheuttaman magneettikentän.

Huomaa!

Ulkoinen magneettikenttä:

- **voimistuu**
  Tällöin indusoituva magneettikenttä osoittaa vastakkaiseen suuntaan kuin ulkoinen magneettikenttä.
- **heikkenee**
  Tällöin indusoituva magneettikenttä osoittaa samaan suuntaan kuin ulkoinen magneettikenttä.
- **ei muutu**
  Tällöin indusoituvaa magneettikenttää ei ole.

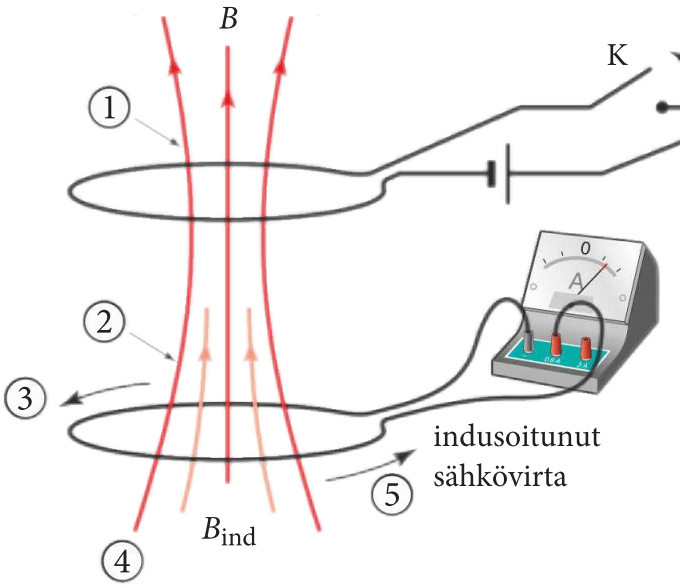
Ratkaisu

Alempi silmukka on ylemmän silmukan aiheuttamassa magneettikentässä, jonka suunta on alhaalta ylöspäin, kuvassa ①.

Ylöspäin suuntautuva magneettikenttä alemman silmukan läpi heikkenee nopeasti, kun sähkövirta katkaistaan, kuvassa ②. Koska silmukan pinta-ala on vakio, voidaan tarkastella vain magneettivuon tiheyden suuruuden B muutosta.

Alempaan johdinsilmukkaan indusoituu lähdejännite, joka aiheuttaa sähkövirran, kuvassa ③.

Silmukkaan indusoituneen magneettikentän suunta on sama kuin ulkoisen magneettikentän, eli ylöspäin, kuvassa ④, koska indusoitunut magneettikenttä vastustaa ulkoisen magneettikentän muutosta (heikkenemistä).



Oikean käden säännön avulla voidaan päätellä, että kuvassa vastapäivään kiertävä sähkövirta aiheuttaa ylöspäin suuntautuvan magneettikentän, kuvassa ⑤.

Vastaus

Alempaan silmukkaan indusoituu vastapäivään kiertävä sähkövirta.

Esimerkki 2 — Liikkuvaan sauvaan indusoituva lähdejännite

Millä nopeudella täytyisi 6,0 cm pitkän metallisauvan liikkua 0,10 T:n magneettikentässä, jotta sen päiden välille syntyisi sauvapariston jännitteen suuruinen lähdejännite 1,5 V?

Ratkaisu

$l = 6{,}0\ \text{cm}, \quad T = 0{,}10\ \text{T}, \quad e = 1{,}5\ \text{V}, \quad v = ?$

Homogeenisessa magneettikentässä nopeudella $\bar{v}$ liikkuvaan sauvaan indusoituu lähdejännite

$$e = lvB,$$

josta voidaan ratkaista kysytty nopeus

$$v = \frac{e}{lB}.$$

Sijoitetaan lukuarvot:

$$v = \frac{1{,}5\ \text{V}}{0{,}060\ \text{m} \cdot 0{,}10\ \text{T}} = 250\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Huomaa!

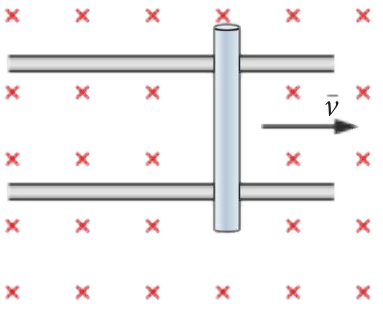
Esimerkin tuloksesta voidaan päätellä, että fysiikan oppitunnilla ei voi demonstroida kyseistä ilmiötä. Vaadittavaa nopeutta on mahdoton toteuttaa.

Vastaus

Sauvan on liikuttava nopeudella 250 m/s, joka on käytännössä melko mahdotonta.

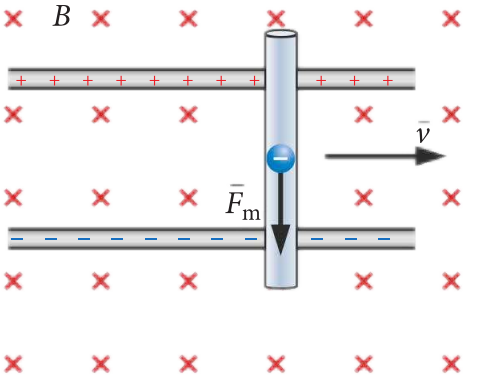
Esimerkki 3 — Liikkuvaan sauvaan syntyvä varausjakauma

Metallitanko liikkuu johdinsauvojen päällä. Millainen varausjakauma syntyy tangoon?



Ratkaisu

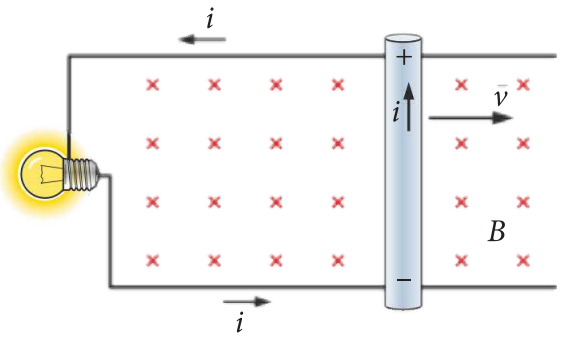
Metallitanko liikkuu magneettikentässä, jolloin myös metallitangon elektronit liikkuvat magneettikentässä. Elektroneihin vaikuttaa magneettikentässä liikkuvan varauksen oikean käden säännön mukaisesti magneettinen voima.



Tangon alaosaan syntyy negatiivinen varaus ja tangon yläosaan positiivinen varaus.

Esimerkki 4 — Liikkuvaan sauvaan indusoituva lähdejännite

Magneettikentässä liikkuvan sauvan ja johdinsilmukan muodostamaan virtapiiriin on kytketty taskulampun polttimo kuvan osoittamalla tavalla.



Polttimossa on lukema 3,0 V/1,5 W. Silmukan johtimien resistanssi on merkityksetön polttimon resistanssiin verrattuna. Johdinkiskojen väli on 1,2 m ja magneettikentän voimakkuus on 2,1 T.

a) **Kuinka suurella nopeudella sauvan tulisi liikkua, jotta lampun teho olisi 1,5 W?**

b) **Kuinka suurella voimalla tulisi sauvaa silloin työntää?**

Ratkaisu

$U = 3{,}0\ \text{V}, \quad P = 1{,}5\ \text{W}, \quad l = 1{,}2\ \text{m}, \quad B = 2{,}1\ \text{T}, \quad v = ?, \quad F = ?$

a) Magneettikentässä liikkuvaan sauvaan indusoituu lähdejännite. Polttimon merkintä 3,0 V/1,5 W tarkoittaa, että lampun teho on 1,5 W, kun jännitehäviö on 3,0 V. Koska teho on $P = ui$, kirkkaasti loistavassa polttimossa on sähkövirta

$$i = \frac{P}{u} = \frac{1{,}5\ \text{W}}{3{,}0\ \text{V}} = 0{,}5\ \text{A}.$$

Kirkkaan polttimon resistanssi on

$$R = \frac{u}{i} = \frac{3{,}0\ \text{V}}{0{,}5\ \text{A}} = 6{,}0\ \Omega.$$

Koska johtimessa olevan sähkövirran aiheuttaa sauvaan indusoitunut lähdejännite $e = lvB$, sähkövirran suuruus on

$$i = \frac{lvB}{R},$$

josta sauvan nopeudeksi saadaan

$$v = \frac{iR}{lB} = \frac{0{,}5\ \text{A} \cdot 6{,}0\ \Omega}{1{,}2\ \text{m} \cdot 2{,}1\ \text{T}} = 1{,}1905\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) Oletetaan, että sauvan ja johtimien välinen kitka on merkityksetön. Jotta sauva liikkuisi nopeudella $\bar{v}$, sitä täytyy työntää yhtä suurella voimalla $\bar{F}$ kuin magneettisen vastustavan voiman suuruus on $F = F_\text{m} = ilB$. Koska johtimessa olevan sähkövirran suuruus on

$$i = \frac{lvB}{R},$$

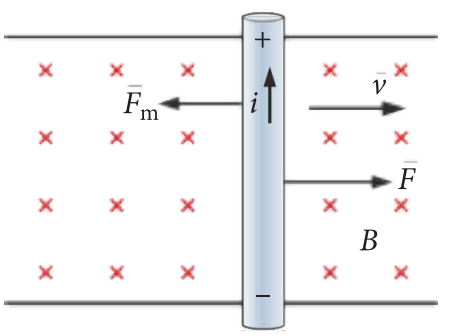
sauvaa on työnnettävä voimalla, jonka suuruus on

$$F = \frac{vl^2B^2}{R}.$$

Sijoitetaan lukuarvot

$$F = \frac{1{,}1905\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (1{,}2\ \text{m})^2 \cdot (2{,}1\ \text{T})^2}{6{,}0\ \Omega}$$
$$= 1{,}2600\ \text{N} \approx 1{,}3\ \text{N}.$$

Voimakuvio



Vastaus

a) Sauvan vauhdin tulisi olla 1,2 m/s.

b) Sauvaa pitäisi vetää 1,3 N:n voimalla.

Tiivistelmä

- Sähkömagneettisessa induktiossa magneettivuon muutos indusoi johdinsilmukkaan lähdejännitteen.
- Indusoituneen sähkövirran suunta Lenzin lain mukaan on sellainen, että sähkövirran vaikutukset vastustavat muutosta, joka aiheuttaa induktion.
- Johdinsauvan päiden välille indusoituva lähdejännite riippuu johtimen pituudesta l, johtimen nopeudesta v ja magneettivuon tiheyden suuruudesta B. Lähdejännitteen suuruus on $e = lvB$.

Perustehtävät

79. **a)** Millainen ilmiö sähkömagneettinen induktio on?

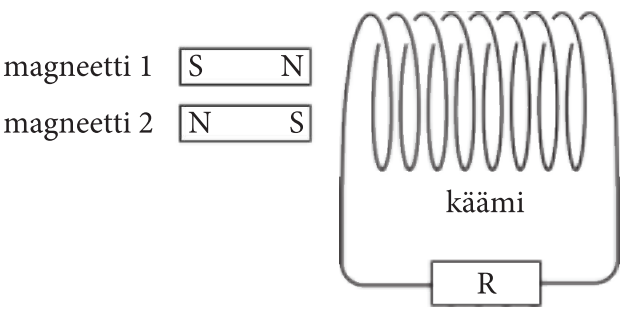
b) Kerro esimerkki tilanteesta, jossa sähkömagneettinen induktio havaitaan.

80. Mikä on induktioilmiön suunta Lentzin lain mukaan? Esim. 1

81. **a)** Kultainen rannerengas on ripustettu kuvan osoittamalla tavalla. Selitä, miksi rannerengas heilahtaa, kun sen sisään työnnetään voimakas kestomagneetti.

b) Kestomagneetti vedetään pois rannerenkaan sisältä nopeammin kuin se vietiin sen sisään. Miten rengas nyt heilahtaa? Perustele vastauksesi. Esim. 1

82. Kuvassa on kaksi samanlaista magneettia ja käämi, joka muodostaa vastuksen kanssa suljetun virtapiirin. Kun magneetti 1 liikkuu kohti käämiä, indusoituneen sähkövirran suunta vastuksessa on vasemmalle.



Mikä on sähkövirran suunta vastuksessa, kun

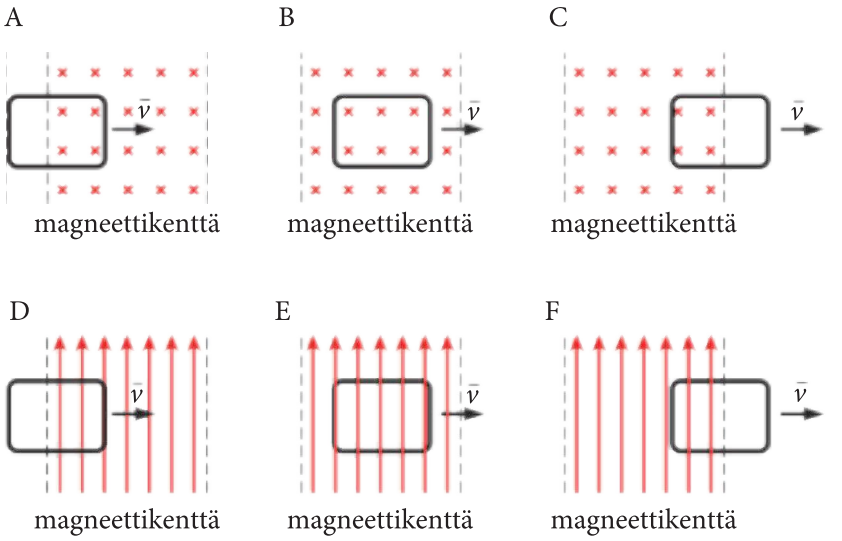
a) magneetti 1 on paikoillaan

b) magneetti 1 liikkuu poispäin käämistä

c) magneetti 2 liikkuu kohti käämiä

d) magneetti 2 liikkuu poispäin käämistä?

83. Ohessa on esitetty kuusi tilannetta, joissa käämi liikkuu vakionopeudella magneettikentässä. Käämit ovat samanlaisia ja magneettivuon tiheys on yhtä suuri kaikissa tilanteissa. Missä tilanteessa käämiin indusoituu lähdejännite?

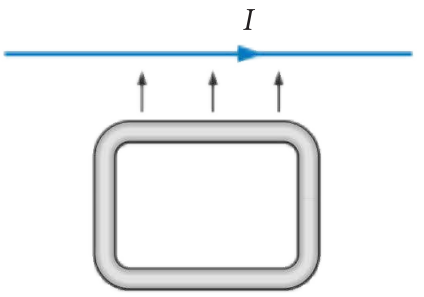


84. Metallitanko liikkuu nopeudella 20,5 m/s kitkattomasti U-muotoisen johdesilmukan päällä. Johdesilmukan kiskot ovat 5,0 cm:n päässä toisistaan. Silmukka on vaakatasossa ja magneettikentän suunta on alaspäin. Magneettivuon tiheys on 0,85 T.

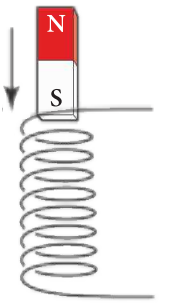
a) Kuinka suuri jännite indusoituu tankoon?

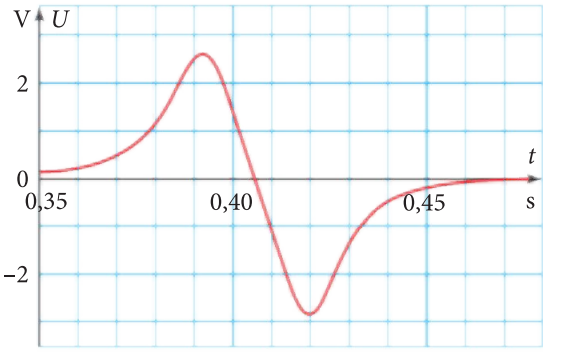
b) Minkä merkkisesti tangon päät varautuvat? Esim. 2

85. Suorassa pitkässä johtimessa on muuttumaton sähkövirta *I*. Suorakulmion muotoinen, johtavasta materiaalista valmistettu silmukka on samassa tasossa johtimen kanssa. Suorakulmion kaksi sivua ovat samansuuntaisia johtimen kanssa ja kaksi ovat kohtisuorassa johdinta vasten. Silmukkaa työnnetään kohti johdinta. Perustele, onko silmukkaan indusoitunut sähkövirta myötäpäivään vai vastapäivään.



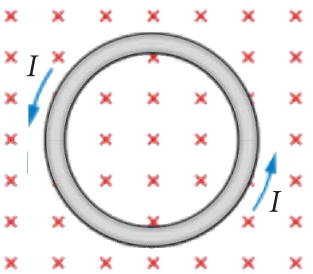
86. Sauvamagneetti pudotetaan käämin läpi. Käämin päiden välistä jännitettä mitattiin käämiin kytketyllä jänniteanturilla. Miksi kuvaajassa on kaksi huippua?



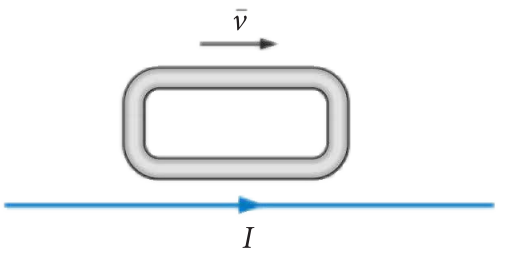


Soveltavat tehtävät

87. Magneettikentässä olevassa johdinsilmukassa on sähkövirta kuvan osoittamaan suuntaan. Sähkövirta syntyy induktion seurauksena. Onko magneettikentän magneettivuon tiheys kasvamassa, pienentymässä vai vakio?

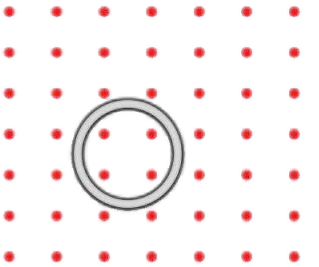


88. Suljettu johdinsilmukka liikkuu tasaisella nopeudella pitkän, suoran johtimen vieressä. Johtimessa on sähkövirta *I*. Indusoituuko silmukkaan sähkövirta? Jos indusoituu, niin mikä on sähkövirran suunta?

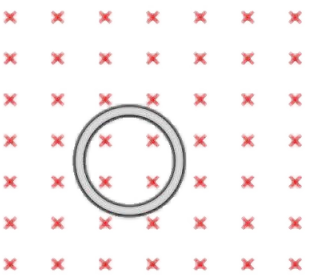


89. Johdinsilmukka on magneettikentässä kuvan mukaisesti. Päättele Lenzin lakia käyttäen, mihin suuntaan silmukassa on sähkövirta, kun magneettivuon tiheys

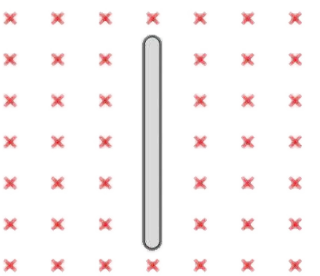
a) kasvaa



b) pienenee

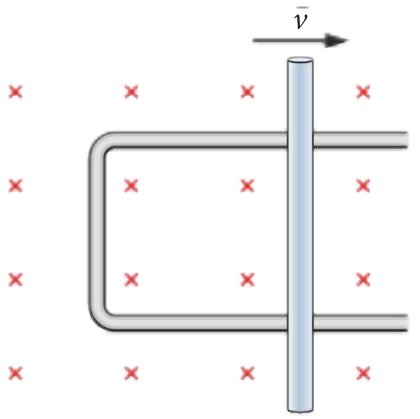


c) kasvaa



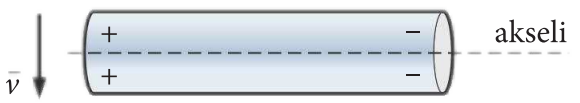
(Kuvassa silmukkaa katsotaan sivusta.)

90. Metallitanko liikkuu nopeudella 13,5 m/s kitkattomasti U-muotoisen johdinsilmukan päällä. Silmukan leveys on 15,6 cm. Silmukka on vaakatasossa ja magneettikentän suunta on alaspäin. Magneettivuon tiheyden suuruus on 0,85 T. Tangon resistanssi on 3,2 Ω.



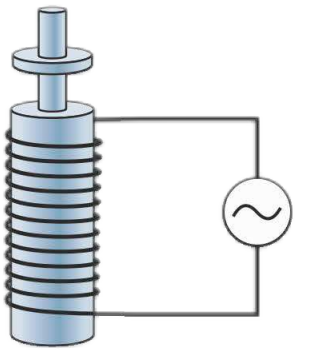
a) Kuinka suuri sähkövirta indusoituu silmukkaan?
b) Mikä on sähkövirran suunta?
c) Kuinka suurella teholla silmukasta siirtyy lämpöä ympäristöön?

91. Kun sähköä johtava tanko liikkuu magneettikentässä nopeudella 5,3 m/s, siihen indusoituu 0,045 V:n jännite. Magneettikenttä on kohtisuorassa tangon akselia ja tangon liikesuuntaa vastaan. Mikä on magneettikentän suunta ja magneettivuon tiheyden arvo? Johtimen pituus on 10,0 cm.



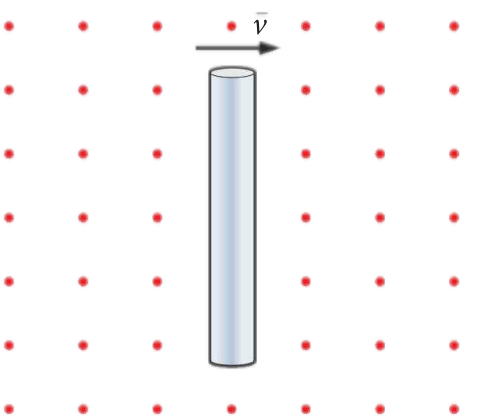
92. Maan magneettivuon tiheyden arvo on $5{,}0 \cdot 10^{-5}$ T. Millä vauhdilla pitäisi ajaa henkilöautolla, jotta 1,0 m pitkään antenniin syntyisi 1,0 V:n jännite? Oletetaan, että antenni liikkuu kohtisuorassa magneettikenttää vastaan.

93. Käämi rautasydämineen on pystyasennossa. Rautasydämen ympärillä on alumiinirengas. Kun käämiin johdetaan nopeasti vaihtuva sähkövirta, rengas nousee ylöspäin. Selitä ilmiö.

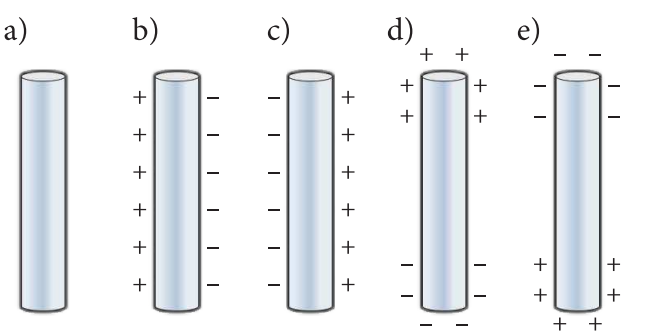


94. Metallitankoa liikutetaan pitkin U-muotoista kiskoa kohtisuorassa magneettikenttää vastaan. Kiskot ovat 10,0 cm:n päässä toisistaan. Systeemin kokonaisresistanssi on 0,22 Ω. Kun tankoa liikutettiin 1,1 N:n voimalla, tehonkulutus oli 4,2 W.
a) Kuinka suuri johtimen nopeus oli?
b) Kuinka suuri magneettikentän magneettivuon tiheyden suuruus oli?

95. Varaamaton metallitanko liikkuu vakionopeudella homogeenisessa magneettikentässä.



Mikä seuraavista kuvista parhaiten esittää johtimen pinnan varausta?



8 Induktiolaki kertoo induktiojännitteen suuruuden

Kuvassa Faraday tekee induktiokokeita. Kuva oli Iso-Britannian 20 punnan setelissä vuosina 1991–2001.

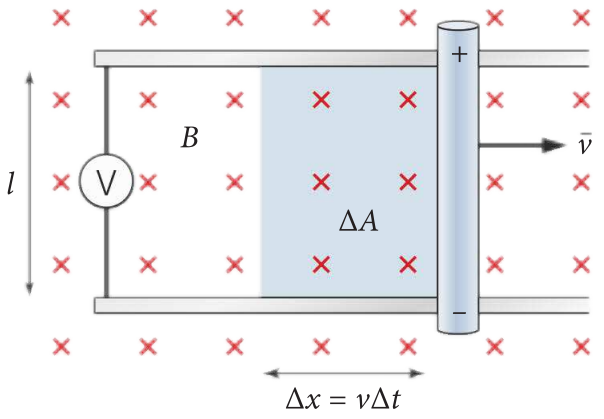
Induktiolain johtaminen liikkuvan johdinsauvan avulla

Tarkastellaan homogeenisessa magneettikentässä johtavilla kiskoilla liikkuvaa johdinsauvaa. Magneettivuon tiheys $\bar{B}$ on kuvan mukaisesti kohtisuorassa paperin tasoa vastaan.

Edellä osoitettiin, että jännitteen indusoituminen magneettikentässä liikkuvaan johdinsauvaan seuraa sauvan liikkeestä. Muokataan seuraavaksi induktiojännitteen lauseke muotoon, joka kuvaa myös muita induktioilmiöitä, esimerkiksi tilannetta, jossa johdinsilmukka on paikallaan ja magneettivuon tiheys muuttuu.

Kun sauvaa vedetään magneettikentässä nopeudella, jonka suuruus on

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$



Kuvan tilanteessa magneettivuon tiheys $\bar{B}$ on vakio. Sauvan liikkuessa magneettivuo Φ kasvaa sauvan pyyhkäisemän pinta-alan A kasvaessa.

sauvan ja kiskojen rajaaman alueen pinta-ala A muuttuu. Aikavälissä Δt sauva liikkuu matkan $\Delta x = v\Delta t$. Tällöin pinta-alan muutos on

$$\Delta A = l\,\Delta x = lv\Delta t$$

ja pinta-alan muutosnopeus on

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{lv\Delta t}{\Delta t} = lv.$$

Edellisessä luvussa johdettu indusoituneen lähdejännitteen lauseke $e = lvB$ saadaan nyt muotoon

$$e = lvB = \frac{\Delta A}{\Delta t} B.$$

Johdinsauvan, kiskojen ja niitä yhdistävän johtimen muodostaman johdinsilmukan magneettivuo on $\Phi = AB$, jossa A on silmukan pinta-ala ja $\bar{B}$ on silmukan sisällä olevan magneettikentän magneettivuon tiheys.

Faradayn induktiolaki
Kun johdinsilmukan läpäisevä magneettivuo muuttuu, silmukkaan indusoituva keskimääräinen lähdejännite on yhtä suuri kuin magneettivuon muutosnopeus, mutta vastakkaismerkkinen

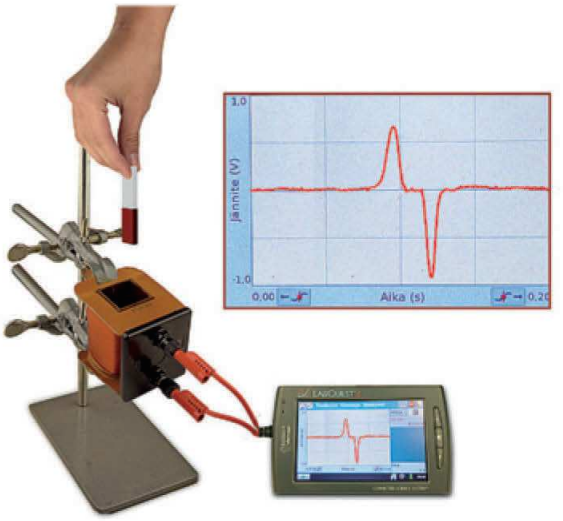
$e_k = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, jossa.

$\Delta\Phi$ on silmukan läpäisevän magneettivuon muutos ja

Δt on vuon muutokseen kulunut aika

Miinusmerkki ilmaisee Lenzin lain: induktiojännitteen aiheuttama sähkövirta synnyttää magneettikentän, joka vastustaa magneettivuon muutosta.

Magneettikenttä sinällään ei siis aiheuta lähdejännitettä, vaan sen aiheuttaa muuttuva magneettivuo.



Kun sauvamagneetti pudotetaan käämin läpi, käämiin indusoituu jännite.

Tarkasteltavassa tilanteessa magneettivuon tiheys $\bar{B}$ on vakio, joten lähdejännitteen e lausekkeessa oleva termi $(\Delta A)B$ saadaan muotoon

$$(\Delta A)B = \Delta(AB) = \Delta\Phi.$$

Johdinsilmukkaan indusoitunut lähdejännite voidaan siten ilmaista muodossa

$$e = \frac{\Delta A}{\Delta t}B = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Tämä lauseke on johdettu homogeeniselle magneettikentälle, mutta se pitää yleisesti paikkansa esimerkiksi epähomogeeniselle kentälle tai tilanteissa, joissa magneettivuo riippuu ajasta. Tulos esitetään induktiolakina, joka ottaa huomioon myös indusoituneen jännitteen suunnan

$$e_k = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

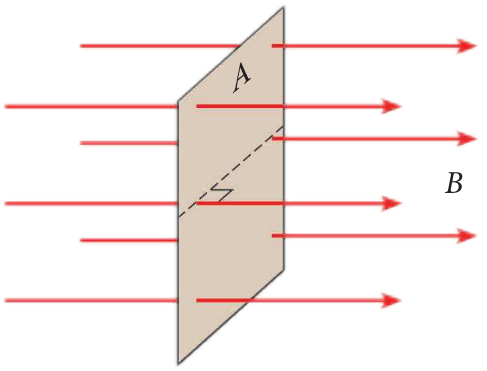
jossa e_k on indusoituva keskimääräinen lähdejännite.

Indusoituneen lähdejännitteen etumerkki päätellään Lenzin lain avulla

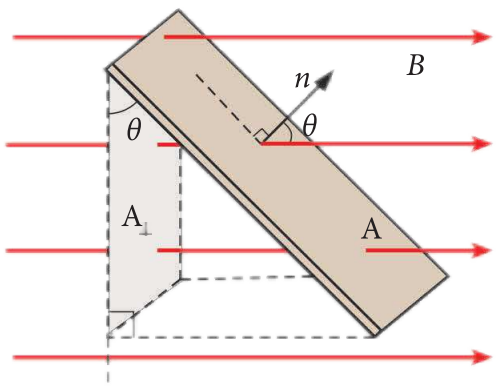
Indusoituneen lähdejännitteen e suuruus lasketaan usein lausekkeesta $e = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ja päätellään sen merkki ja virtasilmukkaan indusoituneen sähkövirran suunta Lenzin lain avulla. Indusoituneen lähdejännitteen vastakkaissuuntaisuus tarkoittaa juuri sitä, että indusoitunut lähdejännite pyrkii vastustamaan Lenzin lain mukaisesti induktion aiheuttavaa ilmiötä.

Tarkastellaan viereistä kuvaa. Kun kestomagneetti putoaa käämiin, käämissä magneettivuo kasvaa ja indusoituneen jännitteen etumerkki on negatiivinen. Induktiojännitteen synnyttämän sähkövirran suunta on sellainen, että sen synnyttämä magneettikenttä vastustaa indusoivan magneettikentän kasvua kestomagneetin pudotessa.

Jälkimmäinen jännitekäyrän osa on positiivinen. Se syntyy, kun kestomagneetti poistuu käämistä, jolloin käämi on pienenevässä magneettivuossa.



Pintaa vastaan kohtisuora magneettikenttä.



Pintaan nähden vino magneettikenttä. Kentän suunta ilmaistaan pinnan normaalin *n* ja magneettivuon tiheyden $\vec{B}$ välisen kulman θ avulla.

Käämiin indusoituva hetkellinen jännite
Hetkellinen induktiojännite on yhtä suuri kuin magneettivuon muutosnopeus

$$e = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \mathrm{D}\Phi(t).$$

Huomaa!

Lukiomatematiikassa funktion derivaattaa merkitään symbolilla D: Funktion f derivaatta pisteessä x on $\mathrm{D}f(x)$. Fysiikassa on tapana merkitä derivaattaa $\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}$. Siinä merkintä $\mathrm{d}x$ kertoo muuttujan, jonka suhteen derivointi suoritetaan. Merkintätapa seuraa siitä, että keskimääräisiä muutoksia kuvataan merkinnällä $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ ja derivaattaan päästään raja-arvona, kun $\Delta x \to 0$.

Magneettivuo riippuu silmukan kenttää vastaan kohtisuoran projektion pinta-alasta

Magneettivuo määriteltiin aiemmin vain magneettikenttää vastaan kohtisuoralle johdinsilmukalle. Jos silmukan määräämä taso ei ole kohtisuorassa magneettikenttää vastaan, magneettivuo riippuu silmukan kenttää vastaan kohtisuoran projektion pinta-alasta $A_\perp$, ja magneettivuo on silloin $\Phi = A_\perp B = BA\cos\theta$, jossa kulma θ on pinnan normaalin ja magneettikentän magneettivuon tiheyden välinen kulma.

Koska magneettivuo Φ on pinta-alan $A_\perp$, ja magneettivuon tiheyden suuruuden B tulo, magneettivuon muutos $\Delta\Phi = \Delta A_\perp B$ seuraa

- magneettivuon tiheyden B suuruuden muutoksesta,
- silmukan pinta-alan A muutoksesta tai
- silmukan asennon muutoksesta.

Indusoitunut lähdejännite saadaan magneettivuon aikaderivaattana

Jos silmukan sijasta magneettivuo muuttuu käämissä, jossa on kierroksia N kappaletta, indusoitunut lähdejännite on N-kertainen eli

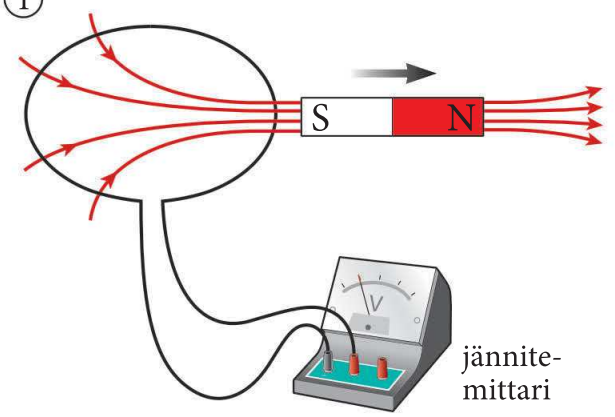
$$e = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Induktiolaki johdettiin tarkastelemalla muutosta aikavälillä Δt. Yleensä magneettivuon muuttuminen ei ole tasaista, jolloin indusoituva lähdejännitekin muuttuu. Tällöin indusoitunut hetkellinen lähdejännite saadaan magneettivuon aikaderivaattana

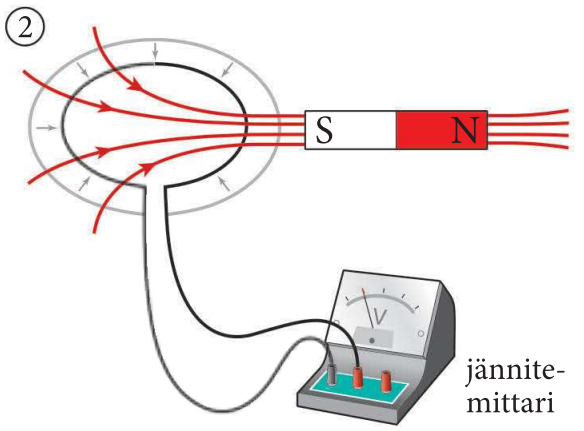
$$e = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}.$$

Derivointi voidaan tehdä, jos magneettivuon aikariippuvuus tunnetaan. Jos magneettivuon lauseketta ei tunneta, voidaan derivointi tehdä tietokoneen laskentaohjelmalla tai graafisella derivoinnilla.

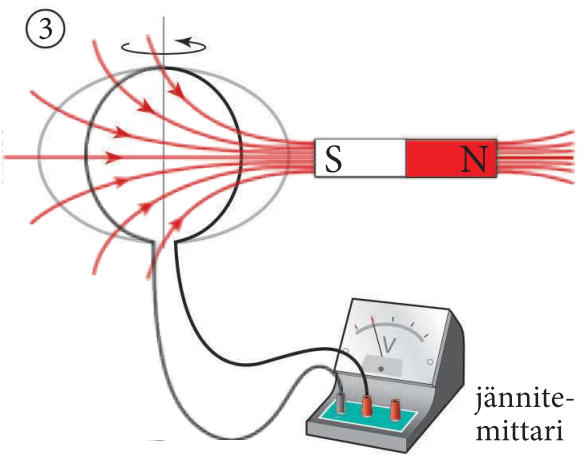
Milloin magneettivuo muuttuu?

① 

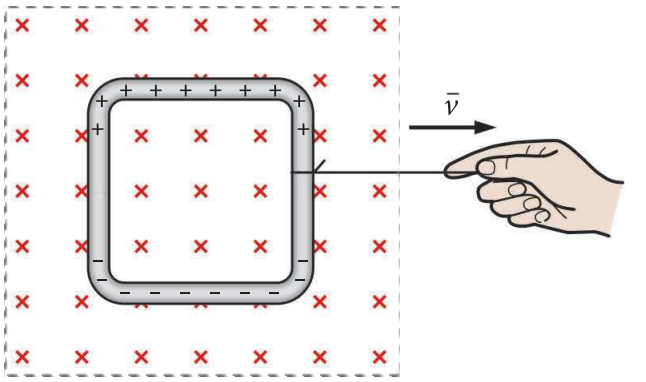
Magneettivuo $\Phi = AB$ muuttuu, kun magneetin magneettivuon tiheys muuttuu magneetin (tai silmukan) liikkuessa. Johdinsilmukkaan indusoituu lähdejännite.

② 

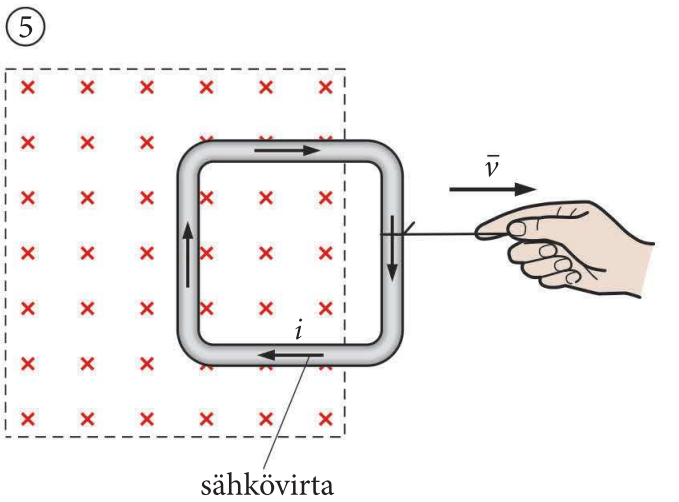
Magneettivuo $\Phi = AB$ muuttuu, kun silmukan pinta-ala A muuttuu (Silmukkaa venytetään tai kutistetaan). Johdinsilmukkaan indusoituu lähdejännite.

③ 

Magneettivuo $\Phi = A_\perp B$ muuttuu, kun silmukka kääntyy magneettikentän suhteen. Tällöin magneettikenttää vastaan kohtisuora pinta-ala $A_\perp$ muuttuu ja johdinsilmukkaan indusoituu lähdejännite.

④ 

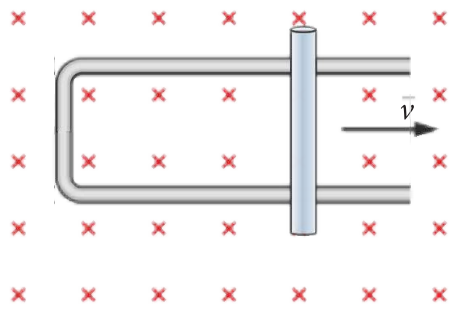
Kun suljettu johdinsilmukka liikkuu homogeenisessa magneettikentässä, silmukkaan ei indusoidu sähkövirtaa, koska silmukan läpäisevä magneettivuo ei muutu.

⑤ 

Kun osa etenevästä silmukasta on magneettikentän ulkopuolella, silmukkaan indusoituu sähkövirta, koska silmukan läpäisevä magneettivuo pienenee silmukan siirtyessä pois magneettikentästä.

Esimerkki 1 — Induktiolaki

Metallitanko liikkuu nopeudella 2,3 cm/s pitkin U-muotoista metallijohdinta. Metallijohtimien väli on 4,0 cm. Magneettivuon tiheyden suuruus on 25 mT.



a) Sovella induktiolakia ja laske, kuinka suuri lähdejännite indusoituu tankoon.
b) Kuinka suuri sähkövirta on silmukassa, jos tangon resistanssi on 1,5 Ω? Muun osan resistanssi on merkityksetön.
c) Mikä on sähkövirran suunta?
d) Kuinka suurella teholla liike-energiaa tangossa muuntuu lämpöenergiaksi?
e) Kuinka suuri liikuttamisessa tarvittavan tehon on oltava?

Huomaa!

Tämä esimerkki voitaisiin ratkaista myös luvun 7 tiedoilla, mutta tässä se on esimerkkinä yleisestä induktiolaista.

Ratkaisu

$l = 4{,}0$ cm, $v = 2{,}3$ cm/s, $B = 25$ mT, $R = 1{,}5\,\Omega$, $e = ?$, $I = ?$, $P = ?$

a) Jos tanko liikkuu ajassa Δt matkan Δs, sen nopeus on $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ ja silmukan läpi menevän magneettivuon muutos on

$$\Delta \Phi = B\Delta A = Bl\Delta s.$$

Tällöin indusoitunut lähdejännite on induktiolain mukaan

$$e = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{Bl\Delta s}{\Delta t} = -Blv$$

$$= -25 \cdot 10^{-3}\ \text{T} \cdot 0{,}040\ \text{m} \cdot 2{,}3 \cdot 10^{-2}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = -2{,}3 \cdot 10^{-5}\ \text{V}.$$

b) Jos virtapiirin resistanssi on R, virtapiirin sähkövirta on

$$i = \frac{e}{R} = \frac{2{,}3 \cdot 10^{-5}\ \text{V}}{1{,}5\ \Omega} = 1{,}533 \cdot 10^{-5}\ \text{A} \approx 1{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{A}.$$

c) Sähkövirran suunta saadaan Lenzin laista. Magneettivuo kasvaa silmukassa, koska silmukan pinta-ala kasvaa. Silloin induktioilmiön aiheuttaman magneettikentän magneettivuon tiheyden tulee olla alkuperäiselle kentän suunnalle vastakkaiseen suuntaan eli paperin tasosta katsojaan päin. Virtajohtimen magneettikentän oikean käden säännön mukaisesti sähkövirran tulee olla kuvan tilanteessa vastapäivään, jotta virtajohtimen magneettivuon tiheys silmukan sisällä osoittaa paperin tasosta ulospäin.

d) Tangossa muuntuu lämpöenergiaa teholla

$$P = ei$$

$$= 2{,}3 \cdot 10^{-5}\ \text{V} \cdot 1{,}533 \cdot 10^{-5}\ \text{A}$$

$$= 3{,}5259 \cdot 10^{-10}\ \text{W} \approx 3{,}5 \cdot 10^{-10}\ \text{W}.$$

e) Koska energia säilyy, on tangon liikuttamisessa tarvittavan tehon oltava yhtä suuri kuin teho, jolla tanko luovuttaa lämpöenergiaa eli $3{,}5 \cdot 10^{-10}$ W.

Vastaus

a) Indusoituneen lähdejännitteen suuruus on on $2{,}3 \cdot 10^{-5}$ V.
b) Indusoitunut sähkövirta on $1{,}5 \cdot 10^{-5}$ A.
c) Sähkövirran suunta on kuvan tilanteessa vastapäivään.
d) Lämpöä siirtyy teholla $3{,}5 \cdot 10^{-10}$ W.
e) Tankoa liikutetaan teholla $3{,}5 \cdot 10^{-10}$ W.

Esimerkki 2 — Magneettivuon muutosnopeuden vaikutus indusoituvaan lähdejännitteeseen

Magneettikenttään asetetaan käämi, jossa on 250 kierrosta ja sen pinta-ala on 0,0022 m². Kentän magneettivuon tiheys on aluksi 0,27 T ja se kasvaa 35 ms:ssa tasaisesti arvoon 0,67 T ja pysyy sen jälkeen muuttumattomana.

a) Kuinka suuri indusoitunut lähdejännite on?

b) Piirrä magneettivuon tiheyden ja indusoituneen lähdejännitteen aikariippuvuuden kuvaajat aikavälillä 0 ms … 50 ms.

Ratkaisu

$N = 250$ r, $A = 0{,}0022\ \text{m}^2$, $B_\text{A} = 0{,}27$ T, $B_\text{L} = 0{,}67$ T,
$\Delta t = 35$ ms, $e = ?$

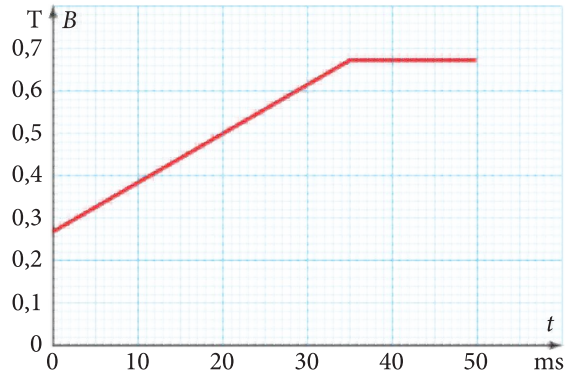
a) Induktiolain mukaan indusoitunut jännite on $e = -\dfrac{\Delta \Phi}{\Delta t}$.
Tarkastellaan tilannetta kahdella aikavälillä.

Aikaväli 0 ms … 35 ms:
Magneettivuon tiheys muuttuu tasaisesti. Käämin pinta-ala A ei muutu, mutta magneettivuon tiheys $\bar{B}$ muuttuu. Siten magneettivuon muutos seuraa magneettivuon tiheyden muutoksesta $\Delta\Phi = A\Delta B$. Indusoitunut jännite on

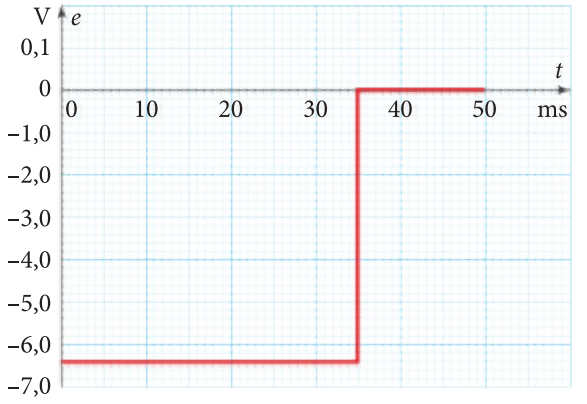
$$e = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N\frac{A\Delta B}{\Delta t}$$
$$= -250 \cdot \frac{0{,}0022\ \text{m}^2 \cdot (0{,}67\ \text{T} - 0{,}27\ \text{T})}{35 \cdot 10^{-3}\ \text{s}}$$
$$= -6{,}2857\ \text{V} \approx -6{,}3\ \text{V}.$$

Aikaväli 35 ms … 50 ms:
Koska nyt magneettivuon tiheys $\bar{B}$ on vakio, magneettivuo ei muutu $\Delta\Phi = 0$. Siten indusoitunut lähdejännite on nolla.

b) Magneettivuon tiheyden aikariippuvuus:



Indusoituneen jännitteen aikariippuvuus:

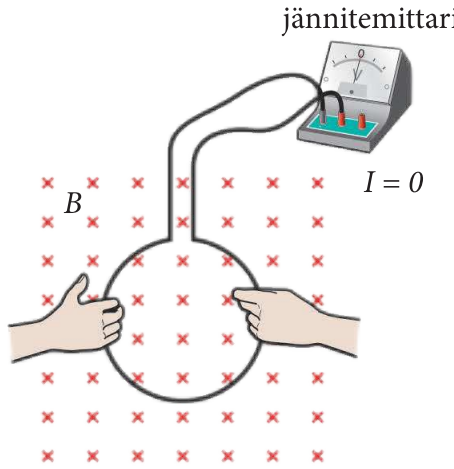


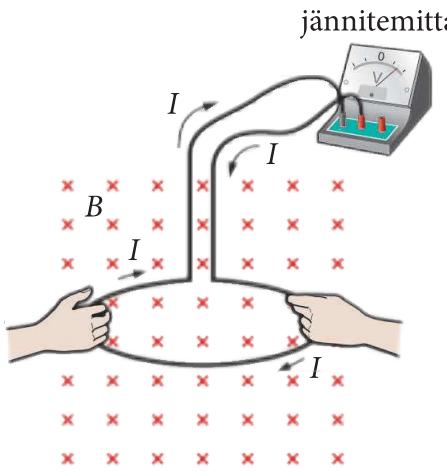
Vastaus

a) Indusoituva lähdejännite aikavälillä 0 ms…35 ms on −6,3 V ja tämän jälkeen nolla.

Esimerkki 3 — Keskimääräinen indusoitunut jännite

Metallirengas, jonka pinta-ala on 0,030 m², on homogeenisessa magneettikentässä. Rengas on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan. Magneettivuon tiheys on 0,15 T. Rengasta venytetään siten, että sen pinta-ala puolittuu 0,50 sekunnissa. Laske renkaaseen indusoituneen keskimääräisen lähdejännitteen arvo.





Ratkaisu

$A_{\text{alku}} = 0{,}030\ \text{m}^2$, $A_{\text{loppu}} = 0{,}015\ \text{m}^2$, $B = 0{,}15\ \text{T}$, $\Delta t = 0{,}50\ \text{s}$, $e_{\text{k}} = ?$

Magneettivuo on $\Phi = AB$. Koska magneettikenttä on homogeeninen, magneettivuon tiheys $\bar{B}$ ei muutu. Magneettivuon muutos seuraa renkaan pinta-alan muutoksesta ΔA, joka nyt on negatiivinen, koska pinta-ala pienenee.

Siten $\Delta\Phi = \Delta A \cdot B$.

Induktiolain mukaan

$$e_{\text{k}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta AB}{\Delta t} = -\frac{(A_{\text{loppu}} - A_{\text{alku}})B}{\Delta t}$$

$$= -\frac{(0{,}015\ \text{m}^2 - 0{,}030\ \text{m}^2) \cdot 0{,}15\ \text{T}}{0{,}50\ \text{s}}$$

$$= -\frac{-0{,}015\ \text{m}^2 \cdot 0{,}15\ \text{T}}{0{,}50\ \text{s}}$$

$$= 0{,}0045\ \text{V}.$$

Vastaus

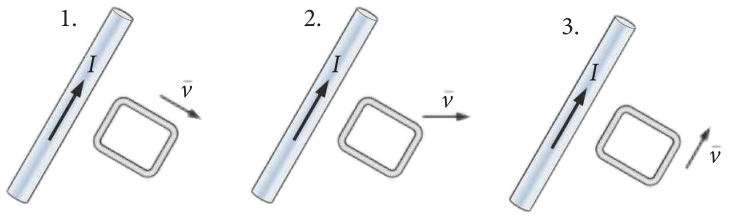
Lähdejännite on 4,5 mV.

Tiivistelmä

- Kun johdinsilmukan läpäisevä magneettivuo muuttuu, Faradayn induktiolain mukaan silmukkaan indusoituva keskimääräinen lähdejännite on $e_{\text{k}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.
- Miinusmerkki ilmaisee Lenzin lain: induktiojännitteen aiheuttama sähkövirta synnyttää magneettikentän, joka vastustaa magneettivuon muutosta.

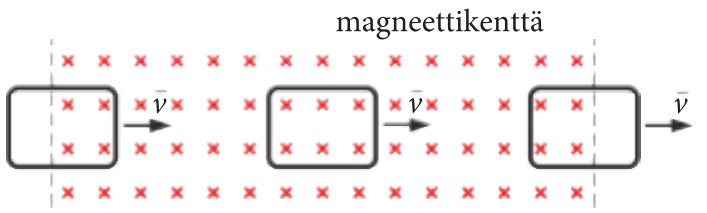
Perustehtävät

96. Pitkässä johtimessa on sähkövirta. Suorakulmion muotoiset johdinsilmukat liikkuvat kuvan osoittamalla tavalla johtimen määräämässä tasossa. Missä tilanteessa silmukkaan indusoituu sähkövirta?

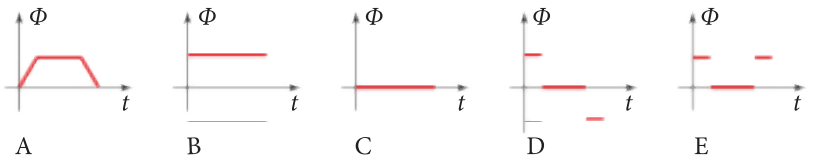


97. Johdinsilmukan läpi kulkeva magneettivuo muuttuu 1,2 ms:ssa arvosta $1{,}7 \cdot 10^{-3}$ Tm^2 arvoon $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ Tm^2. Kuinka suuri lähdejännite indusoituu silmukkaan? Esim. 1

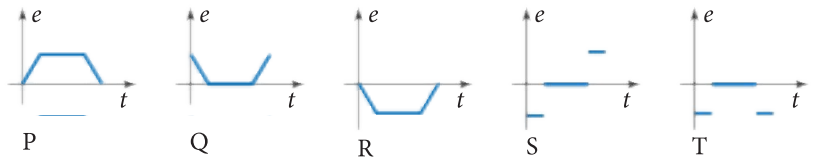
98. Johdinsilmukka liikkuu vakionopeudella homogeenisessa magneettikentässä kuvan mukaisesti.



a) Mikä kuvaajista esittää parhaiten magneettikentän vuon muuttumisen silmukassa alkuhetkestä loppuhetkeen?



b) Mikä kuvaajista esittää parhaiten silmukkaan indusoituneen lähdejännitteen alkuhetkestä loppuhetkeen?



99. Ympyrän muotoisen johdinsilmukan, jonka säde on 10,5 cm, normaali on magneettikentän suuntainen. Magneettikentän magneettivuon tiheys muuttuu 3,8 ms:ssa tasaisesti arvosta 23 mT arvoon 12 mT.

a) Kuinka suuri lähdejännite indusoituu johdinsilmukkaan?

b) Kuinka suuri sähkövirta silmukassa on, jos silmukka on puhdasta kuparia? Johtimen säde on 0,5 mm. Esim. 1

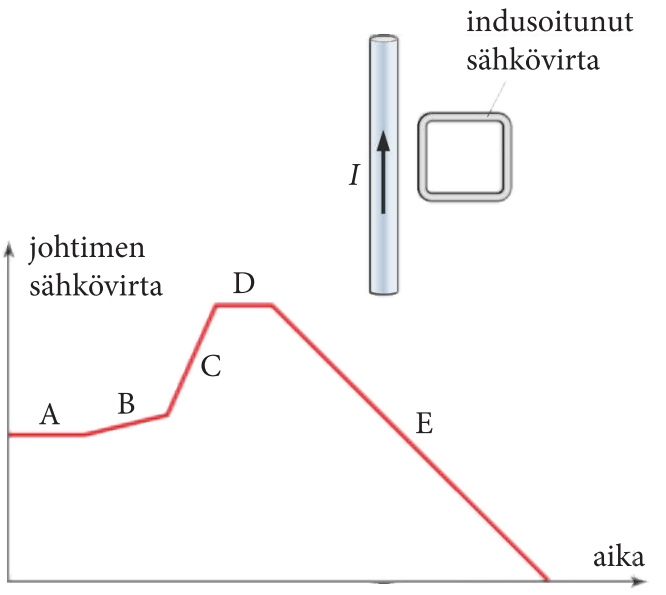
100. Homogeenisessa magneettikentässä, jonka magneettivuon tiheys on 310 mT, on ympyrän muotoinen silmukka. Ympyrän säde on 17 cm. Johdinsilmukka on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan.

a) Kuinka suuri on silmukan läpäisevä magneettivuo?

b) Kuinka paljon magneettivuo muuttuu, jos silmukan säde kutistuu 12 cm:iin?

c) Kuinka suuri lähdejännite indusoituu silmukkaan, jos silmukka kutistuu 12 cm:iin 5,2 sekunnissa? Esim. 3

101. Pitkän, suoran johtimen vieressä on suorakulmion muotoinen johdinsilmukka. Johtimen sähkövirta vaihtelee kuvaajan mukaisesti. Tarkastele eri aikaväleillä A, B, C, D, E johdinsilmukkaan indusoitunutta sähkövirtaa. Järjestä aikavälit indusoituneen sähkövirran perusteella suurimmasta pienimpään.



Soveltavat tehtävät

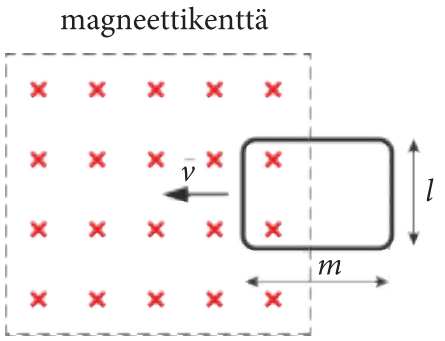
102. Laske johdinsilmukan läpäisevä magneettivuo, kun

a) suorakulmion muotoisen silmukan sivujen pituudet ovat 2,5 cm ja 4,2 cm

b) silmukka on ympyrän muotoinen ja silmukan säde on 1,4 cm.

Silmukat ovat kohtisuorassa homogeenisen magneettikentän kenttäviivoja vastaan. Magneettivuon tiheyden suuruus on 560 mT.

103. Käämi tulee homogeeniseen magneettikenttään vakionopeudella. Käämin sivujen pituudet ovat m ja l. Käämissä on N kierrosta.



Vastaa kysymyksiin käyttämällä seuraavia lausei-ta:

Se on nelinkertainen.
Se on kaksinkertainen.
Se pysyy samansuuruisena.
Se on puolet alkuperäisestä.
Se on neljäsosa alkuperäisestä.

Mitä tapahtuu indusoituvalle lähdejännitteelle, jos

a) magneettivuon tiheys muutetaan kaksinkertaiseksi?

b) käämin leveys l muutetaan kaksinkertaiseksi?

c) käämin pituus m muutetaan kaksinkertaiseksi?

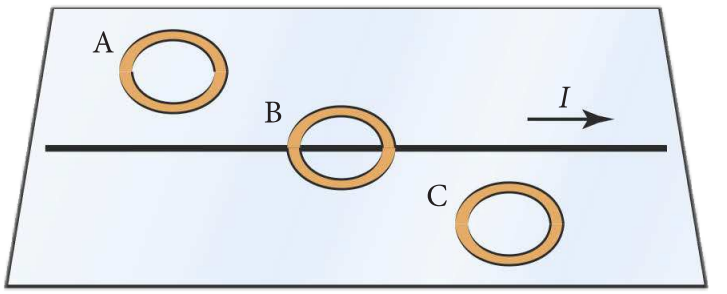
d) käämin nopeus muutetaan kaksinkertaiseksi?

e) käämin johdinkierrosten lukumäärä muutetaan kaksinkertaiseksi?

104. Johdin, jossa on sähkövirta, on asetettu lasilevyn alle. Lasilevyn päällä on kolme kultasormusta. Sähkövirran annetaan kasvaa johtimessa.

a) Minkä suuntainen sähkövirta indusoituu sormuksiin kohdissa A, B ja C?

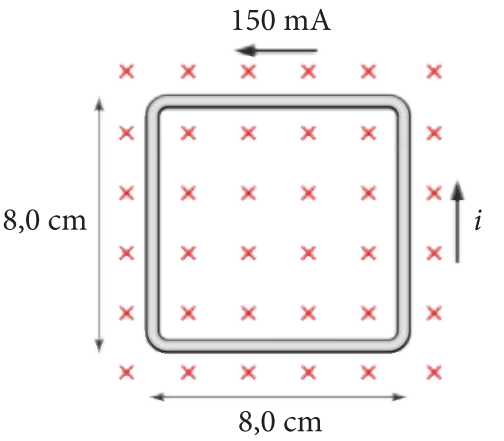
b) Piirrä kuva, jolla perustelet päätelmäsi.



105. Kuvan johdinsilmukka, jonka resistanssi on 0,10 Ω, on muuttuvassa magneettikentässä.

a) Kasvaako vai pienentyykö magneettivuon tiheys?

b) Millä nopeudella muutos tapahtuu?

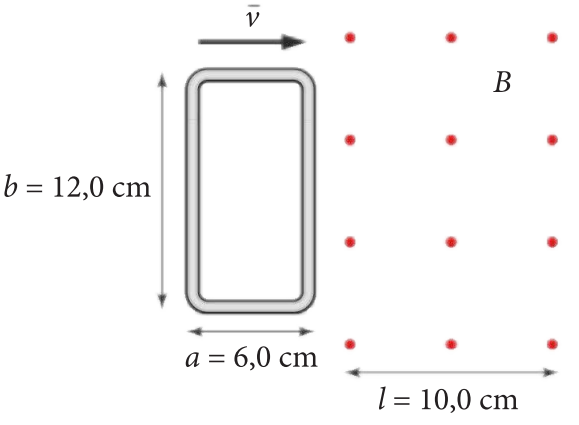


106. Johdinsilmukkaa vedetään vakionopeudella 6,5 cm/s kohtisuorasti magneettikenttää vastaan. Magneettivuon tiheyden suuruus on 12 mT ja silmukan resistanssi 5,0 Ω. Olkoon silmukka alussa juuri magneettikentän ulkopuolella. Esitä graafisesti ajan funktiona

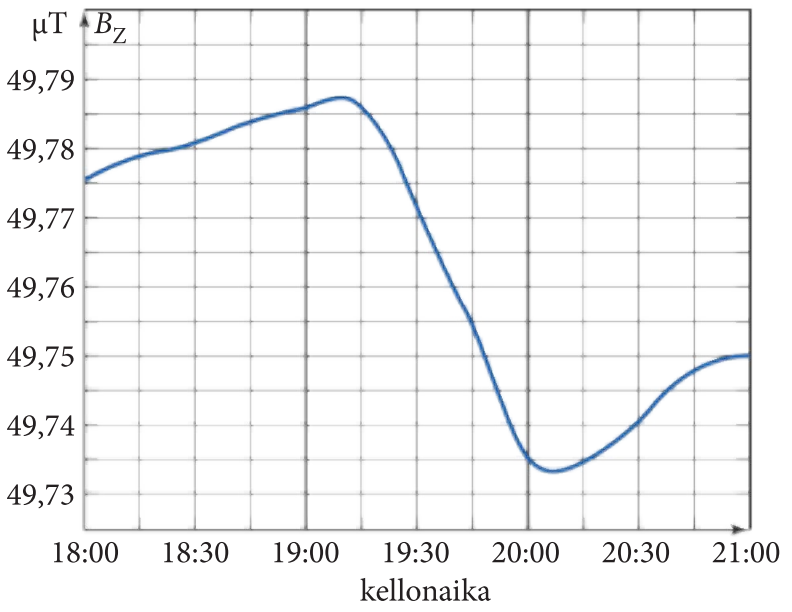
a) silmukan läpäisevä magneettivuo

b) indusoitunut lähdejännite

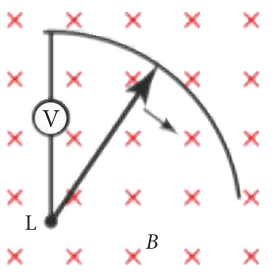
c) vetämiseen tarvittava voiman suuruus.



107. Oheinen yksinkertaistettu kuvaaja esittää Auringon aktiivisuudesta johtuvaa maapallon magneettikentän magneettivuon tiheyden pystykomponentin vaihtelua. Kuinka suuren sähkövirran tämä voi suurimmillaan aiheuttaa kuvan esittämään Suomen kantaverkon silmukkaan? Oletetaan silmukka ympäristöstään eristetyksi ja sen johtimien keskimääräiseksi resistanssiksi pituusyksikköä kohti 8,6 μΩ/m. (Yo syksy 2008, teht. 8)



108. Johdinsilmukka koostuu kahdesta suorasta johtimesta ja ympyränkaaren muotoisesta johtimesta. Se on kuvan mukaisesti kohtisuorassa magneettikenttää vastaan.



Oikeanpuoleinen suora johdin kiertyy myötäpäivään kulmanopeudella 12,6 rad/s pisteen L ympäri. Suorien johtimien pituus on 36 cm, ja magneettivuon tiheys on 76 mT. Laske jännitemittarin näyttämä jännite. (Yo kevät 2013, teht. 8 a)

109. Tiepalveluauto ajaa nopeudella 95 km/h Tampereelta suoraan länteen. Kuinka suuri jännite syntyy auton 1,5 m pitkän pystysuoran antennin päiden välille, kun Maan magneettikentän magneettivuon tiheys on 54 μT ja inklinaatio 72°? Deklinaatio voidaan olettaa nollaksi. Kumpi antennin pää on korkeammassa potentiaalissa? (Yo kevät 2007, teht. 8)

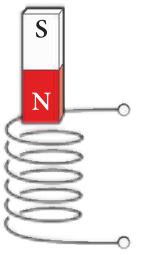
110. Sauvamagneetti pudotetaan käämin läpi, jolloin käämiin kytketyllä jänniteanturilla saadaan tietokoneen ruudulle oheinen kuvaaja.

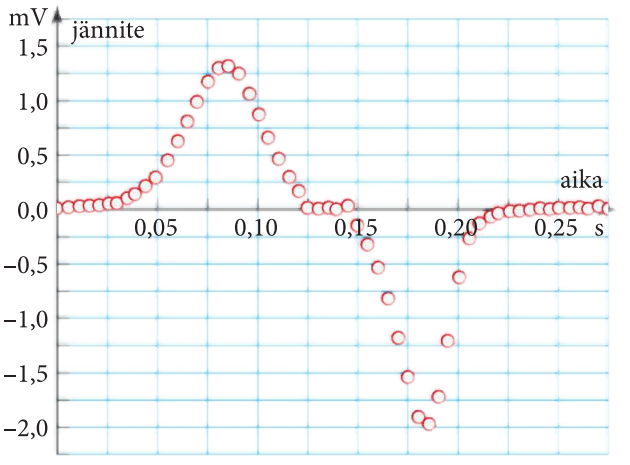
a) Selitä ilmiö ja kuvaajan muoto.

b) Miten kuvaaja muuttuu, jos magneetti pudotetaan toinen pää edellä?

c) Miten kuvaaja muuttuu, jos magneetti pudotetaan korkeammalta?

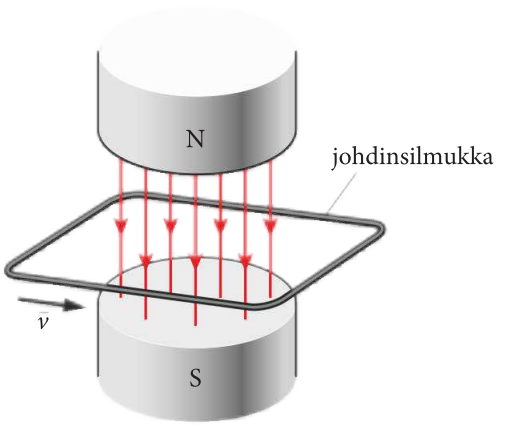
(Yo syksy 2009, teht. 8)



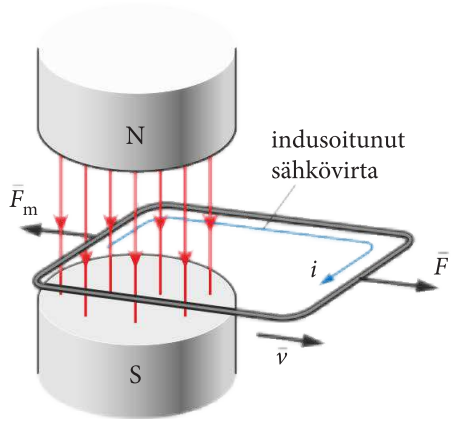


9 Pyörrevirtoja syntyy metalliesineeseen

Lentoaseman turvatarkastuksen tarkoituksena on löytää esineet, joiden vieminen lentokoneeseen on kiellettyä.



Magneettivuo ei muutu silmukan sisällä. Silmukassa ei ole sähkövirtaa.



Magneettivuo silmukan läpi muuttuu. Silmukkaan indusoitunut sähkövirta synnyttää magneettisen voiman, joka on liikkeen suunnalle vastakkainen.

Metallinpaljastimien toiminta perustuu pyörrevirtoihin

Edellisessä luvussa perehdyttiin sähkömagneettisen induktion perusteisiin. Faradayn lain mukaan muuttuva magneettivuo indusoi johdinsilmukkaan sähkövirran. Lenzin lain mukaan indusoituneen sähkövirran suunta on sellainen, että sen synnyttämä magneettikenttä vastustaa ulkoisen magneettikentän muutosta.

Pyörrevirrat ovat induktioilmiön erikoistapaus. Muun muassa metallinpaljastimien toiminta perustuu pyörrevirtoihin. Kun metalliesine joutuu käämin vaihtovirralla tuotettuun muuttuvaan magneettikenttään, siihen indusoituu pyörrevirtoja. Metallipaljastimen elektroniikka havaitsee pyörrevirtojen synnyttämän magneettikentän.

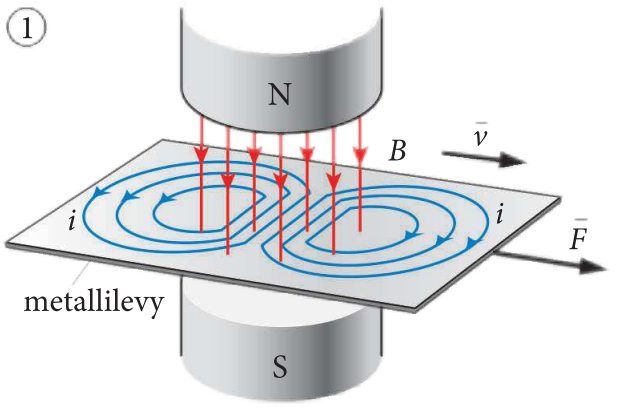
Silmukan liikuttamiseksi magneettikentässä tarvitaan ulkoinen voima

Tarkastellaan ensin metalliseen johdesilmukkaan ja sitten johdelevyyn indusoituvaa sähkövirtaa. Jos johdinsilmukka on kuvan mukaisesti magneettikentän ympärillä eikä magneettivuo muutu silmukan sisällä, niin silmukkaan ei vaikuta magneettisia voimia ja silmukkaa on helppo liikuttaa.

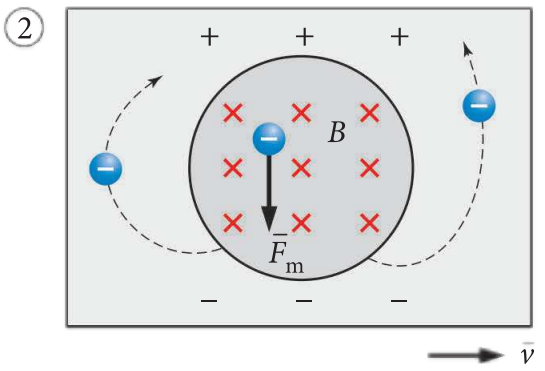
Kun silmukan johdin tulee magneettikenttään, johtimen vapaisiin elektroneihin vaikuttaa magneettinen voima. Silmukkaan syntyy sähkövirta. Sähkövirran synty voidaan selittää myös induktiolailla. Magneettivuo silmukan läpi muuttuu ja silmukkaan indusoituu lähdejännite, joka aiheuttaa sähkövirran.

Sähkövirrasta seuraa silmukkaan vaikuttava magneettinen voima, jonka suuruus on $F_m = IlB$. Voima $\bar{F}_m$ on liikkeen suunnalle vastakkainen. Tarvitaan siis ulkoinen voima $\bar{F}$ liikuttamaan silmukkaa magneettikentässä.

Silmukkaan vaikuttaa magneettinen voima, vaikka silmukka ei olisi ferromagneettista ainetta. Riittää, että silmukka johtaa sähköä ja se on suljettu eli siinä on sähkövirta. Jos silmukka on avoin, siihen ei indusoidu sähkövirtaa eikä siihen siten myöskään vaikuta magneettinen voima.

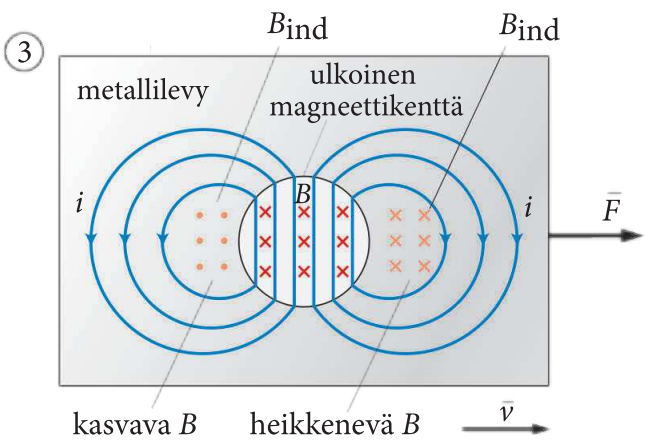


Kun metallilevy liikkuu magneettikentässä, levyyn indusoituu pyörrevirtoja.



Metallin vapaat johdinelektronit liikkuvat levyn mukana. Magneettikenttä aiheuttaa niihin kohdistuvan voiman ja elektronit lähtevät liikkeelle.

Pyörrevirrat
Induktiovirtoja, jotka syntyvät yhtenäisiin johdekappaleisiin, kutsutaan pyörrevirroiksi.



Levyn oikeanpuoleisessa osassa ulkoinen magneettikenttä heikkenee ja vasemmanpuoleisessa osassa magneettikenttä voimistuu. Pyörrevirtojen *i* suunta saadaan Lenzin lain avulla.

Pyörrevirtojen synty johdelevyssä

Kuvattu johdinsilmukkatarkastelu voidaan laajentaa metallilevyä koskevaksi. Myös sähköä johtavasta aineesta tehtyyn levyyn indusoituu sähkövirtoja, kun levyä liikutetaan kuvan (1) mukaisesti magneetin napojen välissä.

Metallin vapaat johdinelektronit liikkuvat levyn mukana (kuva 3), jolloin magneettikenttä aiheuttaa niihin kohdistuvan voiman, jonka suuruus on $F = QvB$. Tällöin elektronit lähtevät liikkeelle. Magneetin napojen välissä elektronit liikkuvat oikean käden säännön osoittamalla tavalla, ja levyn reunojen välille syntyy lähdejännite.

Elektronit kiertävät levyn positiiviselle reunalle voimakkaan magneettikentän ulkopuolella olevien levyn osien kautta ja levyssä alkaa kiertää sähkövirtoja.

Koska levy on yhtenäinen, elektronit liikkuvat levyssä suurella alueella. Ilmiötä mallinnetaan usein niin, että sähkövirta kulkee sulkeutuvia silmukoita pitkin. Sanotaan, että levyyn syntyy **pyörrevirtoja**. Pyörrevirtojen suunta on sähkövirran määritelmän mukaan elektronien liikkeen suunnalle vastakkainen.

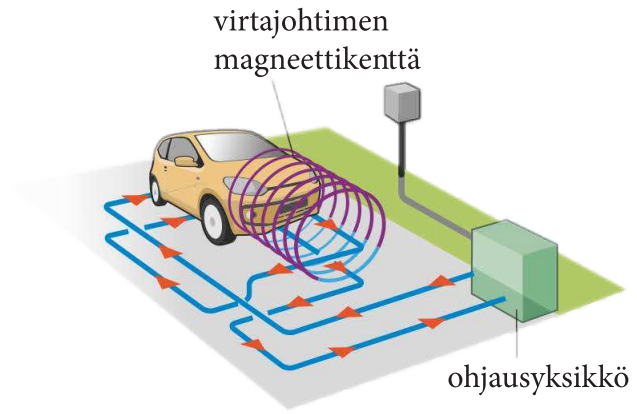
Pyörrevirtoja syntyy myös, jos magneetti liikkuu metallilevyn suhteen. Oleellista on, että magneettikenttä levyn suhteen muuttuu.

Pyörrevirtojen suunta voidaan selittää myös Lenzin lailla

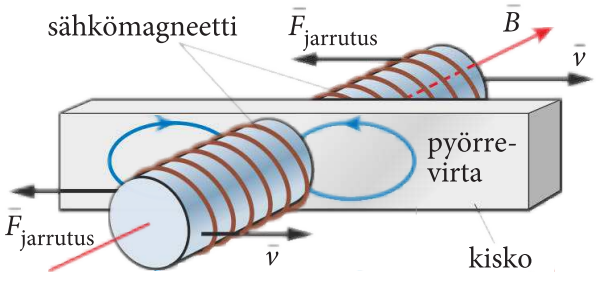
Pyörrevirtojen suunta voidaan selittää myös Lenzin lain avulla tarkastelemalla indusoituneen magneettikentän suuntaa.

Kuvassa (3) levyn oikeanpuoleisessa osassa magneettikenttä heikkenee. Tähän osaan syntyy siihen suuntaan kulkevia pyörrevirtoja, joiden aiheuttama magneettikenttä on ulkoisen magneettikentän suuntainen. Tämä indusoitunut magneettikenttä siis vahvistaa heikkenevää ulkoista magneettikenttää.

Levyn vasemmanpuoleisessa osassa ulkoinen magneettikenttä voimistuu. Tähän osaan syntyy pyörrevirtoja, joiden aiheuttama magneettikenttä on ulkoisen kentän suunnalle vastakkainen.



Liikennevaloja ohjataan induktiivisella lähestymisanturilla.



Induktiojarru

Induktiolieden keraamisen levyn alla on käämi.

Pyörrevirroille on paljon sovelluksia

Induktiivinen lähestymisanturi eli magneettinen liikeilmaisin

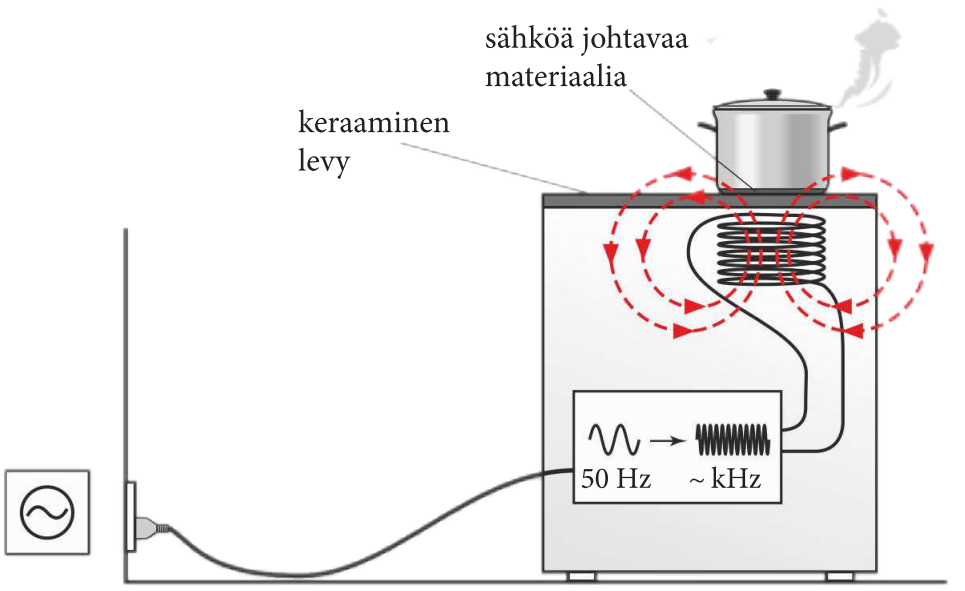
Kun sähköä johtavaa ainetta oleva kappale lähestyy anturin magneettikenttää, kappaleeseen indusoituu pyörrevirtoja. Pyörrevirrat synnyttävät oman magneettikentän, jonka anturi havaitsee. Lähestymisanturi voi olla esimerkiksi ohjaamassa liikennevaloja. Kun auto ajaa tien päällysteen alla olevan induktiosilmukan yli, silmukkaan indusoituu jännite. Tämä signaali ohjaa liikennevaloja.

Induktiojarru

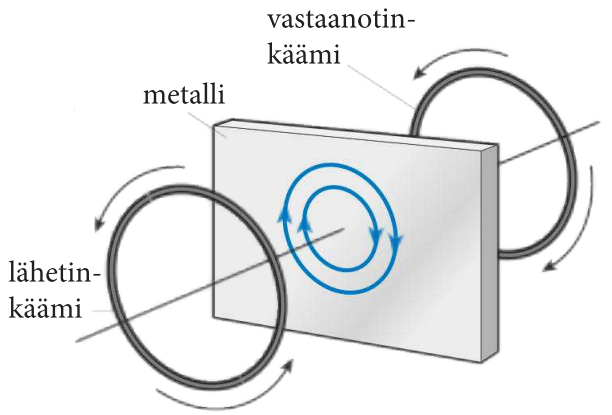
Pyörrevirtoja käytetään hyväksi induktiojarruissa. Metallikiskoilla liikkuvan kappaleen, esimerkiksi junan, sähkömagneetit on sijoitettu niin, että ne asettuvat molemmin puolin kiskoa. Kun magneetteihin kytketään sähkövirta, kiskoon indusoituu pyörrevirtoja. Pyörrevirtojen vaikutuksesta liikkuviin magneetteihin ja samalla siis liikkuvaan junaan vaikuttaa liikkeen suunnalle vastakkainen voima. Induktiojarrun etuna on, että jarrutuksessa kuumenevat kiskot eivätkä jarrut eikä tapahdu kuluttavaa hankausta.

Induktioliesi

Induktiolieden keittolevyssä on käämi, joka on kytketty vaihtojännitteeseen. Vaihtojännitteen ja sen synnyttämän vaihtovirran suuruus ja suunta vaihtelevat jaksollisesti. Vaihtovirran käämiin synnyttämä muuttuva magneettikenttä aiheuttaa pyörrevirtoja keittolevyllä olevaan metalliseen kattilaan. Pyörrevirrat lämmittävät kattilan, joka lämmittää kattilassa olevan veden.



Metallinpaljastin reagoi magneettikentän muutoksiin.



Kuvassa näkyy metallinpaljastimen toimintaperiaate. Metallinpaljastimen vastaanotinkäämi havaitsee magneettivuon muutoksia.

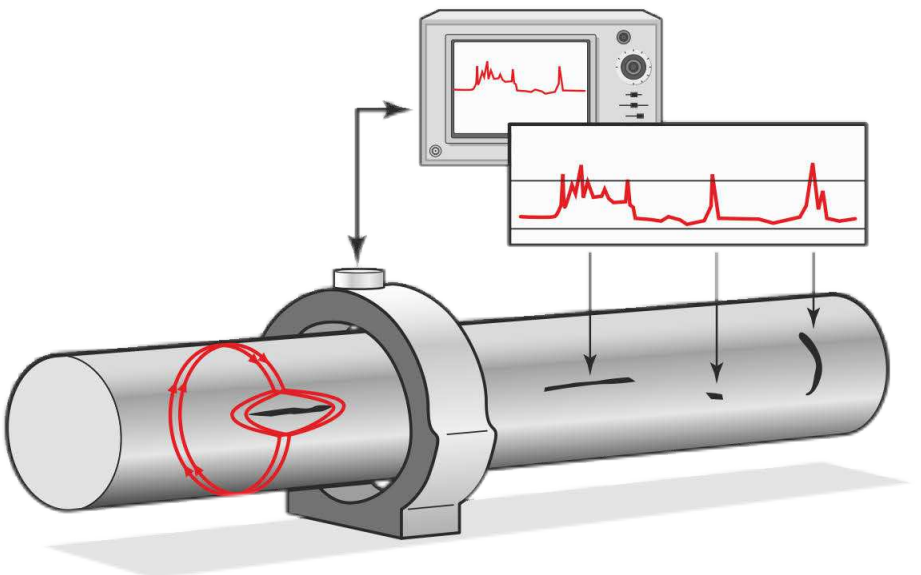
Metallinpaljastin

Metallinpaljastin koostuu kahdesta käämistä, lähetinkäämistä ja vastaanotinkäämistä. Lähetinkäämin vaihtovirta aiheuttaa ympärilleen muuttuvan magneettikentän, joka indusoi sähkövirran vastaanotinkäämiin. Kun lähetinkäämin ja vastaanotinkäämin väliin tulee metalliesine, lähetinkäämin muuttuva magneettikenttä indusoi pyörrevirtoja metallikappaleeseen. Pyörrevirtojen aiheuttama magneettikenttä indusoi vastaanotinkäämin sähkövirran, joka on pienempi kuin pelkän lähetinkäämiin synnyttämä sähkövirta. Metalliesine siis paljastuu vastaanotinkäämin sähkövirran muutoksesta. Vastaavanlainen järjestelmä on kauppojen varashälyttimissä.

Rakenteiden tutkiminen

Pyörrevirtojen avulla voidaan tarkastaa sähköä johtavista aineista valmistettujen esineiden laatua rikkomatta niitä. Esine laitetaan muuttuvaan magneettikenttään. Jos esineessä on hiushalkeamia, pyörrevirtojen suuruudet muuttuvat.

Putkien, tankojen ja lankojen rakennevirheet löydetään pyörrevirtojen avulla.

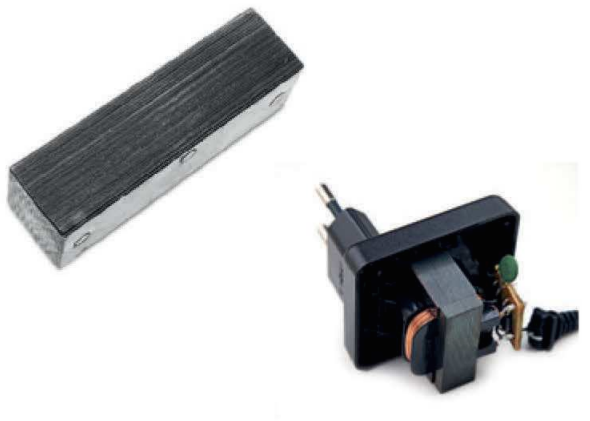


Pyörrevirtojen avulla voidaan tutkia kappaleiden rakennetta rikkomatta kappaletta. Esimerkiksi suihkulentokoneen turpiinin lapojen mahdollisia sisäisiä hiushalkeamia voidaan etsiä pyörrevirtojen avulla. Jos metallisessa lavassa on halkeamia, pyörrevirrat ovat heikompia.

Esimerkki 1 — Pyörrevirrat

a) Miksi metallikappaleet lämpenevät, kun ne ovat käämin sisällä ja käämi on kytketty vaihtojännitteeseen?

b) Miten käämin rautasydän kannattaa valmistaa?



Ratkaisu

a) Vaihtojännite synnyttää vaihtovirran, joka synnyttää käämiin muuttuvan magneettikentän. Muuttava magneettikenttä synnyttää metallikappaleeseen pyörrevirtoja.

Pyörrevirtojen vaikutuksesta metallikappaleet lämpenevät, koska sähkövirran (elektronien) kulku resistanssin vuoksi ei ole täysin vapaata.

b) Lämpenemistä voidaan vähentää, jos kappale valmistetaan toisistaan eristetyistä metalliliuskoista. Tällöin pyörrevirtoja ei pääse syntymään levyjä vastaan kohtisuorassa suunnassa.

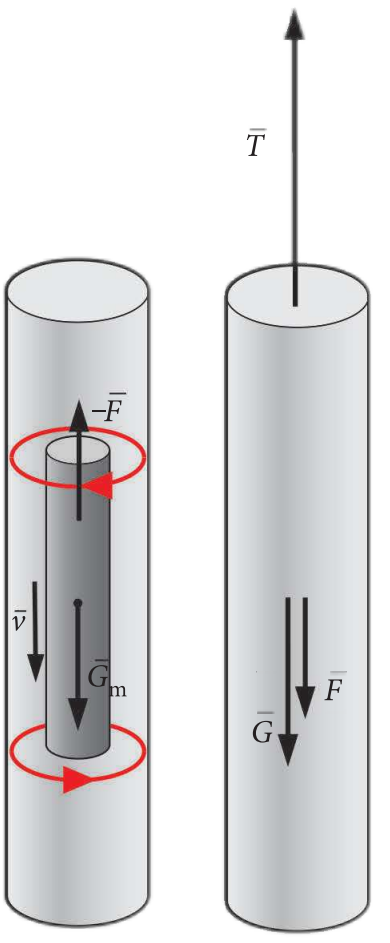
Esimerkki 2 — Pyörrevirrat alumiiniputkessa

Suora alumiiniputki ripustetaan toisesta päästään jousivaakaan. Putken läpi pudotetaan ensin messinkitanko ja sitten sen kanssa samanmuotoinen ja -massainen voimakas sauvamagneetti. Havaitaan, että magneetin putoaminen putken läpi kestää huomattavasti kauemmin kuin messinkitangon putoaminen ja magneetin pudotessa putkessa jousivaaka näyttää putken massaa suurempaa lukemaa. Miten selität havainnot? (YO kevät 2013, teht. 8 b)

Ratkaisu

Kun magneetti putoaa putkessa, putken seinämät ovat muuttuvassa magneettikentässä. Putkeen indusoituu pyörrevirtoja, joiden suunnat ovat Lenzin lain mukaan sellaiset, että niiden synnyttämät magneettikentät pyrkivät vastustamaan magneettivuon muutosta. Tällöin pyörrevirtojen magneettikentät kohdistavat sauvamagneettiin sen liikettä vastaan suuntautuvan voiman $-\bar{F}$. Tämä jarruttaa magneetin putoamista, joten magneetti putoaa putken läpi hitaammin kuin magnetoitumaton messinkitanko.

Magneetin pudotessa sen ja putken välillä vallitsee magneettinen vuorovaikutus. Magneettiin kohdistuu voima $-\bar{F}$ ylöspäin, joten NIII:n mukaan putkeen kohdistuu vastavoima $\bar{F}$ alaspäin. Tämän vuoksi jousivaa'an näyttämä $\bar{T}$ on putken painoa $\bar{G}$ suurempi.



Tiivistelmä

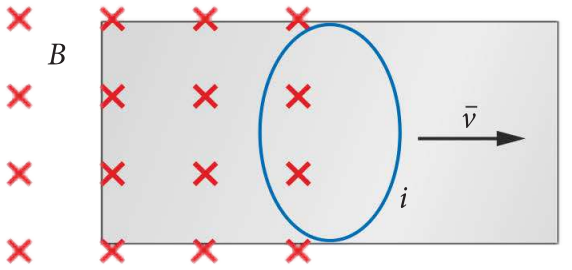
- Induktiovirtoja, jotka muuttuva magneettivuo synnyttää yhtenäisiin johdekappaleisiin, kutsutaan pyörrevirroiksi.

Perustehtävät

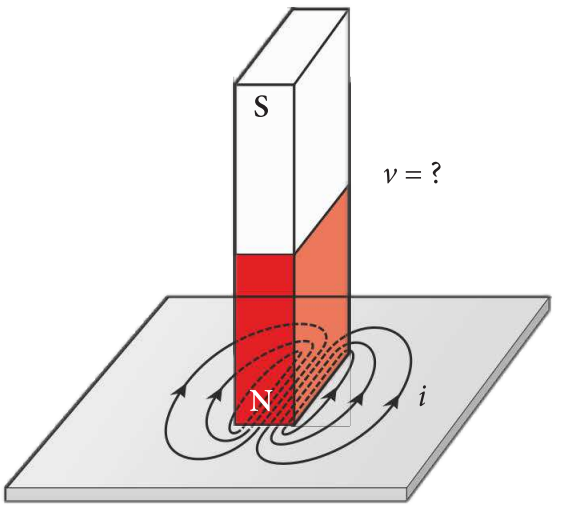
111. Alumiinilevy liikkuu magneettikentässä oikealle. Levyyn on piirretty pyörrevirtaa kuvaava soikio.

a) Onko alumiinilevy kasvavassa vai heikkenevässä magneettikentässä?

b) Onko pyörrevirran suunta myötäpäivään vai vastapäivään? Esim. 2



112. Alumiinilevyn päällä liikutetaan kestomagneettia. Levyyn on piirretty pyörrevirtoja. Päättele pyörrevirtojen perusteella, mihin suuntaan kestomagneetti liikkuu. Esim. 2



113. Jos heilurilevy asetetaan heilahtelemaan kestomagneetin kohtioiden väliin, se pysähtyy nopeasti.

a) Millaisesta materiaalista levy on tehty?

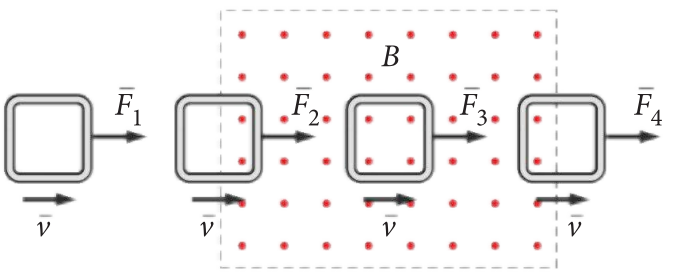
b) Miksi pysähtyminen tapahtuu nopeasti?

c) Miten kultalevyn ja lyijylevyn pysähtymisnopeudet poikkeavat toisistaan? Esim. 2

114. **a)** Miten pyörrevirtoja syntyy?

b) Mitä haittaa tai mitä hyötyä pyörrevirroista on?

115. Johdinsilmukkaa vedetään vakionopeudella homogeenisen magneettikentän läpi kuvan osoittamalla tavalla. Missä tilanteessa tarvitaan suurin voima tasaisen liikkeen ylläpitämiseen?



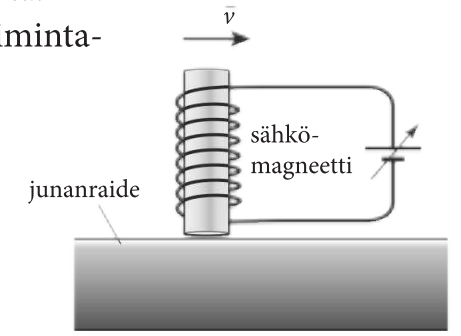
116. Miten metallinpaljastin toimii?

Soveltavat tehtävät

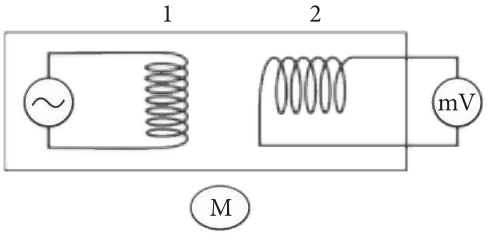
117. Selitä, mihin fysikaalisiin ilmiöihin perustuu ruoan lämmitys
a) sähköuunissa
b) induktioliedellä
c) mikroaaltouunissa.
(Yo syksy 2006, teht. 8)

118. Pyörrevirrat ja niiden tekniset sovellukset.
(Yo kevät 2010, teht. 8)

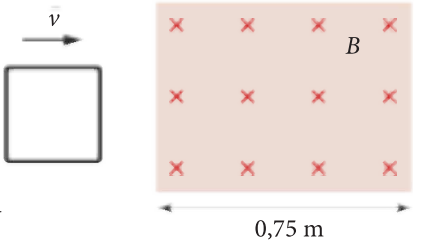
119. Uusissa vuoristoratojen vaunuissa ja suurnopeusjunissa käytetään pyörrevirtajarruja. Silloin vaunussa kiinni oleva sähkömagneetti liikkuu junanraiteen lähellä kuvan esittämällä tavalla. Kun vaunua halutaan jarruttaa, sähkömagneettiin johdetaan sähkövirta.
a) Selitä jarrun toimintaperiaate.
b) Miten jarruttava voima muuttuu, kun vaunun nopeus pienenee?



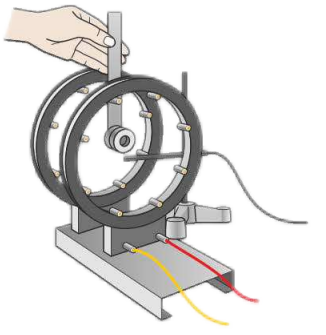
120. Oheinen kuva esittää yksinkertaisen metallinilmaisimen periaatetta. Primäärikäämiin 1 syötetään vaihtovirtaa, ja sekundäärikäämiin 2 syntyvä vaihtojännite mitataan millivolttimittarilla.
a) Miksi millivolttimittari näyttää nollaa, kun lähistöllä ei ole metalliesineitä?
b) Miksi lähelle tuotu metalliesine M saa mittarin näyttämään jännitettä?
c) Miten tämä jännite riippuu metallin sähkönjohtavuudesta? (Yo kevät 2000, teht. 8)

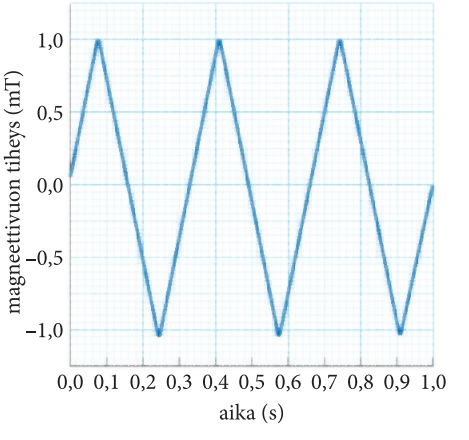


121. Neliön muotoinen johdinsilmukka, jonka sivun pituus on 25 cm ja resistanssi 1,25 Ω, liikkuu vakionopeudella 0,20 m/s kuvan mukaisesti homogeenisen magneettikentän poikki. Magneettikentän magneettivuon tiheys on 15 mT. Esitä graafisesti silmukassa kulkeva virta ajan funktiona.
(Yo kevät 2012, teht. 8)

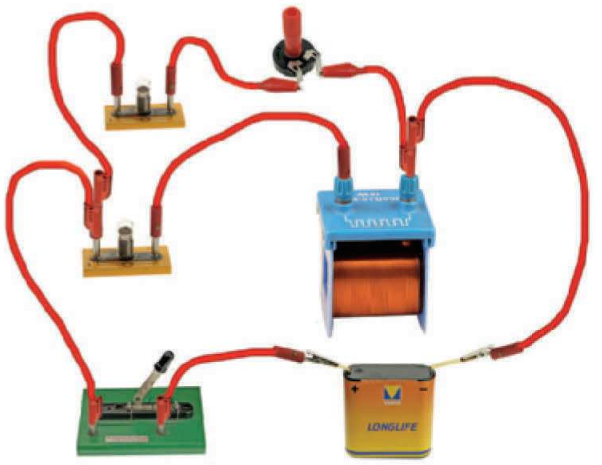


122. Induktioilmiötä tutkitaan kuvan laitteistolla, jossa on kaksi isoa kenttäkäämiä. Kun niissä kulkee samansuuntaiset, yhtä suuret sähkövirrat, syntyvä magneettikenttä on sangen tarkasti homogeeninen. Kenttäkäämien väliin pannaan tietokoneeseen kytketty magneettivuon tiheyttä mittaava anturi ja pieni testikäämi, jossa on 2 000 johdinkierrosta. Testikäämin johdinkierrosten keskimääräinen pinta-ala on 7,0 cm^2. Kenttäkäämeihin johdetaan aaltomuodoltaan kolmiomainen vaihtovirta, ja käämien välissä vallitsevaa magneettivuon tiheyttä mitataan ajan funktiona (kuvaaja).
a) Missä asennossa kenttäkäämien suhteen testikäämin pitää olla, jotta siihen indusoituu mahdollisimman suuri jännite? Perustele.
b) Kuinka suuri on tämän jännitteen maksimiarvo?
c) Esitä graafisesti induktiojännite ajan funktiona. (Yo syksy 2010, teht. 8)

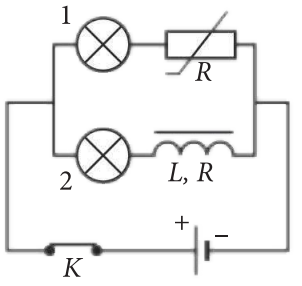




10 Itseinduktio ja induktiivinen kytkentä



Kun kytkin suljetaan, lamppu 1 syttyy välittömästi. Käämin kanssa sarjaan kytketty lamppu 2 syttyy viipeellä.



Itseinduktio
Itseinduktiossa käämin oman sähkövirran muutos indusoi tätä sähkövirran muutosta vastustavan lähdejännitteen.

Käämissä itseinduktio hidastaa sähkövirran muuttumista

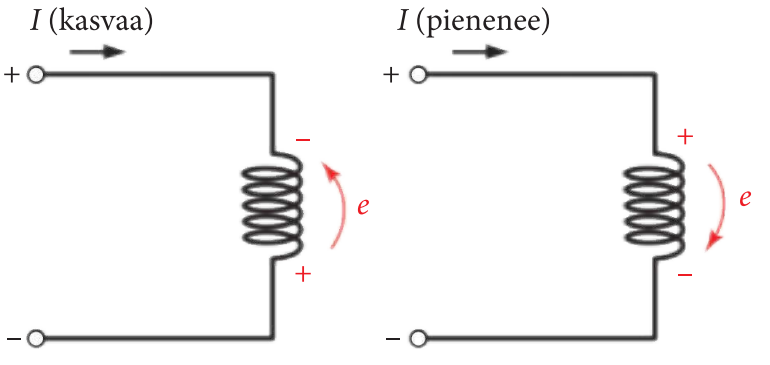
Kun käämissä on sähkövirta, sen sisälle ja ympärille syntyy magneettikenttä. Jos käämin sähkövirta muuttuu, myös sähkövirran aiheuttama magneettikenttä käämin ympärillä muuttuu. Tällöin käämi on omassa muuttuvassa magneettikentässään, ja induktiolain mukaan käämiin indusoituu lähdejännite. Tämä lähdejännite vastustaa magneettivuon muutosta eli sähkövirran muutosta Lenzin lain mukaisesti. Tätä ilmiötä, jossa käämin oman sähkövirran muutos indusoi käämiin sähkövirran muutosta vastustavan lähdejännitteen, kutsutaan **itseinduktioksi**.

Käämin ympärillä oleva magneettikentän magneettivuon tiheys riippuu käämin sähkövirrasta, jolloin magneettivuon tiheyden muutos riippuu sähkövirran muutoksesta. Siten indusoitunut keskimääräinen lähdejännite riippuu käämin sähkövirran muutosnopeudesta $e_k \sim \frac{\Delta I}{\Delta t}$.

Lähdejännite riippuu myös käämin koosta, johdinkierrosten lukumäärästä, rautasydämestä ja sen muodosta sekä ympäröivästä materiaalista. Tätä riippuvuutta kuvataan suureella **induktanssi**, jonka symboli on L.

Induktanssi on jokaiselle käämille ominainen vakio, joka kuvaa sen ominaisuutta vastustaa **sähkövirran muutosta**. Mitä suurempi käämin induktanssi on, sitä voimakkaampi itseinduktioilmiö on.

Induktanssin yksikkö on $[L] = \frac{[e][\Delta t]}{[\Delta I]} = 1\frac{\text{Vs}}{\text{A}} = 1\text{H} = 1$ henry.



Kun sähkövirta käämissä kasvaa, magneettikenttä käämin sisällä ja ympärillä vahvistuu. Tällöin Lenzin lain mukaan käämin päiden välille indusoituu lähdejännite e, joka vastustaa muutosta, eli indusoitunut lähdejännite on sähkövirran suunnalle vastakkainen ja pyrkii vastustamaan sähkövirran kasvua. Käämin itseinduktio toimii vastuksen tavoin.

Kun sähkövirta käämissä pienenee, magneettikenttä käämin ympärillä heikkenee. Käämiin indusoituu lähdejännite, joka vastustaa muutosta eli magneettikentän heikkenemistä. Tällöin indusoitunut lähdejännite e on on sähkövirran suuntainen ja pyrkii ylläpitämään sähkövirtaa. Käämin itseinduktio toimii jännitelähteen tavoin.

Keskimääräinen itseinduktiojännite

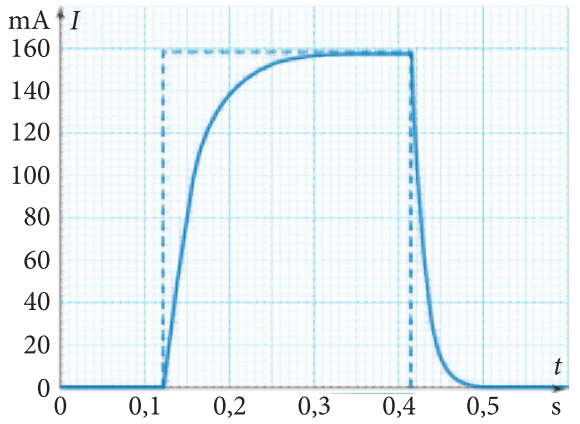
$$e_k = -L\frac{\Delta I}{\Delta t},$$

jossa

L on virtapiirin induktanssi,

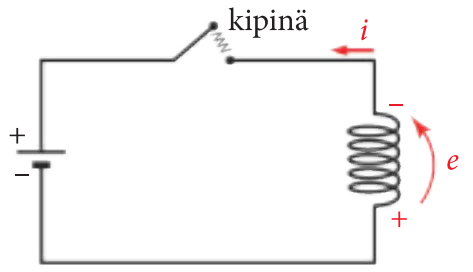
ΔI on virtapiirin sähkövirran muutos ja

Δt on ajan muutos.



Itseinduktion vuoksi sähkövirta ei saavuta heti suurinta arvoa. Sähkövirran suuruus muuttuu eksponentiaalisesti ajan funktiona. Ideaalisessa piirissä, jossa ei ole induktanssia, sähkövirta saavuttaa hetkessä suurimman ja pienimmän arvon (katkoviiva).

Bensiinimoottorissa ilman ja polttoaineen seos sytytetään sytytystulpan katkaisukipinän avulla. Kipinä syntyy itseinduktiojännitteen seurauksena.



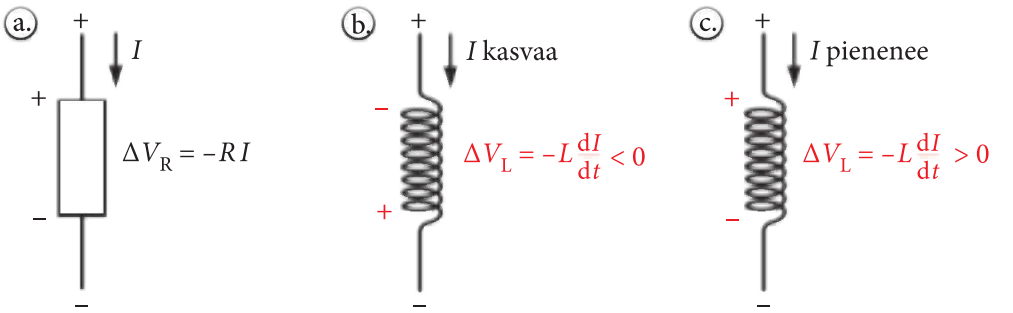
Sähkövirta pienenee nopeasti katkaisuhetkellä. Katkaisukipinä syntyy, kun itseinduktiojännite e purkautuu katkaisijan kärkien välissä.

Itseinduktio tasoittaa virtapiirissä tapahtuvia sähkövirran muutoksia

Itseinduktio tasoittaa virtapiirissä tapahtuvia sähkövirran muutoksia Lenzin lain mukaisesti. Sähkövirran kasvaminen aiheuttaa sähkövirran kasvua vastustavan itseinduktiojännitteen. Kun sähkövirta kasvaa, käämi toimii siis vastuksen tavoin.

Vastaavasti sähkövirran pieneneminen virtapiirissä aiheuttaa sähkövirran pienenemistä vastustavan itseinduktiojännitteen. Kun sähkövirta pienenee, käämi toimii jännitelähteen tavoin.

Koska myös suoralla virtajohtimella on oma magneettikenttä, virtapiirin induktanssi ei ole koskaan nolla. Tästä seuraa, että sähkövirran kytkemisen jälkeen sähkövirta ei saavuta heti suurinta arvoaan. Vastaavasti sähkövirran katkaisemisesta ei heti aiheudu sähkövirran pienenemistä nollaan.



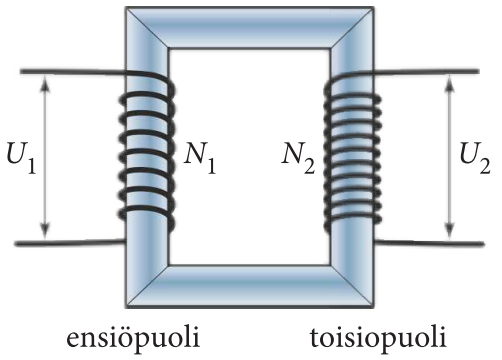
a) Kun vastuksessa on sähkövirta, tapahtuu vastuksessa sähkövirran suunnassa potentiaalin lasku.
b) Käämissä tai muussa induktiivisessa komponentissa tapahtuu sähkövirran suunnassa potentiaalin lasku, jos sähkövirta kasvaa.
c) Potentiaali kasvaa sähkövirran suuntaan kuljettaessa, jos sähkövirta pienenee.

Katkaisukipinä

Käämin johdin on hyvin sähköä johtavaa ainetta, esimerkiksi kuparia, joten käämin resistanssi on pieni. Kun käämi kytketään paristoon, käämissä kulkee suuri sähkövirta, koska sitä rajoittaa käytännössä vain pariston sisäinen resistanssi.

Kun katkasija avataan, sähkövirta pienenee nopeasti. Tällöin käämiin indusoituu erittäin suuri itseinduktiojännite $e_k \sim \frac{\Delta I}{\Delta t}$. Koska käämin resistanssi on pieni, sen jännitehäviö (potentiaaliero) on pieni. Ilman resistanssi on suuri, ja siten katkaisijan kärkien välinen ilma mahdollistaa suuren potentiaalieron. Jännite katkaisijan kärkien välissä on niin suuri, että tapahtuu niin sanottu läpilyönti. Ilmassa oleva sähkövirta nähdään kipinöintinä virtapiirin katkaisukohdassa.

Sähköhammasharjan lataus. Käämiin 2 indusoitunut jännite on verrannollinen käämin 1 sähkövirran muutosnopeuteen.



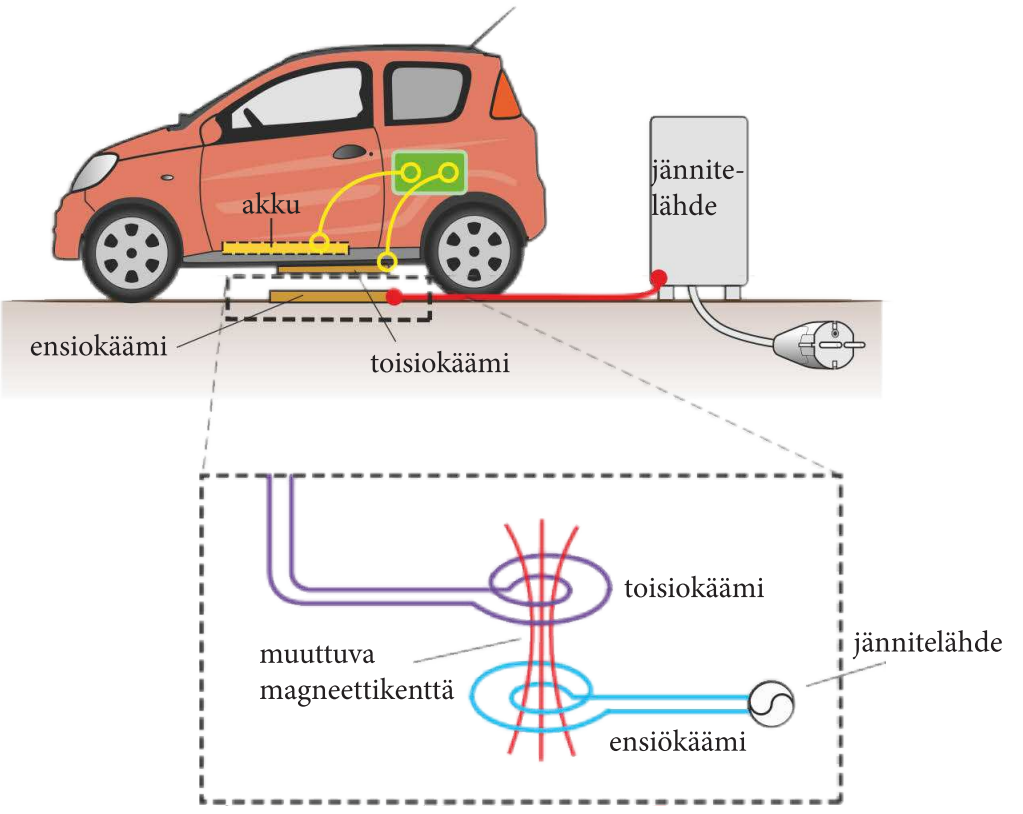
Muuntajassa sovelletaan induktiivista kytkentää. Muuntajassa on kaksi käämiä: ensiö- eli primaarikäämi ja toisio- eli sekundaarikäämi. Kun ensiöpuolelle kytketään vaihtojännite, toisiopuolelle indusoituu vaihtojännite. Toisiopuolen vaihtojännitteen arvo riippuu käämien kierrosmäärien suhteesta.

Induktiivinen kytkentä on langaton

Sähköhammasharjat ladataan langattomasti. Latauslaitteessa on käämi ja hammasharjan rungossa on toinen käämi. Nämä kaksi käämiä on **induktiivisesti kytketty**: latauslaitteen käämissä olevan sähkövirran I_1 synnyttämä magneettivuo läpäisee hammasharjan rungon käämin. Tällöin sähkövirran I_1 muutos indusoi käämiin 2 jännitteen.

Käämiin 2 indusoitunut jännite on verrannollinen käämin 1 sähkövirran muutosnopeuteen. Indusoitunut jännite riippuu myös käämien keskinäisestä asennosta, niiden muodosta ja niiden ympärillä olevasta materiaalista.

Induktiivista kytkentää sovelletaan muun muassa muuntajissa, joita tarkastellaan tarkemmin luvussa 15.



Sähköautojen langaton lataus toimiin vastaavalla tavalla kuin esimerkiksi sähköhammasharjan langaton lataus. Kaksi käämiä on kytketty induktiivisesti toisiinsa.

Esimerkki 1 — Itseinduktiojännitteen laskeminen

Millainen lähdejännite indusoituu käämiin, kun sähkövirta muuttuu tasaisesti 0,0 A:sta 150 mA:iin 0,25 s:ssa? Käämin induktanssi on 1,7 mH.

Yksikkötarkastelu

$$\mathrm{H}\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{s}} = \mathrm{V}$$

Ratkaisu

$I_A = 0{,}0\ \mathrm{A}, \quad I_L = 150\ \mathrm{mA}, \quad \Delta t = 0{,}25\ \mathrm{s}, \quad L = 1{,}7\ \mathrm{mH}, \quad e_k = ?$

Itseinduktiojännite saadaan lausekkeesta

$$e_k = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} = -L\frac{I_L - I_A}{\Delta t}.$$

Sijoitetaan annetut lukuarvot

$$e_k = -1{,}7 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{H} \cdot \frac{150 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A} - 0{,}0\ \mathrm{A}}{0{,}25\ \mathrm{s}}$$

$$= -1{,}02 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V} \approx -1{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}.$$

Vastaus

Käämiin indusoituva lähdejännite on −1,0 mV.

Esimerkki 2 — Induktanssin laskeminen

Sähkövirta käämissä, jossa on 600 kierrosta, kasvaa tasaisesti arvosta 0,30 A arvoon 1,20 A 1,2 sekunnissa. Käämiin indusoituneen jännitteen arvoksi mitattiin −2,73 mV. Kuinka suuri käämin induktanssi on?

Ratkaisu

$N = 600\ \mathrm{r}, \quad I_A = 0{,}30\ \mathrm{A}, \quad I_L = 1{,}20\ \mathrm{A}, \quad \Delta t = 1{,}2\ \mathrm{s},$
$e_k = -2{,}73\ \mathrm{mV}, \quad L = ?$

Kun induktanssi L ratkaistaan itseinduktiojännitteen lausekkeesta

$$e_k = -L\frac{\Delta I}{\Delta t},$$

saadaan

$$L = -\frac{e_k \Delta t}{\Delta I}.$$

Sijoitetaan lukuarvot

$$L = -\frac{-2{,}73 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V} \cdot 1{,}2\ \mathrm{s}}{1{,}20\ \mathrm{A} - 0{,}30\ \mathrm{A}}$$

$$= 3{,}64 \cdot 10^{-3}\mathrm{H} \approx 3{,}6\ \mathrm{mH}.$$

Vastaus

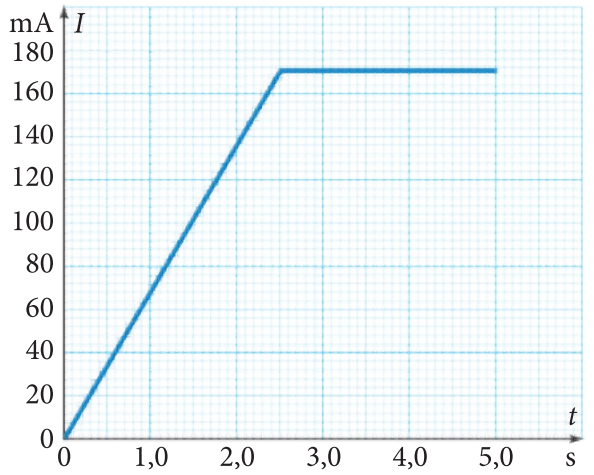
Käämin induktanssi on 3,6 mH.

Esimerkki 3 — Lähdejännitteen laskeminen ja lähdejännitteen kuvaaja

Käämin induktanssi on 1,6 mH, ja käämissä oleva sähkövirta muuttuu kuvion mukaisesti.

a) Millainen lähdejännite käämiin indusoituu?

b) Piirrä lähdejännitteen kuvaaja.



Huomaa!

Kuva on ideaalinen, sillä induktanssin vuoksi sähkövirran muutoksessa on viivettä, ks. kuva sivulla 90).

Ratkaisu

$L = 1{,}6\ \text{mH}, \quad e_k = ?$

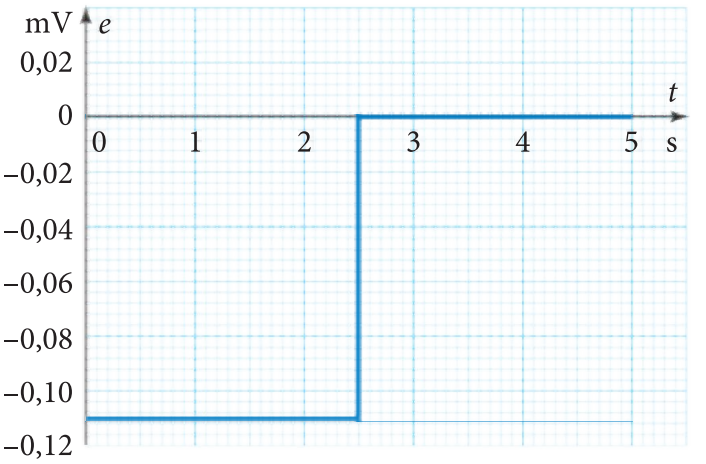
a) Kuvion mukaan sähkövirta kasvaa 170 mA aikavälillä 0,0 s … 2,5 s. Siten

$$e_k = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$= -1{,}6 \cdot 10^{-3}\,\text{H} \cdot \frac{170 \cdot 10^{-3}\,\text{A} - 0{,}0\,\text{A}}{2{,}5\ \text{s}}$$

$$= -1{,}088 \cdot 10^{-4}\,\text{V} \approx -0{,}11\ \text{mV}.$$

b) Koska sähkövirta muuttuu aikavälillä 0,0 s … 2,5 s tasaisesti, lähdejännite pysyy koko ajan vakiona –0,11 mV. 2,5 s:n jälkeen sähkövirta on vakio, joten itseinduktiojännite on nolla. Jännitteen kuvaaja on siis seuraava:



Vastaus

a) Jännite on –0,11 mV.

Tiivistelmä

- Itseinduktiossa käämin ja sähköjohdon oman sähkövirran muutos indusoi tätä virran muutosta vastustavan lähdejännitteen.
- Induktanssi on jokaiselle käämille ominainen vakio, joka kuvaa käämin ominaisuutta vastustaa sähkövirran muutosta.
- Mitä suurempi käämin induktanssi on, sitä voimakkaampi itseinduktioilmiö on.

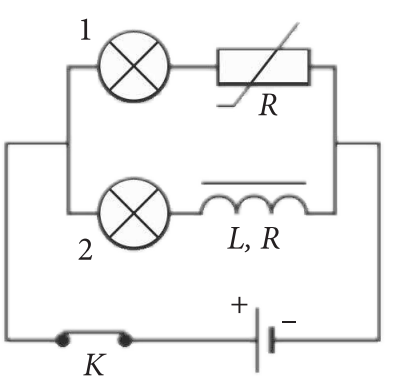
Perustehtävät

123. **a)** Mitä itseinduktio tarkoittaa?
b) Mitä induktanssi tarkoittaa?

124. Miksi tasavirtapiirissä oleva lamppu syttyy hitaammin, jos virtapiirissä on käämi?

125. Kuinka suuri jännite indusoituu metallinpaljastimen käämiin, kun sähkövirta muuttuu tasaisesti 50 mA:sta 120 mA:iin 0,35 s:ssa? Käämin induktanssi on 1,4 mH. Esim. 1

126. Kaksi samanlaista lamppua on kytketty oheisen kaavion mukaisesti, jolloin ne valaisevat yhtä kirkkaasti. Kytkin avataan. Selitä, mitä tapahtuu. Sammuvatko lamput samanaikaisesti?



127. Käämin sähkövirta pienenee 23 mA/s, jolloin käämiin indusoituu 53 mV:n jännite. Kuinka suuri käämin induktanssi on? Esim. 2

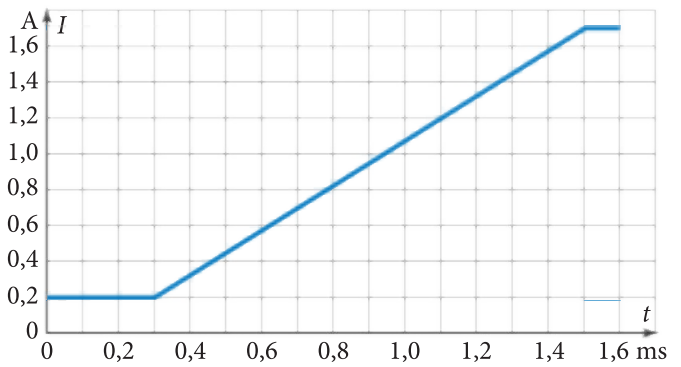
128. Käämin kuparijohtimen induktanssi on 12 µH. Johtimessa sähkövirta kasvaa 12 ms:ssa arvosta 0,3 A arvoon 1,3 A?
a) Kuinka suuri johtimeen indusoitunut jännite on?
b) Piirrä sähkövirran ja indusoituneen jännitteen kuvaajat? Esim. 3

129. Luettele ainakin kolme käämien teknistä sovellusta.

Soveltavat tehtävät

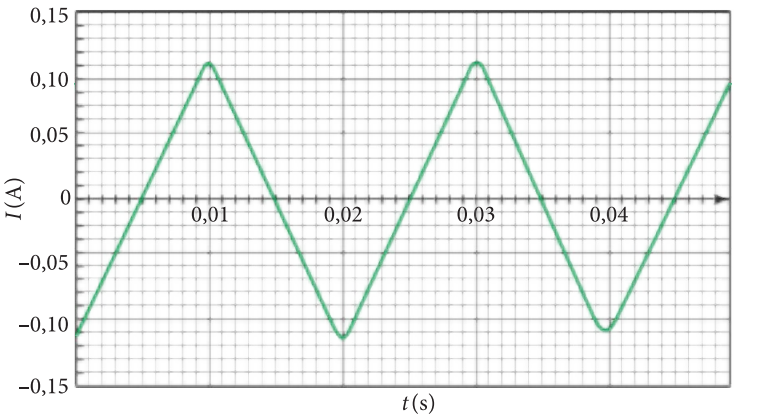
130. Käämissä, jonka induktanssi on 10,0 mH, on 1,0 A:n sähkövirta. Kuinka suuri jännite indusoituu, jos sähkövirta katkaistaan 5,0 µs:ssa?

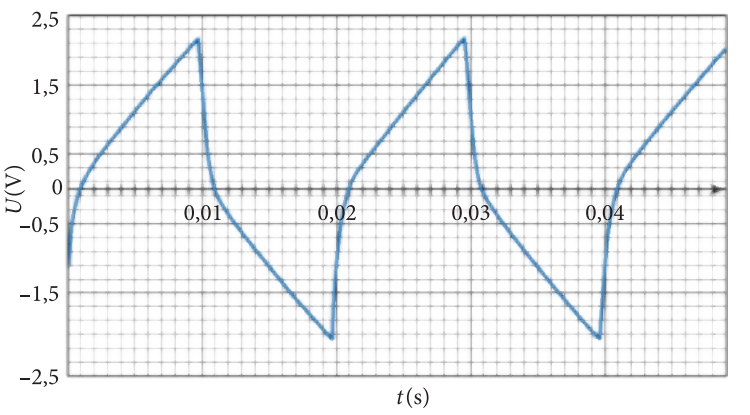
131. Kuvaaja esittää käämissä olevan sähkövirran aikariippuvuutta. Käämin induktanssi on 10,5 mH. Piirrä käämiin indusoituneen jännitteen aikariippuvuutta esittävä kuvaaja.



132. Mitä tarkoitetaan käämien induktiivisella kytkennällä? Mistä seikoista kytkennän voimakkuus riippuu?

133. Käämin läpi kulkee ylemmän kuvaajan mukainen lineaarisesti muuttuva sähkövirta. Alempi kuvaaja esittää käämin napajännitettä samalla aikavälillä. Määritä kuvaajien perusteella käämin induktanssi ja resistanssi. (Yo syksy 2011, teht. +12 c)





11 Generaattori tuottaa vaihtojännitettä

Physica 2:n Lämpö-kurssissa opiskeltiin eri voimalaitostyypit. Esimerkiksi vesivoimalassa veden potentiaalienergia muunnetaan generaattorin avulla sähköenergiaksi. Tuulivoimalassa tuulen liike-energia muunnetaan generaattorin avulla sähköenergiaksi.

Generaattori
Generaattorin käämi pyörii magneettikentässä kenttää vastaan kohtisuoran akselin ympäri. Generaattori tuottaa vaihtojännitettä.

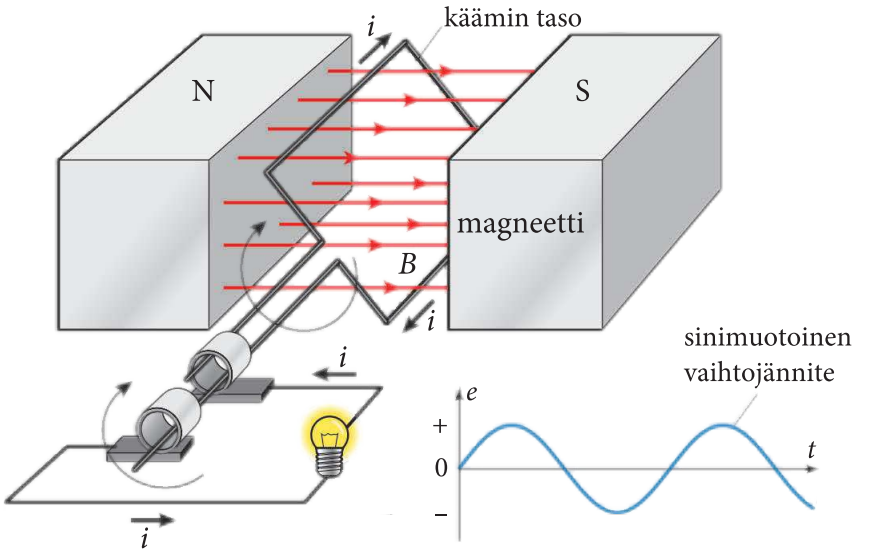
Sähköenergian tuottamiseen käytetään generaattoreita

Voimalaitoksissa muunnetaan muun muassa veden potentiaalienergiaa, tuulen liike-energiaa, polttoaineiden kemiallista energiaa tai uraaniatomien ydinenergiaa sähköenergiaksi. Voimalaitosten ei tarvitse olla lähellä kuluttajaa, vaan energia siirretään sähkövirran avulla voimalaitoksista kaukanakin oleville käyttöpaikoille. Sähkövirta on tehnyt mahdolliseksi keskitetyn energiatuotannon.

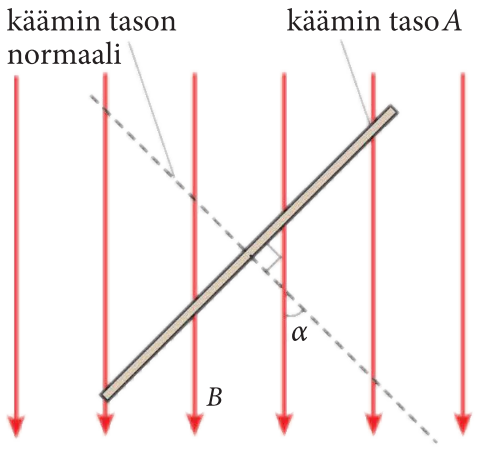
Sähköenergian tuottamiseen käytetään generaattoreita, joiden toiminta perustuu sähkömagneettiseen induktioon. Induktion välttämätön edellytys, muuttuva magneettivuo, saadaan aikaan pyörittämällä suuria käämejä voimakkaassa magneettikentässä. Käämien pyörittämiseen käytetään esimerkiksi virtaavaa vettä, kuumaa höyryä tai tuulta. Käämien pyörimisliikkeestä seuraa, että käämiin indusoituvan lähdejännitteen suunta vaihtuu jaksollisesti, joten generaattori tuottaa **vaihtojännitettä**.

Generaattorin käämi pyörii magneettikentässä

Generaattorin pääosa on käämi. Se pyörii magneettikentässä kenttää vastaan kohtisuoran akselin ympäri. Tarkastellaan kuvan esittämää N-kierroksista käämiä, joka pyörii homogeenisessa magneettikentässä vakiokulmanopeudella ω. Magneettivuon tiheys on $\vec{B}$ ja käämin silmukan pinta-ala on A. Kuvaan on selkeyden vuoksi piirretty vain yksi johdinsilmukka.



Kun generaattorin käämi pyörii magneettikentässä, magneettivuo käämin läpi muuttuu koko ajan. Generaattorin käämiin indusoituu sinimuotoinen lähdejännite. Kuvaan on piirretty hetkellisen sähkövirran suunta.



Kulma α määritellään käämin tason normaalin ja magneettikentän kenttäviivan välisenä kulmana.

Magneettikentässä pyörivään käämiin indusoituu lähdejännite

Kun käämi on kohtisuorassa magneettikentän kenttäviivoja vastaan (käämin normaali on yhdensuuntainen magneettikentän kanssa), käämin asentoa kuvaavan kulman α arvo on nolla. Tässä asennossa olevan käämin läpäisee magneettivuo $\Phi = AB$.

Jos käämi pyörii tasaisesti kulmanopeudella ω, käämi kiertyy ajassa t kulman $\alpha = \omega t$. Kun käämi on kiertynyt kulman α (myös käämin normaalin ja magneettikentän välinen kulma on α), magneettivuo käämin silmukan läpi on

$$\Phi = BA\cos\alpha = BA\cos\omega t.$$

Yleensä tarkastelun alkuhetkeksi valitaan $\alpha(0\text{ s}) = 0°$, jolloin hetkellä t käämin silmukan läpäisee magneettivuo

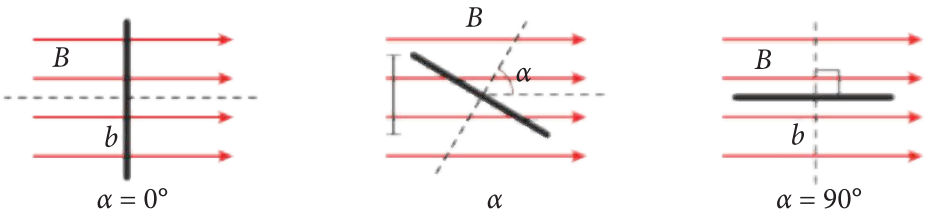
$$\Phi(t) = BA\cos\omega t.$$

Induktiolain mukaan käämiin indusoituu lähdejännite

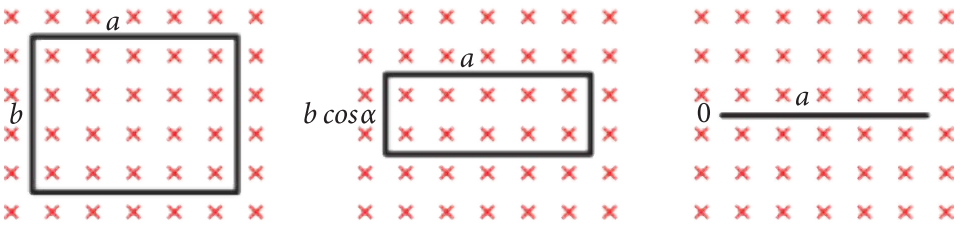
$$e = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -N\frac{\mathrm{d}(BA\cos\omega t)}{\mathrm{d}t} = -NBA\frac{\mathrm{d}(\cos\omega t)}{\mathrm{d}t}$$
$$= -NBA\left(-\sin\omega t \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\omega t\right)$$
$$= -NBA(-\sin\omega t \cdot \omega).$$

Käämiin indusoituvan hetkellisen lähdejännitteen lausekkeeksi saadaan $e = NBA\omega\sin\omega t$.

1. Silmukan normaalin ja magneettikentän välinen kulma



2. Magneettikenttää vastaan kohtisuora pinta-ala



3. Magneettivuo silmukan läpi

$\Phi = BA_{\perp} = Bab$ $\quad$ $\Phi = BA_{\perp} = Bab\cos\alpha$ $\quad$ $\Phi = 0$

Generaattorin silmukka on kuvattu sivusta (1) ja magneettikentän kenttäviivojen suunnasta katsottuna (2). Silmukan läpäisevä magneettivuo on suurin silloin, kun silmukan normaali on kentän suuntainen (silmukan taso on kohtisuorassa kenttää vastaan). Silmukan läpäisevä magneettivuo on nolla, kun silmukan normaali on kohtisuorassa kenttää vastaan (silmukka on kenttäviivojen suuntaisessa tasossa). Silmukan normaalin ja magneettivuon tiheyden suunnan välinen kulma α ilmaisee silmukan kiertokulman.

Huomaa!

Kosinifunktion derivaatta on

$D\cos x = -\sin x.$

Yhdistetyn funktion $\cos\omega t$ derivaatta on

$D\cos\omega t = -\sin\omega t \cdot D\omega t$
$= -\omega\sin\omega t.$

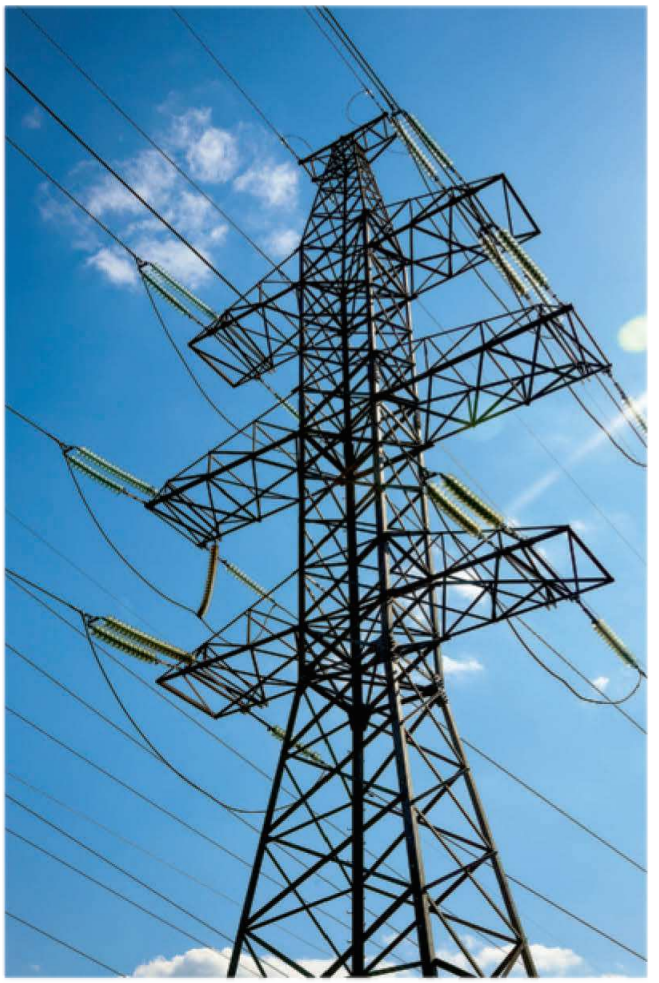
Hetkellinen lähdejännite

Käämiin indusoituva hetkellinen lähdejännite on

$e = NBA\omega\sin\omega t$
$= NBA\omega\sin 2\pi ft,$

jossa

- N on käämin kierrosten lukumäärä,
- B on magneettivuon tiheyden suuruus,
- A on käämin tason pinta-ala,
- ω on kulmanopeus,
- t on aika ja
- f on taajuus.



Vaihtovirran tuottaminen generaattorilla, siirtäminen sähköverkossa ja muuntaminen muuntajalla on yksinkertaista ja taloudellista. Lähes kaikki sähkötekniikan käytännön sovellukset perustuvat vaihtovirtaan.

Vaihtojännite on sinimuotoista

Käämiin indusoituvan hetkellisen lähdejännitteen lausekkeeksi saatiin $e = NBA\omega \sin \omega t$.

Koska sini saa arvoja väliltä $-1 \ldots +1$, niin lausekkeen suurin arvo, **jännitteen huippuarvo** on $\hat{e} = NBA\omega$. Käämiin indusoituu siis muuttuva **vaihtojännite**

$$e = \hat{e} \sin \omega t.$$

Koska pyörivän käämin kulmanopeus pyörimistaajuuden f avulla ilmaistuna on $\omega = 2\pi f$, jännitteen huippuarvo voidaan kirjoittaa muotoon

$$\hat{e} = NBA \cdot 2\pi f.$$

Kun kulmanopeutta ω käytetään vaihtojännitteen lausekkeessa, sitä sanotaan yleensä **vaihtojännitteen kulmataajuudeksi**. Generaattorin käämiin indusoituneen lähdejännitteen taajuus f on yhtä suuri kuin käämin pyörimisnopeus n.

Vaihtojännite

Magneettikentässä pyörivään käämiin indusoituu sinimuotoinen vaihtojännite

$e = \hat{e} \sin \omega t = \hat{e} \sin 2\pi f t$.

Vaihtojännitteen huippuarvo on

$\hat{e} = NBA\omega = NBA \cdot 2\pi f$,

jossa

$\omega = 2\pi f$ on generaattorin kulmanopeus,

f on vaihtojännitteen taajuus,

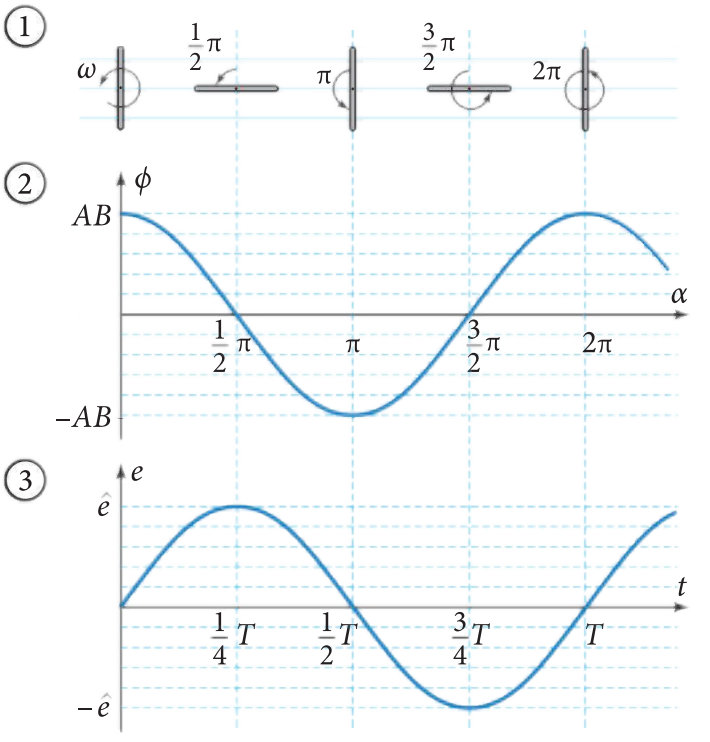
N on käämin kierrosluku,

B on magneettivuon tiheyden suuruus

A on käämin silmukan pinta-ala.

Indusoituneen vaihtojännitteen yksi jakso vastaa käämin yhtä pyörähdystä.

Kuvassa 1 on generaattorin käämin asennot, kuvassa 2 magneettivuo ja kuvassa 3 on käämiin indusoitunut lähdejännite.



Yhden jakson T aikana käämi on pyörähtänyt yhden kierroksen eli kulman 2π. Nollahetkellä silmukka on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan ja lähdejännite silmukassa on nolla ($\sin 0 = 0$), hetkellä $\frac{T}{4}$ silmukan läpäisevä magneettivuo on pienentynyt maksimiarvosta nollaan ja silmukassa on hetkellisesti lähdejännitteen huippuarvo ($\sin \frac{\pi}{2} = 1$), jälleen seuraavan neljännesjakson aikana vuo kasvaa maksimiarvoonsa ja lähdejännite silmukassa pienenee nollaan.

Esimerkki 1 — Generaattori

Generaattorin silmukka on ympyränmuotoinen ja sen halkaisija on 10,25 cm. Se pyörii pyörimisnopeudella 3 000 RPM magneettikentässä, jonka magneettivuon tiheyden suuruus on 0,85 T.

a) Mikä indusoituvan lähdejännitteen taajuus on?

b) Kuinka suuri silmukkaan indusoituneen lähdejännitteen huippuarvo on?

c) Laske silmukkaan indusoituneen lähdejännitteen arvo hetkellä, jolloin silmukka on kiertynyt niin, että sen taso muodostaa 25°:n kulman magneettikentän suunnan kanssa.

d) Piirrä silmukkaan indusoituvan vaihtojännitteen kuvaaja *t*, *e*-koordinaatistoon.

Ratkaisu

$d = 2r = 10{,}25\text{ cm}$, $N = 1$, $n = 3\,000\text{ RPM}$, $B = 0{,}85\text{ T}$, $f = ?$, $\hat{e} = ?$, $e = ?$

a) Silmukkaan indusoituneen lähdejännitteen taajuus on

$$f = 3\,000\,\frac{1}{\text{min}} = \frac{3\,000}{60}\,\frac{1}{\text{s}} = 50\text{ Hz}.$$

b) Silmukan pinta-ala on

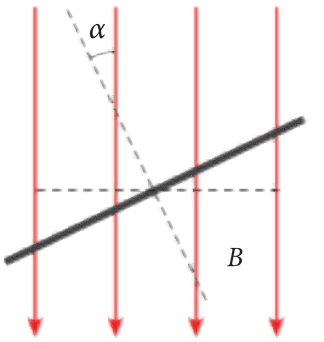
$$A = \pi r^2 = \pi \cdot \left(\frac{0{,}1025\text{ m}}{2}\right)^2 = 0{,}0082516\text{ m}^2.$$

Silmukkaan indusoituneen lähdejännitteen huippuarvo on

$$\hat{e} = NBA\omega = NBA2\pi f = 1 \cdot 0{,}85\text{ T} \cdot 0{,}0082516\text{ m}^2 \cdot 2\pi \cdot 50\,\frac{1}{\text{s}}$$
$$= 2{,}20347\text{ V} \approx 2{,}2\text{ V}.$$

c) Koska silmukan tason ja magneettikentän välinen kulma on 25°, silmukan asentoa kuvaavan kulman α arvo on $\alpha = 90° - 25° = 65°$. Lähdejännitteen hetkellinen arvo, kun silmukan kiertokulma on 65°, on

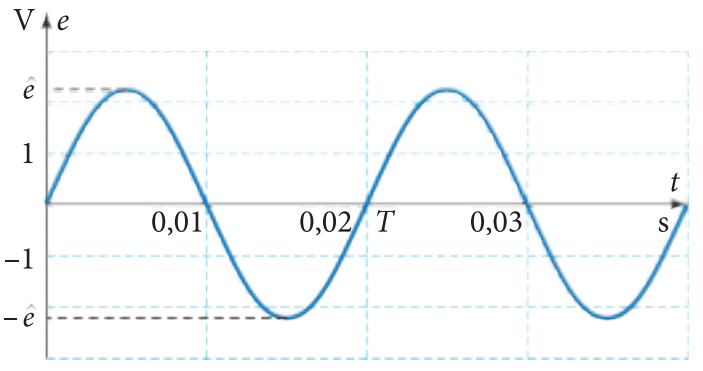
$$e = \hat{e}\sin\omega t$$
$$= 2{,}20347\text{ V} \cdot \sin 65°$$
$$= 1{,}99702\text{ V} \approx 2{,}0\text{ V}.$$



d) Lähdejännitteen taajuus on 50 Hz, joten jaksonaika on

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50\,\frac{1}{s}} = 0{,}020\text{ s} = 20\text{ ms}.$$

Kuvaaja piirretään niin, että merkitään lähdejännitteen huippuarvot (2,2 V ja −2,2 V) ja jakso (20 ms) koordinaatistoon sekä hahmotellaan sinikäyrä.



Vastaus

a) Taajuus on 50 Hz.

b) Lähdejännitteen huippuarvo on 2,2 V.

c) Lähdejännitteen hetkellinen arvo on 2,0 V.

Huomaa!

Generaattorin käämiin indusoituneen lähdejännitteen taajuus f on yhtä suuri kuin käämin pyörimisnopeus n.

Tiivistelmä

- Generaattori tuottaa sinimuotoista vaihtojännitettä $e = \hat{e}\sin 2\pi ft$.
- Vaihtojännitteen huippuarvo on $\hat{e} = NBA \cdot 2\pi f$.

Perustehtävät

134. Generaattorin käämi pyörii homogeenisessa magneettikentässä. Missä asennossa käämi on, kun
- **a)** sen läpi kulkeva magneettivuo on suurin ja missä pienin?
- **b)** siihen indusoitunut hetkellinen lähdejännite on suurin ja pienin? Esim. 1

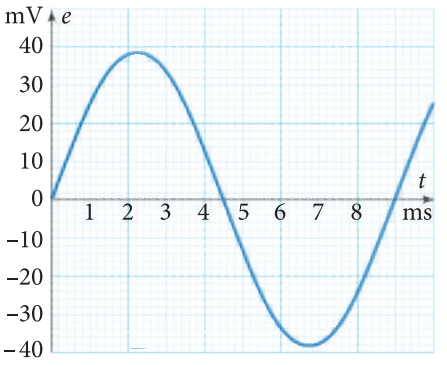
135. Homogeenisen magneettikentän magneettivuon tiheyden suuruus on 0,37 T. Magneettikentässä on suorakulmainen silmukka, jonka sivujen pituudet ovat 6,5 cm ja 9,5 cm. Laske silmukan läpäisevä magneettivuo, kun silmukan normaali
- **a)** on kohtisuorassa kenttäviivoja vastaan
- **b)** muodostaa 30°:n kulman kenttäviivojen kanssa
- **c)** on kenttäviivojen suuntainen. Esim. 1

136. Neliön muotoinen käämi, jossa on 150 kierrosta, pyörii pyörimisnopeudella 370 1/s homogeenisessa magneettikentässä. Magneettivuon tiheys on 460 mT. Käämin silmukan sivu on 2,5 cm.
- **a)** Kuinka suuri silmukkaan indusoituneen lähdejännitteen huippuarvo on?
- **b)** Kuinka suuri silmukkaan indusoitunut hetkellinen lähdejännite on hetkellä, jolloin silmukan taso muodostaa 55°:n kulman magneettikentän kenttäviivojen kanssa? Esim. 1

137. Miten induktioilmiötä käytetään hyväksi generaattorin toiminnassa?

Soveltavat tehtävät

138. Kuvaaja esittää magneettikentässä pyörivään johdinsilmukkaan indusoituvaa jännitettä. Silmukan pinta-ala on 17,5 cm^2.



Kuinka
- **a)** monta kierrosta silmukka pyörii minuutissa
- **b)** suuri silmukan kulmanopeus on
- **c)** suuri induktiojännitteen huippuarvo on
- **d)** suuri magneettikentän magneettivuon tiheys on?

139. Käämissä on 1 200 kierrosta ja käämin silmukoiden pinta-ala on 25 cm^2. Käämi on homogeenisessa magneettikentässä, jonka magneettivuon tiheys on 250 mT. Kuinka suurella pyörimisnopeudella käämin on pyörittävä, jotta siihen indusoituvan jännitteen huippuarvo olisi 120 V?

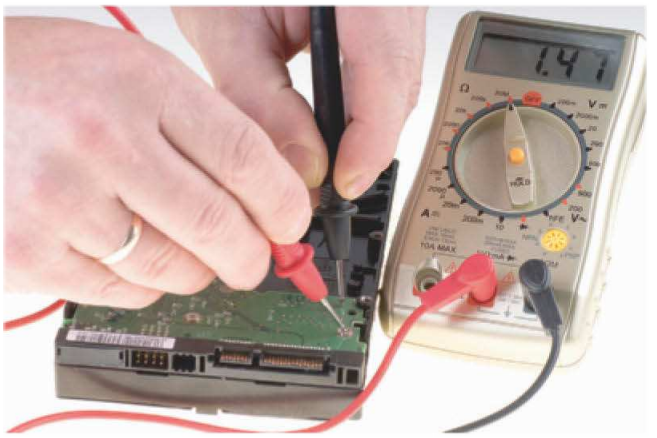
140. Homogeenisessa magneettikentässä, jonka magneettivuon tiheys on 24 mT, pyörii johdinsilmukka kenttää vastaan kohtisuoran akselin ympäri nopeudella 6 200 r/min. Silmukka on muodoltaan neliö, jonka sivun pituus on 14,5 cm. Johdinsilmukan resistanssi on 15,6 Ω. Kuinka suuri magneettivuo läpäisee silmukan ja kuinka suuri jännite on indusoitunut hetkellä, jolloin silmukan taso on
- **a)** magneettikentän suuntainen
- **b)** kohtisuorassa magneettikenttää vastaan?
- **c)** Kuinka suuri sähkövirran huippuarvo on?
- **d)** Kuinka suuri sähkövirta on silmukassa hetkellä, jolloin silmukan kiertymä on 125°?

141. Generaattorissa käämi pyörii tasaisella kulmanopeudella homogeenisessa magneettikentässä.
- **a)** Miksi generaattorin napoihin syntyy jännite?
- **b)** Miksi generaattorin tuottama vaihtojännite on sinimuotoista?

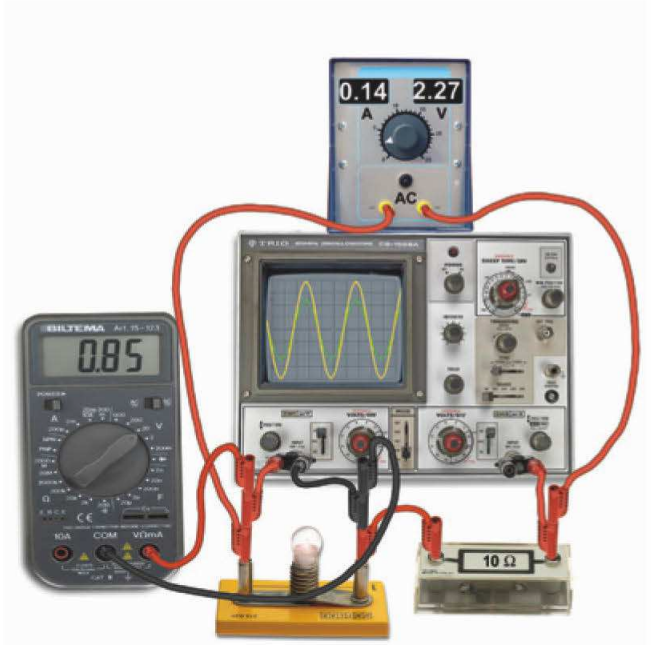
142. Generaattori muodostuu käämistä, jossa on 160 kierrosta. Käämin pinta-ala on 1 250 cm^2. Käämi on homogeenisessa 0,086 T:n magneettikentässä ja sen pyörimisnopeus on 50 1/s. Piirrä
- **a)** käämin läpäisevän magneettivuon
- **b)** käämin napojen välisen jännitteen

kuvaajat ajan funktiona.

12 Vaihtojännite synnyttää vaihtovirran



Yleismittarilla mitataan vaihtovirran ja vaihtojännitteen tehollisia arvoja.



Jännitemittari ja oskilloskooppi kytketään mitattavan laitteen rinnalle. Virtamittari kytketään sarjaan sen laitteen kanssa, jonka sähkövirta halutaan mitata. Oskilloskooppi näyttää lampun hetkellisen jännitehäviön. Oskilloskoopin kuvaruudulla vihreä sinikäyrä esittää napajännitettä ja keltainen sinikäyrä sähkövirtaa.

Vaihtovirtaa tuotetaan generaattoreilla

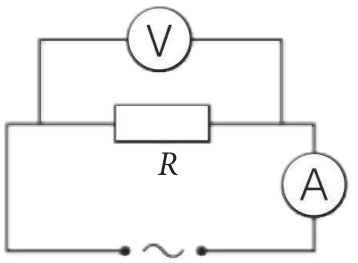
Generaattorin yksinkertaistettu toimintaperiaate on käämin pyöriminen magneettikentässä, jolloin tapahtuu induktioilmiö. Magneettivuon jaksollinen muuttuminen indusoi käämiin jaksollisesti muuttuvan jännitteen. Koska generaattorin käämi pyörii tasaisella kulmanopeudella, generaattori tuottaa **sinimuotoista vaihtojännitettä**.

Kodeissa vaihtojännitteellä toimivat sähkölaitteet kytketään pistorasiaan. Kun laite kytketään päälle, syntyy suljettu virtapiiri. Suljetussa virtapiirissä vaihtojännite synnyttää **sinimuotoisen vaihtovirran**.

Jo 1860-luvulta saakka vaihtovirtatekniikka on ollut yksi keskeisimpiä yhteiskunnan kehittymiseen vaikuttavia tekniikan aloja. Siemensin veljekset Saksassa, George Westinghouse ja Thomas Alva Edison Yhdysvalloissa käynnistivät sähkötekniikan teollisen toiminnan. Amerikkalais-serbialainen Nikola Tesla teki vaihtovirralle saman kuin Edison tasavirralle eli patentoi kokonaisen järjestelmän: generaattorin, siirtojärjestelmän, moottorin ja valaistuksen. Nykyisin kaikkialla maailmassa sähköenergian siirto perustuu vaihtovirtatekniikkaan.

Suomen ensimmäinen kiinteä voimalaitos rakennettiin Tampereelle, jossa kutomosalin sähkövalot syttyivät maaliskuussa 1882.

Kodeissa pistorasiaan liitetyt laitteet toimivat vaihtojännitteellä. Pistorasiat on kytketty keskenään rinnakkain. Jokainen pistorasiaan kytketty laite muodostaa oman virtapiirinsä.



Kun mitataan sähkövirtaa, virtamittari kytketään sarjaan vastuksen kanssa. Vastuksen rinnalle on kytketty jännitemittari. Vaihtojännitelähdettä merkitään aaltoviivalla.

Vaihtovirta
Vaihtojännitelähteeseen kytketyn virtapiirin sähkövirta on
$i = \hat{i}\sin\omega t = \hat{i}\sin 2\pi f t$,
jossa
$\hat{i}$ on sähkövirran huippuarvo,
ω on vaihtojännitteen kulmataajuus,
f on vaihtojännitteen taajuus ja
t on ajanhetki.

Vastus vaihtovirtapiirissä

Vaihtovirtageneraattorin käämin napojen välille indusoituva jännite on generaattorin **lähdejännite** $e = \hat{e}\sin\omega t$.

Kun generaattoria kuormitetaan kytkemällä siihen jokin sähkölaite, generaattorin napojen välinen jännite on **napajännite** u. Napajännite vaihtelee samalla tavalla kuin lähdejännitekin, joten napajännite on $u = \hat{u}\sin\omega t$. **Vaihtojännitteen huippuarvo** on $\hat{u}$.

Generaattorin ja kuormittavan laitteen muodostamassa virtapiirissä on jaksollisesti vaihteleva sähkövirta, jota sanotaan **vaihtovirraksi**. Jos generaattoria kuormitetaan vain vastuksella (esimerkiksi leivänpaahtimella), niin resistanssin määritelmän mukaan hetkellinen sähkövirta määräytyy vastuksen napojen välisen hetkellisen jännitteen, **jännitehäviön**, ja vastuksen resistanssin R suhteena

$$i = \frac{u}{R} = \frac{\hat{u}\sin\omega t}{R} = \hat{i}\sin\omega t.$$

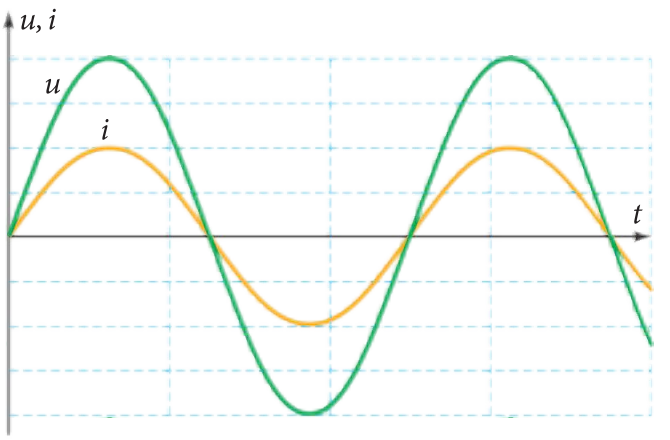
Suhde $\frac{\hat{u}}{R} = \hat{i}$ on **vaihtovirran huippuarvo**.

Virtapiirissä, jossa on vain vastus, sähkövirta ja jännitehäviö ovat joka hetki samassa vaiheessa. Tämä tarkoittaa, että sähkövirran ja vastuksen napojen välisen jännitehäviön huippuarvot ja esimerkiksi nollakohdat tapahtuvat aina samanaikaisesti.

Vaikka vaihtovirtapiirissä sähkövirran suuruus vaihtelee jaksollisesti, hetkellisen sähkövirran suuruus on koko virtapiirissä aina sama samalla hetkellä.

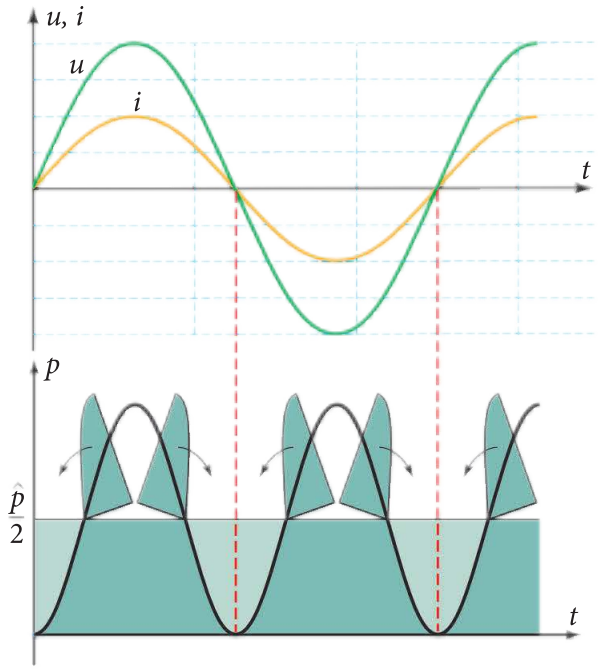
Vaihtovirta ja jännitehäviö
Jännitehäviön ja sähkövirran huippuarvojen välinen yhteys on
$\hat{u} = R\hat{i}$.

Vastuksen napojen välinen jännitehäviö ja sähkövirta ovat samassa vaiheessa
$\begin{cases} i = \hat{i}\sin\omega t \\ u = \hat{u}\sin\omega t. \end{cases}$



Vastuksen napojen välinen jännitehäviö ja sähkövirta ovat samassa vaiheessa.

Tehollinen sähkövirta ja jännite
Vaihtovirran tehollinen arvo on yhtä suuri kuin sellaisen tasavirran arvo, joka tuottaa vastuksessa yhtä paljon lämpöenergiaa kuin kyseinen vaihtovirta.
Vastaavaa jännitettä sanotaan vaihtojännitteen tehollisiksi arvoksi.



Tehon keskiarvo on puolet tehon huippuarvosta. Hetkellinen teho vaihtelee kaksi kertaa niin suurella taajuudella kuin hetkellinen sähkövirta.

Tehollinen arvo
Sinimuotoisen vaihtovirran ja -jännitteen tehollisten ja huippuarvojen välillä on yhteys

$I_{\text{eff}} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$

ja

$U_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$,

jossa
$\hat{i}$ on vaihtovirran huippuarvo,
$\hat{u}$ on vaihtojännitteen huippuarvo,
I_{eff} on vaihtovirran tehollinen arvo ja
U_{eff} on vaihtojännitteen tehollinen arvo.

Vaihtovirran teho
$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$,

jossa
U_{eff} on vaihtojännitteen tehollinen arvo ja
I_{eff} on vaihtovirran tehollinen arvo.

Sähkövirran ja jännitteen tehollliset arvot

Energiankulutuksen kannalta vaihtovirtapiirin sähkövirran ja jännitehäviön hetkelliset arvot eivät anna kovinkaan paljon tietoa. Monin tavoin käyttökelpoisempia ovat **sähkövirran** ja **jännitteen tehollliset arvot**. Tehollliset arvot mitataan yleismittarilla.

Vaihtovirran tehollinen arvo on yhtä suuri kuin sellaisen tasavirran arvo, joka tuottaa vastuksessa yhtä paljon lämpöenergiaa kuin kyseinen vaihtovirta. Vastaavaa jännitettä sanotaan vaihtojännitteen tehollliseksi arvoksi. Tehollista sähkövirtaa ja tehollista jännitettä merkitään tunnuksilla I_{eff} ja U_{eff}.

Tarkastellaan oheisen vaihtovirtapiirin sähkövirtaa, vastuksen napojen välistä jännitehäviötä ja tehoa. Vaihtovirtapiirin resistanssi on R ja hetkellinen sähkövirta $i = \hat{i}\sin\omega t$.

Lasketaan, millä hetkellisellä teholla vastus lämpenee $p = Ri^2 = R(\hat{i}\sin\omega t)^2 = R\hat{i}^2\sin^2\omega t$. Merkitään tehon huippuarvoa $\hat{p} = R\hat{i}^2$, jolloin hetkellinen teho on $p = \hat{p}\sin^2\omega t$.

Viereen on piirretty tehon kuvaaja. Tehon hetkellinen arvo vaihtelee kuvan mukaisesti arvojen 0 ja $\hat{p} = R\hat{i}^2$ välillä ja toistuu samanlaisena aina puolen jakson välein. Voidaan osoittaa, että keskimääräinen teho P on huippuarvon puolikas

$$P = \frac{\hat{p}+0}{2} = \frac{1}{2}\hat{p} = \frac{R\hat{i}^2}{2}.$$

Määritelmän mukaan vaihtovirran tehollinen arvo on yhtä suuri kuin sellaisen tasavirran arvo, joka tuottaa vastuksessa yhtä paljon lämpöenergiaa kuin kyseinen vaihtovirta. Merkitään vaihtovirran tehollista arvoa tunnuksella I_{eff}. Tämän suuruinen tasavirta lämmittää vastusta teholla $P = RI_{\text{eff}}^2$.

Koska tehot ovat yhtä suuria, saadaan yhtälö

$$RI_{\text{eff}}^2 = \frac{R\hat{i}^2}{2}.$$

Ratkaistaan tästä tehollinen sähkövirta $I_{\text{eff}} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$. Vastaavalla tavalla voidaan johtaa lauseke tehollliselle jännitehäviölle.

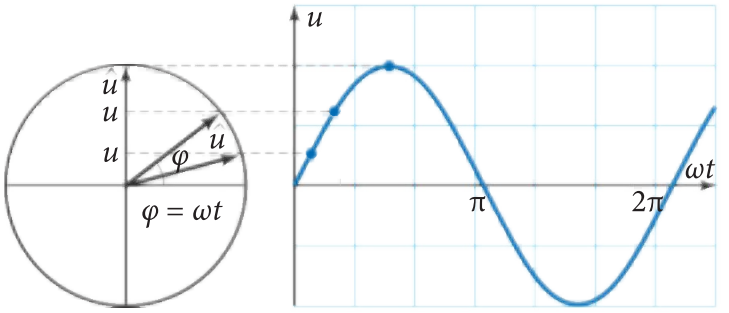
Sekä hetkelliset että tehollliset ja huippuarvot noudattavat resistanssin määritelmää virtapiirissä, jossa ei ole muita komponentteja kuin vastus $\hat{u} = R\hat{i}$ ja $U_{\text{eff}} = RI_{\text{eff}}$.

Vaihtovirtapiirissä olevan vastuksen teho lasketaan yhtälöllä

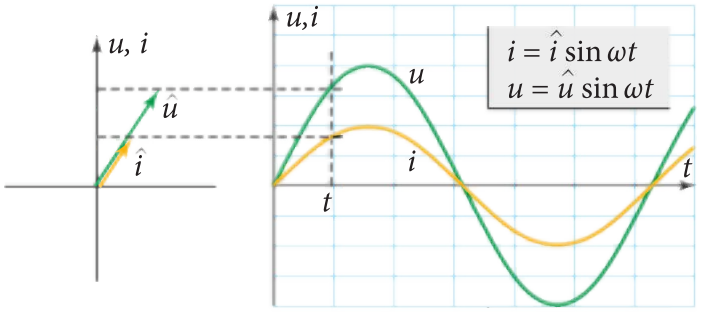
$$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\hat{u}\hat{i}.$$

Osoitindiagrammilla kuvataan vaihtovirran ja -jännitteen vaihetta

Komponentin vaihtovirta ja jännitehäviö voidaan esittää joko sinikäyrän avulla tai niin sanotun osoittimen avulla. Osoitin on alkupäänsä ympäri pyörivä tasovektori. Osoittimen pituus esittää ajan funktiona sinimuotoisesti vaihtelevan suureen (i tai u) huippuarvon eli amplitudin. Pyörivän osoittimen kärjen u-koordinaatti ilmaisee jännitteen hetkellisen arvon ja i-koordinaatti sähkövirran hetkellisen arvon.



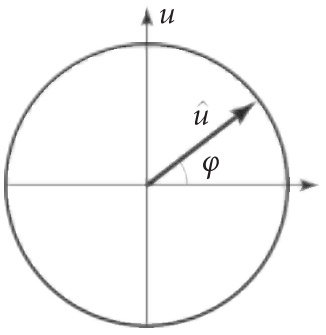
Osoitin pyörii kulmanopeudella ω vastapäivään, samalla pystykoordinaatti vaihtelee osoittimen kiertokulman funktiona sinimuotoisesti. Kun osoitin on kiertänyt yhden kierroksen, osoittimen kärki on piirtänyt yhden jakson.



Kun vaihtovirtapiirissä on vain vastus, piirin sähkövirta ja vastuksen napojen välinen jännitehäviö ovat samassa vaiheessa. Sähkövirran ja jännitehäviön samanvaiheisuus osoitindiagrammissa esitetään siten, että osoittimet osoittavat joka hetki samaan suuntaan.

Esimerkki 1 — Osoitindiagrammi

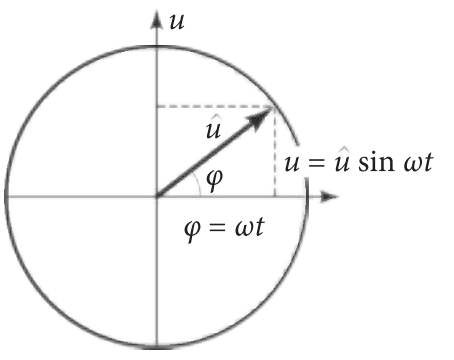
a) Miten osoitindiagrammista luetaan hetkellinen jännitehäviö $u = \hat{u}\sin\omega t$?



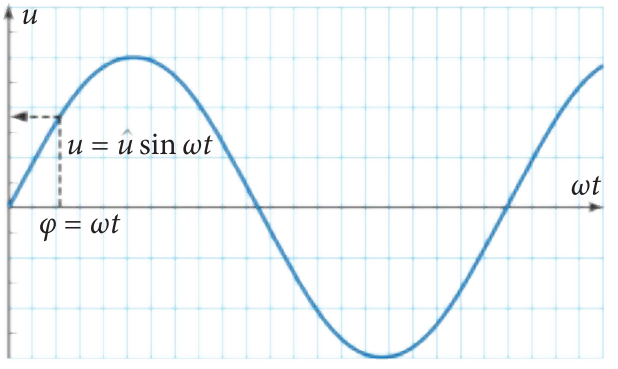
b) Piirrä sinimuotoisen jännitehäviön kuvaaja ja esitä, miten siitä luetaan a-kohtaa vastaava jännitehäviö.

Ratkaisu

a) Osoittimen pituus on jännitehäviön huippuarvo, hetkellinen jännitehäviö luetaan kolmiosta u-akselin suuntaisen kateetin pituutena.

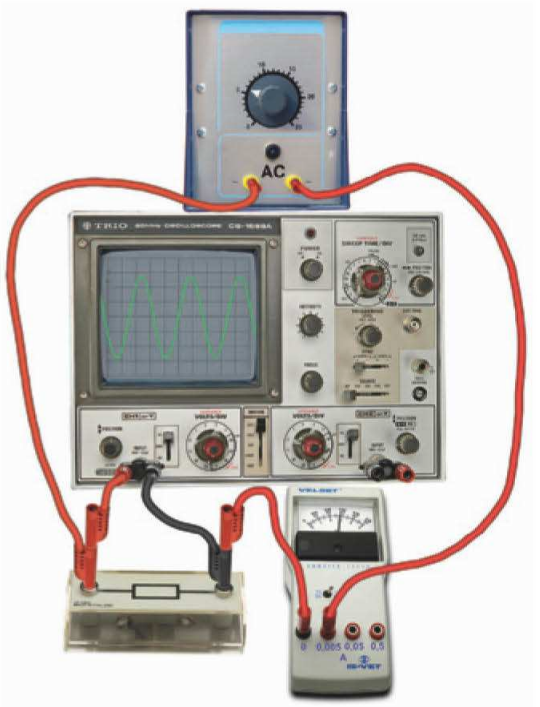


b) Etsitään haluttua ajan hetkeä t vastaava vaihekulma $\varphi = \omega t$. Tämän kohdan siniaallon u-koordinaatti kertoo hetkellisen jännitteen.

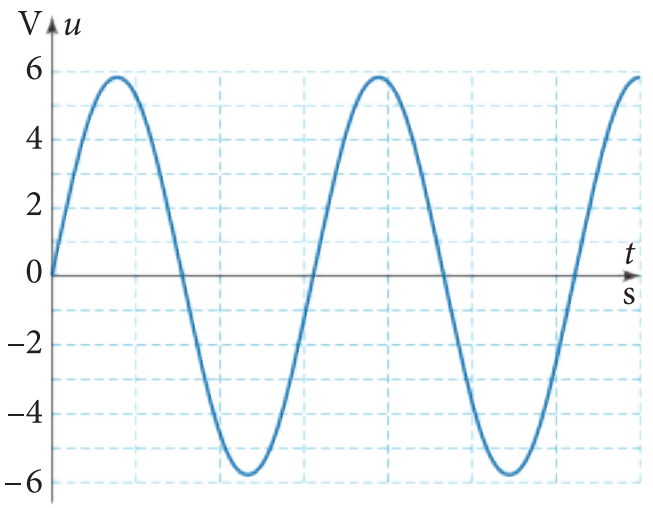


Esimerkki 2 — Jännitteen huippuarvot ja teholliset arvot

Vastuksen päiden välistä jännitettä mitattiin oskilloskoopilla, jolloin oskilloskoopin kuvaputkella oli kuvan mukainen sinimuotoinen vaihtojännite. Yleismittarilla mitattiin virtapiirin teholliseksi sähkövirraksi 28 mA.
Laske
a) jännitehäviön tehollinen arvo
b) vastuksen resistanssi.



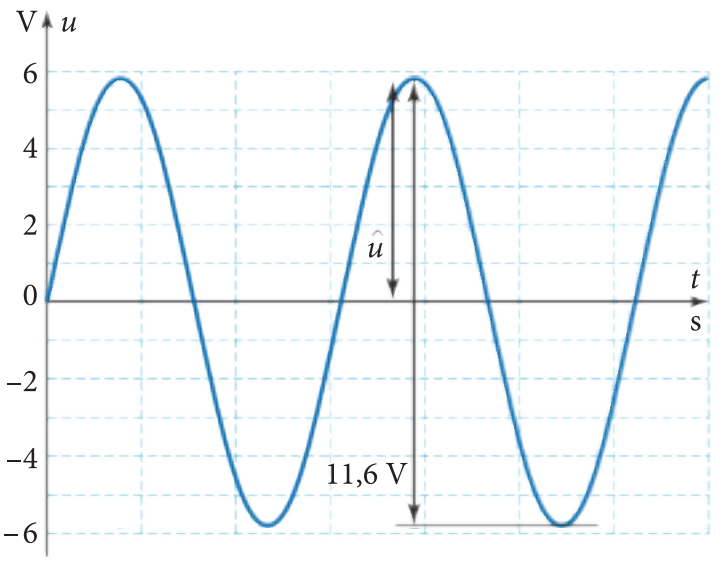
Suurennos oskilloskoopin kuvaruudusta.



Ratkaisu

$I_{\text{eff}} = 28\ \text{mA}, \quad \hat{u} = ?, \quad U_{\text{eff}} = ?, \quad R = ?$

a) Luetaan vastuksen päiden välisen jännitehäviön kuvaajasta huippuarvojen välinen ero 11,6 V. Näin oskilloskoopin kuvaputkelta saadaan luettua tarkemmat tulokset.



Jännitehäviön huippuarvo on

$$\hat{u} = \frac{11{,}6\ \text{V}}{2} = 5{,}8\ \text{V}.$$

Jännitehäviön tehollinen arvo on

$$\begin{aligned} U_{\text{eff}} &= \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{5{,}8\ \text{V}}{\sqrt{2}} \\ &= 4{,}1012\ \text{V} \approx 4{,}1\ \text{V}. \end{aligned}$$

b) Resistanssin määritelmän mukaan vastuksen resistanssi on

$$\begin{aligned} R &= \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} \\ &= \frac{4{,}1012\ \text{V}}{28 \cdot 10^{-3}\ \text{A}} \\ &= 146{,}4714\ \Omega \approx 150\ \Omega. \end{aligned}$$

Vastaus

a) Jännitehäviön tehollinen arvo on 4,1 V.
b) Vastuksen resistanssi on 150 Ω.

Esimerkki 3 — Jännitteen ja sähkövirran huippuarvot ja teholliset arvot

Leivänpaahtimen tehoksi ilmoitetaan 1,1 kW. Paahdinta käytetään 230 V:n ja 50 Hz:n verkossa.
Kuinka suuri on leivänpaahtimen
a) vastusten tehollinen sähkövirta, kun paahtimella paahdetaan leipää
b) jännitehäviön huippuarvo
c) sähkövirran huippuarvo?

Ratkaisu

$P = 1{,}1\ \text{kW}, \quad U_{\text{eff}} = 230\ \text{V}, \quad f = 50\ \text{Hz}, \quad I_{\text{eff}} = ?, \quad \hat{u} = ?, \quad \hat{i} = ?$

a) Sähköteho lasketaan yhtälöllä $P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$, joten leivänpaahtimen vastusten tehollinen sähkövirta on

$$I_{\text{eff}} = \frac{P}{U_{\text{eff}}} = \frac{1100\ \text{W}}{230\ \text{V}} = 4{,}7826\ \text{A} \approx 4{,}8\ \text{A}.$$

b) Sinimuotoisen vaihtojännitteen tehollisen ja huippuarvon välillä on yhteys

$$U_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}},$$

josta jännitehäviön huippuarvo on

$$\hat{u} = \sqrt{2} U_{\text{eff}} = \sqrt{2} \cdot 230\ \text{V} = 325{,}2691\ \text{V} \approx 330\ \text{V}.$$

c) Sinimuotoisen vaihtovirran tehollisen ja huippuarvon välillä on yhteys

$$I_{\text{eff}} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}},$$

josta sähkövirran huippuarvo on

$$\hat{i} = \sqrt{2} I_{\text{eff}} = \sqrt{2} \cdot 4{,}7826\ \text{A} = 6{,}7636\ \text{A} \approx 6{,}8\ \text{A}.$$

Vastaus

a) Tehollinen sähkövirta on 4,8 A.
b) Jännitehäviön huippuarvo on 330 V.
c) Sähkövirran huippuarvo on 6,8 A.

Tiivistelmä

- Vastuksen päiden välinen jännitehäviö ja sähkövirta ovat samassa vaiheessa.
- Vaihtovirran tehollinen arvo on yhtä suuri kuin sellaisen tasavirran arvo, joka tuottaa vastuksessa yhtä paljon lämpöä kuin kyseinen vaihtovirta.
- Osoitindiagrammilla kuvataan vaihtovirran ja -jännitteen vaihetta.

Perustehtävät

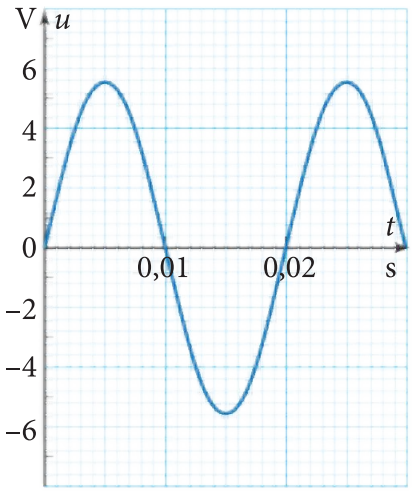
143. Mikä on tasavirran ja vaihtovirran ero?

144. Kirjoita resistanssin, vaihtovirran ja vaihtojännitteen toisiinsa sitova yhtälö, kun arvot ovat
a) tehollisia arvoja.
b) huippuarvoja.

145. Mitä merkitsevät suureet
a) jännite
b) napajännite
c) jännitehäviö
d) tehollinen jännite
e) jännitteen huippuarvo
f) hetkellinen jännite?

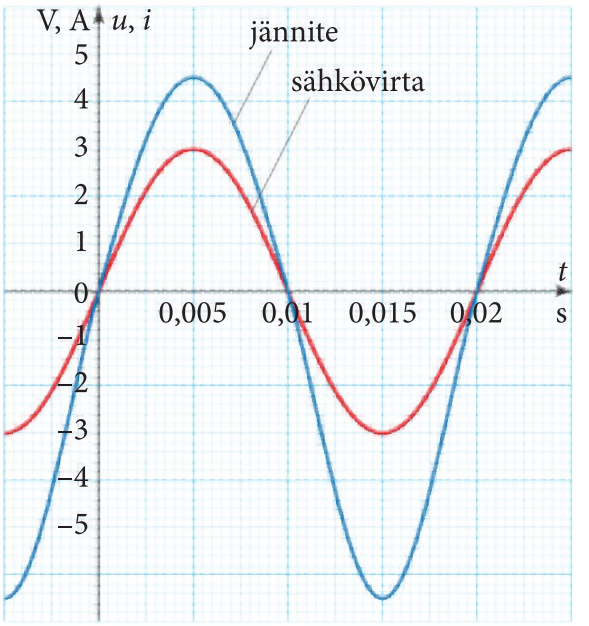
146. Vaihtojännitteen tehollisiksi arvoksi mitataan 75,0 Ω:n vastuksen napojen välillä 3,75 V.
a) Kuinka suuri tehollisen jännitteen huippuarvo on?
b) Kuinka suuri vastuksen tehollinen sähkövirta on?
c) Kuinka suuri vastuksen sähkövirran huippuarvo on? Esim. 2 ja 3

147. Kuva esittää vaihtojännitettä ajan funktiona.



Mikä on vaihtojännitteen
a) huippuarvo
b) tehollinen arvo
c) jaksonaika
d) taajuus? Esim. 2

148. Oppitunnilla mitattiin tietokoneavusteisesti vastuksen jännitehäviö ja virtapiirin sähkövirta. Saatiin oheiset kuvaajat.



a) Piirrä mittauksen kytkentäkaavio.
b) Kuinka suuri vaihtojännitteen taajuus oli?
c) Kuinka suuria olivat vaihtojännitteen ja -virran huippuarvot?
d) Kuinka suuria olivat vaihtojännitteen ja -virran tehollliset arvot?
e) Kuinka suuri vastuksen resistanssi oli? Esim. 2

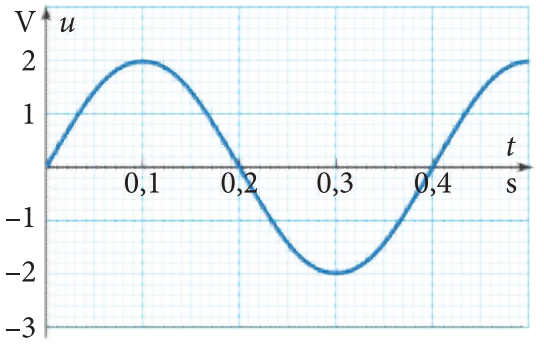
Soveltavat tehtävät

149. **a)** Pistorasiasta saadaan sinimuotoista vaihtojännitettä, jonka tehollinen arvo on 227 V ja taajuus 50 Hz. Kirjoita jännitteen lauseke ajan funktiona.

b) Millä hetkellä jännite on nolla?

c) Kuinka suuri jännite on hetkellä 3,5 ms jakson alusta lukien?

150. Vastuksen resistanssi on 10,0 Ω. Kuva esittää, miten jännitehäviö vaihtelee vastuksessa ajan funktiona. Piirrä sähkövirran kuvaaja vastuksessa.



151. Vastus, jonka resistanssi on 150 Ω, kytkettiin vaihtojännitelähteeseen, josta saadaan lausekeen $u(t) = 25{,}0\ \text{V} \cdot \sin(314{,}2\frac{1}{\text{s}} \cdot t)$ mukaista napajännitettä. Kuinka suuria ovat napajännitteen

a) taajuus

b) jaksonaika

c) tehollinen arvo

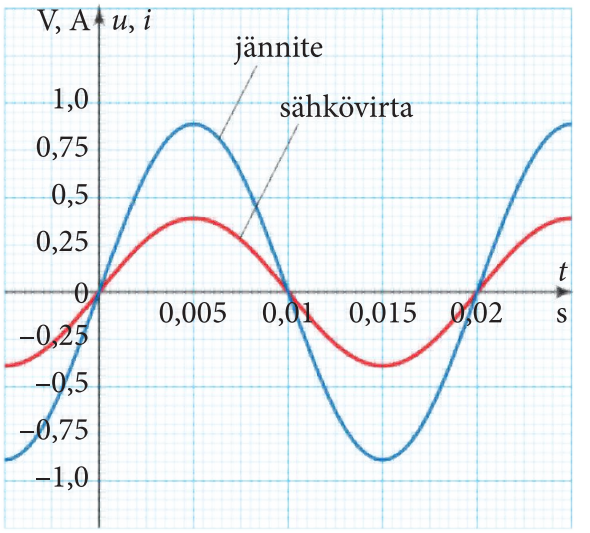
d) tehollinen sähkövirta vastuksessa?

152. Oskilloskoopin kuvaruudulla on oheiset kuvaajat.

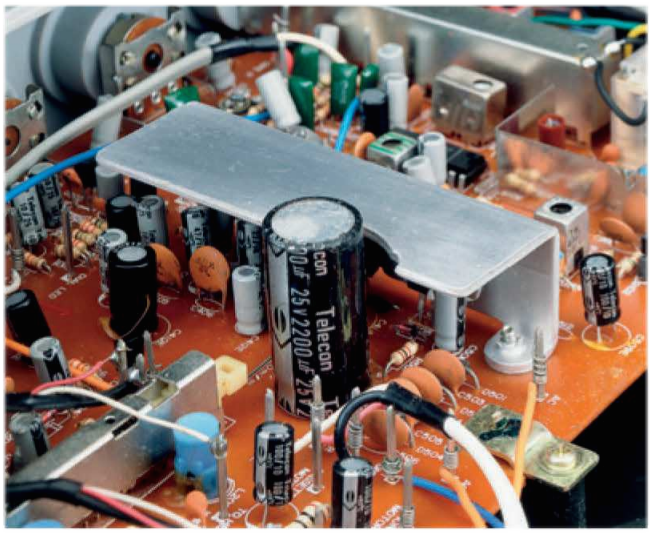
a) Kuinka suuria ovat jännitteen ja sähkövirran arvot yleismittarilla mitattuna?

b) Määritä sähkövirran ja jännitteen taajuus.

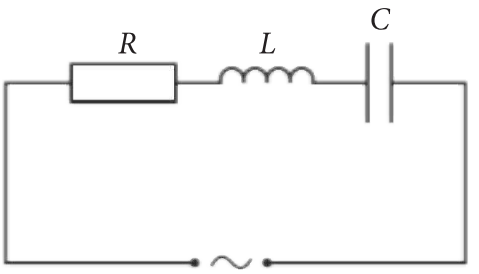
c) Kuinka suuri on virran ja jännitteen vaihe-ero?



13 Vastus, käämi ja kondensaattori vaihtovirtapiirissä



Kondensaattoreita piirilevyllä.



Vastukset (*R*), käämit (*L*) ja kondensaattorit (*C*) muodostavat yhdessä vaihtojännitelähteen kanssa vaihtovirtapiirin. Vaihtojännitteen tunnus on siniaalto (∼). Symbolia käytetään myös kuvaamaan vaihtojännitelähdettä.

Reaktanssi

Ideaalisen käämin, jonka resistanssi $R = 0\ \Omega$, ja kondensaattorin reaktanssi X on

$$X = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}},$$

jossa

U_{eff} on tehollinen jännitehäviö ja

I_{eff} on tehollinen sähkövirta.

Ideaalisen käämin vaihtovirtaa rajoittava ominaisuus on **induktiivinen reaktanssi** X_{L} ja kondensaattorin **kapasitiivinen reaktanssi** X_{C}.

Reaktanssi on jännitehäviön ja sähkövirran tehollisten arvojen suhde

Virtapiirejä, joiden komponentteina on vastuksia, käämejä, kondensaattoreita ja vaihtojännitelähde, sanotaan **vaihtovirtapiireiksi**. Vaihtovirtapiirissä vastusten lisäksi myös käämit ja kondensaattorit rajoittavat sähkövirtaa. Käämi ja kondensaattori aiheuttavat myös vaihe-eron sähkövirran ja niiden päiden välisen jännitehäviön välille.

Käämi on ideaalinen, jos sen resistanssi on nolla. Kondensaattorin ja ideaalisen käämin vaihtovirtaa rajoittavaa ominaisuutta kuvaavasta suureesta käytetään nimitystä **reaktanssi** ***X***, joka on komponentin päiden välisen jännitehäviön ja sähkövirran tehollisten arvojen suhde

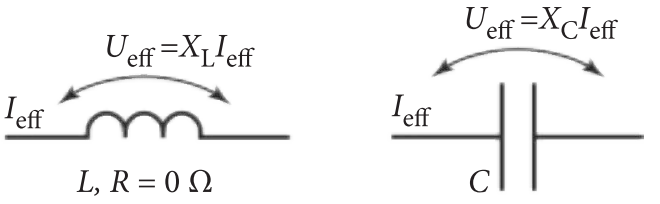
$$X = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}.$$

Siten $U_{\text{eff}} = XI_{\text{eff}}$.

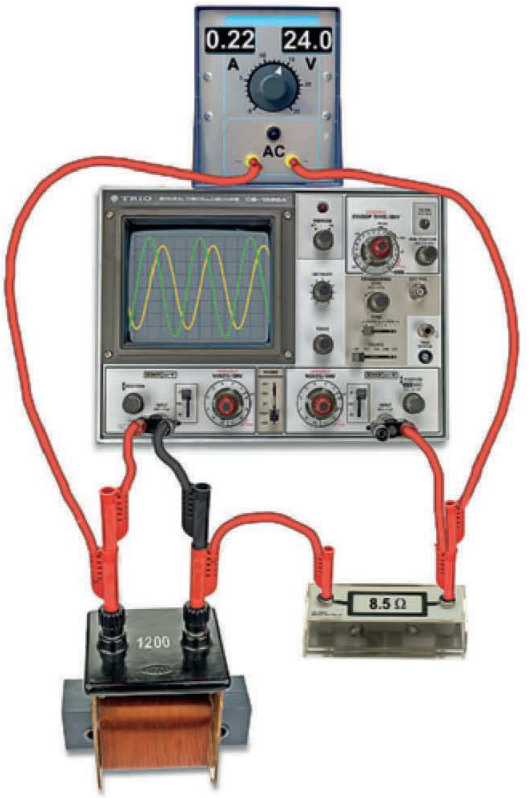
Reaktanssi voidaan kirjoittaa myös sähkövirran ja jännitehäviön huippuarvojen suhteena, sillä

$$X = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{\frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}}{\frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}}.$$

Siten $\hat{u} = X\hat{i}$.



Ideaalisen käämin vaihtovirtaa rajoittava ominaisuus on induktiivinen reaktanssi X_{L} ja kondensaattorin kapasitiivinen reaktanssi X_{C}.



Jos virtapiirissä on vain vaihtojännitelähde ja käämi, lähteen napajännitteen kasvaessa käämin sähkövirta kasvaa. Itseinduktio pyrkii estämään sähkövirran kasvua, joten sähkövirta on ajallisesti jäljessä käämin jännitteestä. Vihreä on napajännitteen kuvaaja ja keltainen sähkövirran kuvaaja.

Käämi vaihtovirtapiirissä

Tasavirtapiirissä vain käämin johdinlangan pieni resistanssi rajoittaa sähkövirran kulkua.

Vaihtovirtapiirissä sähkövirta muuttuu jaksollisesti, joten virtapiirissä olevan käämin sisälle ja ympärille syntyy jaksollisesti muuttuva magneettikenttä. Tällöin käämin napojen välille syntyy sähkövirran muuttumista vastustava induktiojännite. Siten vaihtovirtapiirissä resistanssin lisäksi itseinduktio rajoittaa sähkövirtaa.

Kokeellisesti voidaan todeta, että ideaalisen käämin ($R = 0\ \Omega$) tehollinen napajännite on suoraan verrannollinen käämin induktanssiin (L) ja jännitelähteen taajuuteen ($\omega = 2\pi f$) ja tehollisen sähkövirtaan (I_{eff})

$$U_{\text{eff}} = \omega L I_{\text{eff}}.$$

Koska $U_{\text{eff}} = X_{\text{L}} I_{\text{eff}}$, käämin **induktiivinen reaktanssi** ideaaliselle käämille on

$$X_{\text{L}} = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \omega L = 2\pi f L.$$

Induktiivinen reaktanssi X_{L} ei siis ole vain käämin ominaisuus toisin kuin resistanssi R on vain vastuskomponentin ominaisuus. Induktiivisen reaktanssin suuruus riippuu sekä käämin induktanssista että vaihtovirran taajuudesta.

Induktiivinen reaktanssi

$X_{\text{L}} = \omega L = 2\pi f L$,
jossa
L on käämin induktanssi,
ω on vaihtojännitteen kulmataajuus ja
f on taajuus.

Induktiivisen reaktanssin yksikkö on

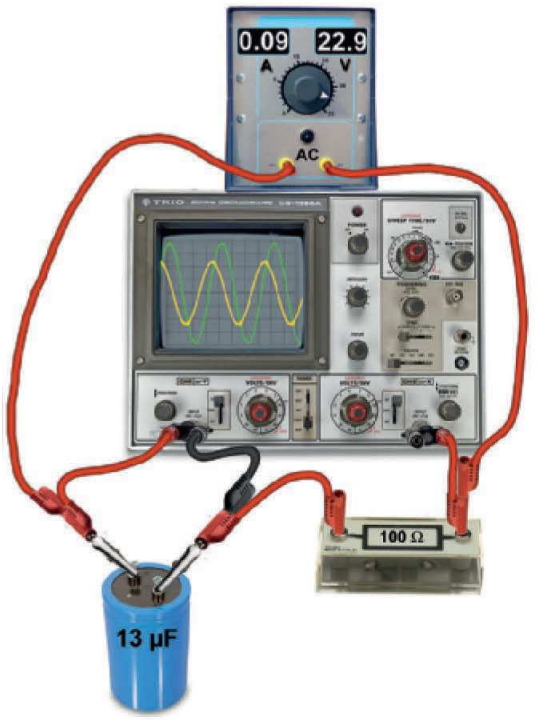
$$[X_{\text{L}}] = [f][L]$$
$$= 1\,\text{Hz} \cdot 1\,\text{H} = 1\,\frac{1}{\text{s}} \cdot 1\,\frac{\text{Vs}}{\text{A}} = 1\,\frac{\text{V}}{\text{A}} = 1\,\Omega.$$

Käämi vaihtovirtapiirissä

Ideaalisen käämin ($R = 0\ \Omega$) jännitehäviön ja sähkövirran huippuarvojen ja tehollisten arvojen välillä on riippuvuus

$\hat{u} = X_{\text{L}} \hat{i} = \omega L \hat{i}$
$U_{\text{eff}} = X_{\text{L}} I_{\text{eff}} = \omega L I_{\text{eff}}$.

Käämi on kytketty vaihtojännitelähteeseen. Käämin rautasydämen poistaminen pienentää käämin induktanssia. Tällöin käämin induktiivinen reaktanssi pienenee ja sähkövirta suurenee.



Kondensaattorissa sähkövirta on jännitehäviötä edellä. Vihreä on jännitehäviön kuvaaja ja keltainen sähkövirran kuvaaja.

Kapasitiivinen reaktanssi

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C},$$

jossa

C on kondensaattorin kapasitanssi,

ω on vaihtojännitteen kulmataajuus ja

f on taajuus.

Kondensaattori vaihtovirtapiirissä

Virtapiirissä, jossa $R = 0\ \Omega$, kondensaattorin napojen välisen jännitehäviön ja sähkövirran huippuarvojen ja tehollisten arvojen välillä on riippuvuus

$$U_{\text{eff}} = X_C I_{\text{eff}} = \frac{1}{\omega C} I_{\text{eff}}$$

$$\hat{u} = X_C \hat{i} = \frac{1}{\omega C} \hat{i}.$$

Kondensaattori vaihtovirtapiirissä

Tarkastellaan virtapiiriä, jossa on kondensaattori. Tasavirtapiirissä havaitaan lyhytaikainen sähkövirta, kun kondensaattoria varataan tai puretaan. Muuten kondensaattorin sisältävässä **tasavirtapiirissä ei ole sähkövirtaa, koska kondensaattorin kohdalta virtapiiri on poikki**. Kondensaattorin levyjen välissä on eriste.

Vaihtovirtapiirissä kondensaattori vuoroin varautuu ja vuoroin purkautuu. Tällöin virtapiirissä on sähkövirta.

Kokeellisesti voidaan tutkia, että kondensaattorin tehollinen napajännite on suoraan verrannollinen teholliseen sähkövirtaan ja kääntäen verrannollinen kondensaattorin kapasitanssiin ja vaihtovirran ($\omega = 2\pi f$) taajuuteen

$$U_{\text{eff}} = \frac{1}{\omega C} \cdot I_{\text{eff}}.$$

Koska $U_{\text{eff}} = X_C I_{\text{eff}}$, kondensaattorin **kapasitiivinen reaktanssi** on

$$X_C = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}.$$

Kapasitiivisen reaktanssin yksikkö on

$$[X_C] = \frac{1}{[f][C]}$$

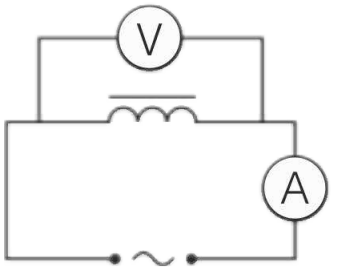
$$= \frac{1}{1\,\text{Hz} \cdot 1\,\text{F}}$$

$$= \frac{1}{1\,\frac{1}{\text{s}} \cdot 1\,\frac{\text{As}}{\text{V}}} = 1\,\frac{\text{V}}{\text{A}} = 1\,\Omega.$$

Kondensaattori on kytketty vaihtojännitelähteeseen. Virtapiirin sähkövirta riippuu sekä vaihtojännitteen taajuudesta että kondensaattorin kapasitanssin suuruudesta.

Huomaa!

Vaihtojännitteen ja vaihtovirran kuvaajat esittävät aina tilannetta, jossa virtapiiri on toiminut pitkään.



Käämin napojen välisen jännitehäviön ja sähkövirran mittaaminen.

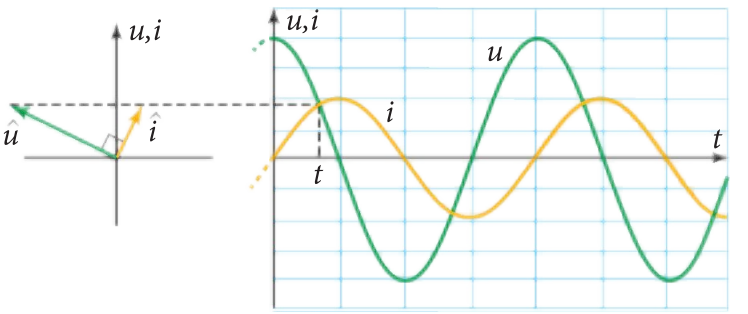
Sähkövirran ja jännitehäviön vaihe-ero ideaalisessa käämissä

Tarkastellaan edelleen ideaalista käämiä eli käämiä, jonka resistanssi on mitättömän pieni. Koska vaihtovirta on sinimuotoista $i = \hat{i}\sin\omega t$, sen muutosnopeus on suurimmillaan heti alussa (ajanhetkellä $t = 0$ s) ja aina puolen jakson kuluttua. Muutosnopeus on suurin, kun kuvaaja on jyrkin. Näin käämiin indusoitunut jännite on suurimmillaan niinä hetkinä, kun sähkövirran suunta vaihtuu. Vastaavasti kun vaihtovirta on saavuttanut huippuarvon, muuttumisnopeus on nolla ja käämin päiden välille indusoitunut jännitehäviö on 0 V. Sanotaan, että käämin napojen välinen jännitehäviö on $\frac{\pi}{2}$ rad eli 90° ($\frac{1}{4}$ jaksoa) sähkövirtaa edellä.

Osoitindiagrammissa käämin jännitehäviön ja sähkövirran välinen vaihe-ero on jännitehäviön osoittimen ja sähkövirran osoittimen välinen kulma. Käämissä jännitehäviö on 90° sähkövirtaa edellä, joten osoittimien välinen kulma on suora, ja jänniteosoitin on edellä.

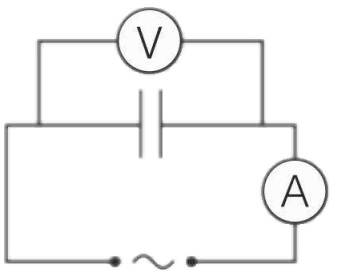
$$i = \hat{i}\sin\omega t$$

$$u = \hat{u}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$



Huomaa!

Alla olevasta kuvaajasta havaitaan, että kondensaattorin sähkövirta on suurin silloin, kun kondensaattorin jännite on nolla (kondensaattorin varaus on nolla).



Kondensaattorin napojen välisen jännitehäviön ja sähkövirran mittaaminen.

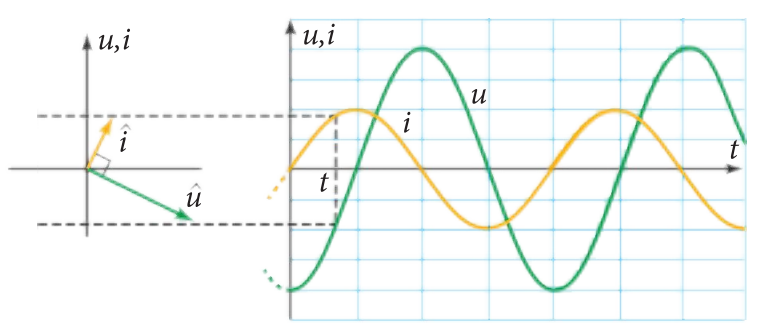
Sähkövirran ja jännitehäviön vaihe-ero kondensaattorissa

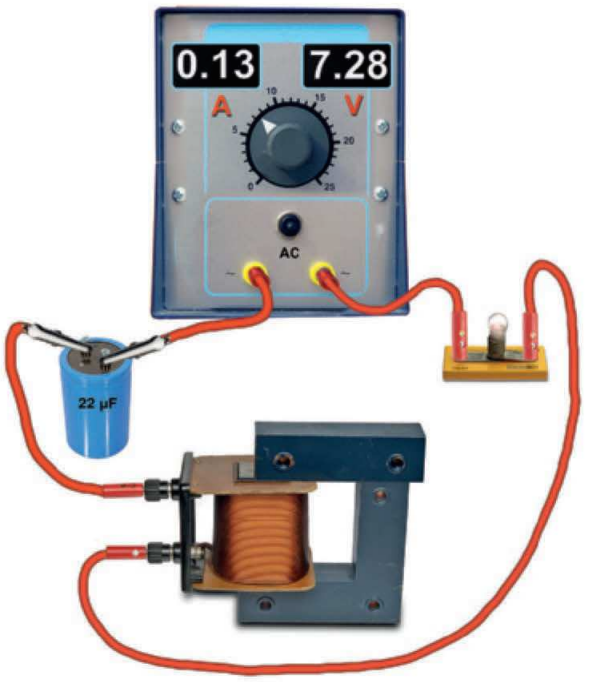
Alla olevasta kuvaajasta havaitaan, että kondensaattorin sähkövirta on suurin silloin, kun kondensaattorin jännite on nolla (kondensaattorin varaus on nolla). Kondensaattorin napojen välinen jännitehäviö on siis $\frac{1}{4}$ jaksoa jäljessä sähkövirtaa. Tämän jälkeen kondensaattori latautuu, kunnes sähkövirta on nolla. Tällöin kondensaattorin napojen välinen jännitehäviö saa huippuarvonsa. Ideaalitapauksessa, kun virtapiirin resistanssi on nolla, jännitehäviön ja sähkövirran vaihe-ero on $-\frac{\pi}{2}$ rad eli –90°. Sähkövirta on nyt jännitehäviötä edellä.

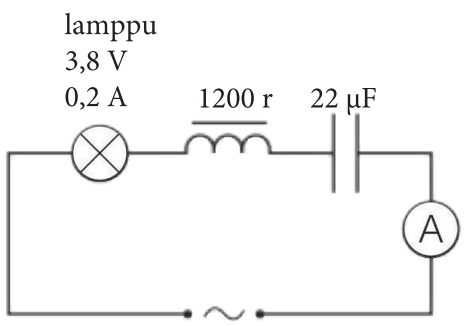
Kondensaattorissa jännitehäviö on 90° sähkövirtaa jäljessä, joten osoittimien välinen kulma on suora, ja sähkövirtaosoitin on edellä.

$$i = \hat{i}\sin\omega t$$

$$u = \hat{u}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$







Vastus, käämi ja kondensaattori kytkettynä sarjaan vaihtovirtapiirissä.

Impedanssi
Vastuksen, käämin ja kondensaattorin muodostamassa virtapiirissä vaihtovirtaa rajoittava ominaisuus on impedanssi

$$Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}},$$

jossa
U_{eff} on tehollinen jännitehäviö ja
I_{eff} on tehollinen sähkövirta.

Vastus, käämi ja kondensaattori kytkettynä sarjaan vaihtovirtapiirissä

Vastuksen, käämin ja kondensaattorin muodostamasta vaihtovirtapiiristä käytetään nimitystä RLC-piiri. Tällaisen virtapiirin sähkövirtaa rajoittavaa ominaisuutta kuvaavasta suureesta käytetään nimitystä **impedanssi**. Impedanssi on vaihtovirtapiirin jännitteen ja sähkövirran tehollisten arvojen suhde

$$Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}, \text{ joten } U_{\text{eff}} = ZI_{\text{eff}}.$$

Impedanssi voidaan lausua myös huippuarvojen suhteena

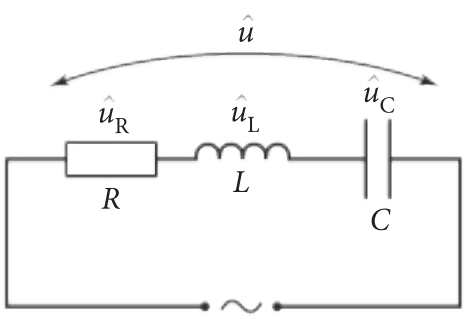
$$Z = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{\frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}}{\frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}}, \text{ joten } \hat{u} = Z\hat{i}.$$

Vastuksen impedanssi on sama kuin sen resistanssi. Ideaalisen käämin impedanssi on sama kuin sen induktiivinen reaktanssi. Ideaalisen kondensaattoripiirin impedanssi on sen kapasitiivisen reaktanssin arvo.

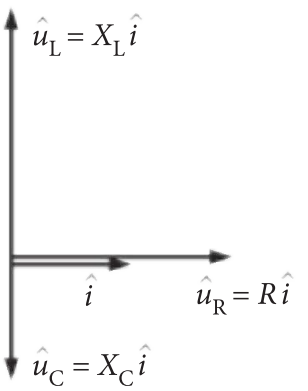
RLC-piirin impedanssi

Edellä tarkasteltiin ideaalisten käämien ($R = 0\ \Omega$) ja kondensaattorien muodostamia virtapiirejä. Ratkaistaan nyt sellaisen virtapiirin impedanssi, jossa käämin ja kondensaattorin lisäksi mukana on myös vastus.

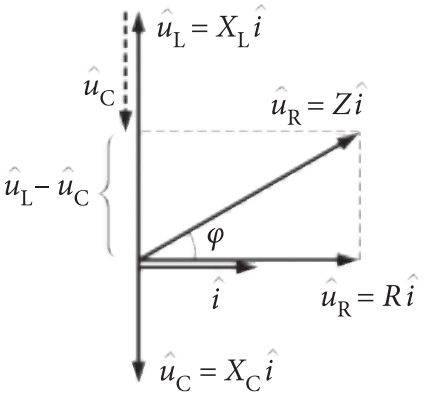
Kun piirretään RLC-piirin osoitindiagrammi, on tapana piirtää vastuksessa tapahtuvaa jännitehäviötä $\hat{u}_{\text{R}}$ esittävä osoitin oikealle. Tällöin käämissä tapahtuva induktiivinen jännitehäviö $\hat{u}_{\text{L}}$ suuntautuu ylös ja kondensaattorissa tapahtuva kapasitiivinen jännitehäviö $\hat{u}_{\text{C}}$ alas.



RLC-piirin jännitehäviöt.



Sähkövirta ja vastuksessa tapahtuva jännitehäviö ovat samassa vaiheessa. Sähkövirran ja kapasitiivisen jännitehäviön vaihe-ero on $-\pi/2$ ($-90°$). Sähkövirran ja induktiivisen jännitehäviön vaihe-ero $+\pi/2$ ($+90°$).



Koska $\hat{u}_L$ ja $\hat{u}_C$ ovat vastakkaissuuntaiset, koko virtapiirin jännitehäviö $\hat{u}$ muodostuu nyt $\hat{u}_R$:stä ja $\hat{u}_L - \hat{u}_C$:stä.

RLC-piirin jännitehäviön huippuarvo saadaan osoitindiagrammista Pythagoraan lauseella

$$\hat{u}^2 = \hat{u}_R^2 + (\hat{u}_L - \hat{u}_C)^2,$$

josta

$$\hat{u} = \sqrt{(R\hat{i})^2 + (X_L\hat{i} - X_C\hat{i})^2}$$

$$\hat{u} = \sqrt{(R\hat{i})^2 + (\omega L\hat{i} - \frac{1}{\omega C}\hat{i})^2}$$

$$= \sqrt{\hat{i}^2(R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2)}$$

$$= \hat{i}\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}.$$

Kytkennän impedanssi on siten

$$Z = \frac{\hat{u}}{\hat{i}}$$

$$= \frac{\hat{i}\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}{\hat{i}}$$

$$= \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}.$$

Vaihe-ero φ sähkövirran ja jännitehäviön välillä saadaan osoitindiagrammista

$$\tan\varphi = \frac{\hat{u}_L - \hat{u}_C}{\hat{u}_R}$$

$$= \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Vaihtovirtapiirin impedanssi voidaan esittää myös resistanssin R ja reaktanssin $X = X_L - X_C$ avulla

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}.$$

Impedanssi

RLC-piirin impedanssi

$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

ja vaihe-ero φ

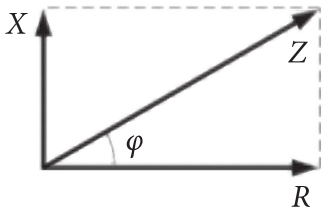
$\tan\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$,

jossa

R on virtapiirin resistanssi,

$X_L = \omega L = 2\pi f L$ on induktiivinen reaktanssi

$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$ on kapasitiivinen reaktanssi.



Resistanssi R ja reaktanssi X ovat impedanssin Z komponentteja.

Esimerkki 1 — RLC-piirin impedanssi ja vaihe-ero

Vaihtovirtapiirissä on vastus, käämi ja kondensaattori kytketty sarjaan. Käämissä on merkintä 0,25 H/6,7 Ω. Kondensaattorin kapasitanssi on 22 µF ja vastuksen resistanssi 12 Ω. Vaihtovirtapiirin tehollinen jännitehäviö on 25 V ja taajuus 50 Hz.

Laske

a) induktiivinen reaktanssi
b) kapasitiivinen reaktanssi
c) vaihtovirtapiirin impedanssi
d) sähkövirran ja jännitehäviön välinen vaihe-ero
e) tehollinen sähkövirta.
f) Mistä vaihe-ero johtuu?

Ratkaisu

$R_1 = 12\ \Omega$, $L = 0{,}25\ \text{H}$, $R_L = 6{,}7\ \Omega$, $C = 22\ \mu\text{F}$, $U_{\text{eff}} = 25\ \text{V}$, $f = 50\ \text{Hz}$, $X_L = ?$, $X_C = ?$, $Z = ?$, $\varphi = ?$, $I_{\text{eff}} = ?$

a) Käämin induktiivinen reaktanssi on

$$X_L = 2\pi f L$$
$$= 2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 0{,}25\ \text{H} = 78{,}5398\ \Omega \approx 79\ \Omega.$$

b) Kondensaattorin kapasitiivinen reaktanssi on

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 22 \cdot 10^{-6}\ \text{F}}$$
$$= 144{,}6863\ \frac{1}{\text{Hz} \cdot \text{F}} = 144{,}6863\ \frac{1}{\frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{\text{As}}{\text{V}}} = 144{,}6863\ \frac{\text{V}}{\text{A}} \approx 140\ \Omega.$$

c) Virtapiirin kokonaisresistanssi on vastuksen ja käämin resistanssien summa

$$R = R_1 + R_L = 12\ \Omega + 6{,}7\ \Omega = 18{,}7\ \Omega.$$

Vaihtovirtapiirin impedanssi on

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$
$$= \sqrt{(18{,}7\ \Omega)^2 + (78{,}5398\ \Omega - 144{,}6863\ \Omega)^2}$$
$$= 68{,}7390\ \Omega \approx 69\ \Omega.$$

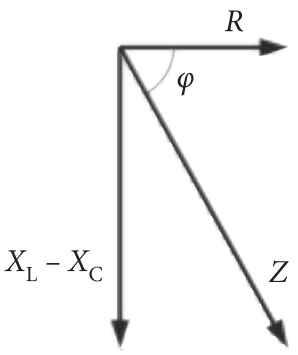
d) Vaihe-ero saadaan osoitindiagrammin perusteella

$$\tan\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{78{,}5398\ \Omega - 144{,}6863\ \Omega}{18{,}7\ \Omega} = -3{,}5373,$$

josta $\varphi = -74{,}2141° \approx -74°$.

Koska kapasitiivinen reaktanssi on suurempi kuin induktiivinen reaktanssi (vaihe-ero on negatiivinen), kapasitanssin vaikutus on virtapiirissä merkittävämpi kuin induktanssin.

Osoitindiagrammi on vieressä olevan kaltainen.



Sähkövirta on jännitettä edellä.

e) Tehollinen sähkövirta saadaan lausekkeesta $U_{\text{eff}} = ZI_{\text{eff}}$

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z} = \frac{25\ \text{V}}{68{,}7390\ \Omega} = 0{,}36369\ \text{A} \approx 0{,}36\ \text{A}.$$

f) RLC-piirin sähkövirran ja jännitteen välinen vaihe-ero aiheutuu siitä, että käämi ja kondensaattori ovat energiaa varastoivia komponentteja. Energia varastoituu vuoroin kondensaattoriin sähkökentän energiaksi ja vuoroin käämiin magneettikentän energiaksi. Tällöin virta ja jännite eivät ole samassa vaiheessa. Vastus ei ole energiaa varastoiva komponentti.

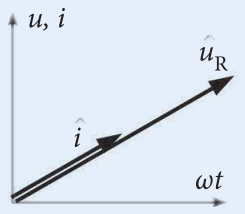
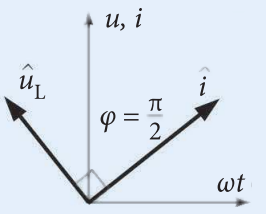
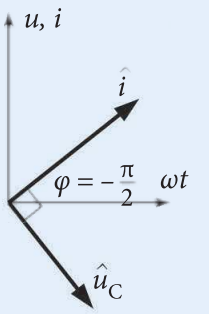
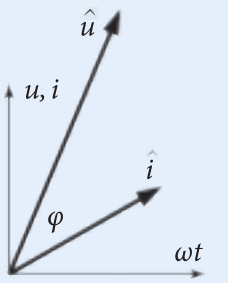
Vastaus

Yhdistelmän liike-energia on

a) Käämin induktiivinen reaktanssi on $79\ \Omega$.
b) Kondensaattorin kapasitiivinen reaktanssi on $140\ \Omega$.
c) Virtapiirin impedanssi on $69\ \Omega$.
d) Sähkövirran ja jännitteen vaihe-ero on $-74°$.
e) Virtapiirin tehollinen sähkövirta on $0{,}36$ A.
f) Koska vaihe-ero on negatiivinen, kondensaattori on hallitsevampi.

Tiivistelmä

- Reaktanssi on jännitehäviön ja sähkövirran tehollisten arvojen suhde $X = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}$.
- Ideaalisen käämin vaihtovirtaa rajoittava ominaisuus on induktiivinen reaktanssi X_{L} ja kondensaattorin kapasitiivinen reaktanssi X_{C}.
- Ideaalisessa käämissä jännitehäviö on 90° sähkövirtaa edellä.
- Kondensaattorissa jännitehäviö on 90° sähkövirtaa jäljessä.
- Vastuksen, käämin ja kondensaattorin muodostamassa virtapiirissä vaihtovirtaa rajoittava ominaisuus on impedanssi.

	Vastus	Ideaalinen käämi	Kondensaattori	RLC-piiri
sähkövirta	$i = \hat{i}\sin\omega t$	$i = \hat{i}\sin\omega t$	$i = \hat{i}\sin\omega t$	$i = \hat{i}\sin\omega t$
jännitehäviö	$u_{\text{R}} = \hat{u}\sin\omega t$	$u_{\text{L}} = \hat{u}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$	$u_{\text{C}} = \hat{u}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$	$u = \hat{u}\sin(\omega t + \varphi)$
vaihe-ero	$\varphi = 0$	$\varphi = \frac{\pi}{2}\,\text{rad}$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}\,\text{rad}$	$\tan\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$
tehollinen sähkövirta	$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{R}$	$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{X_{\text{L}}}$	$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{X_{\text{C}}}$	$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z}$
sähkövirran ja jännitteen osoitindiagrammi				

Perustehtävät

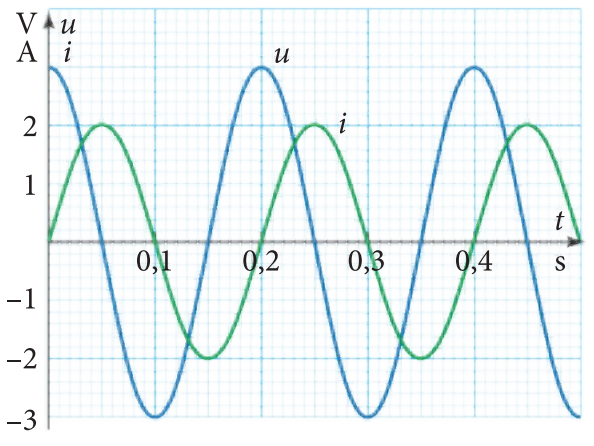
153. Kerro, mitä seuraavat käsitteet tarkoittavat
a) itseinduktio, **b)** induktanssi, **c)** reaktanssi, **d)** impedanssi.

154. Miten
a) kondensaattori,
b) käämi
toimivat tasavirtapiirissä ja vaihtovirtapiirissä?

155. Käämi, jonka induktanssi on 0,45 H, kytketään 230 V:n ja 50 Hz:n sähköverkkoon. Käämilangan resistanssi on pieni. Laske
a) käämin induktiivinen reaktanssi
b) virtapiirin tehollinen sähkövirta
c) sähkövirran huippuarvo
d) pienin sähkövirta. Esim. 1

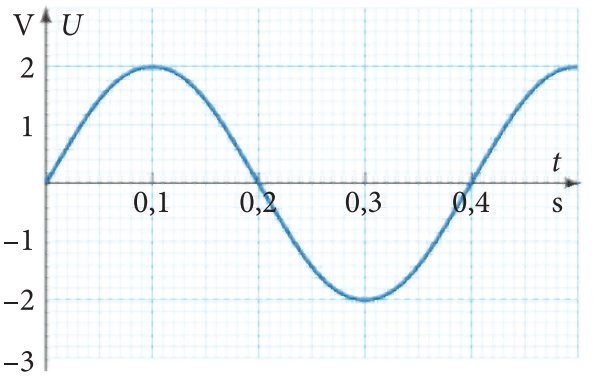
156. Kondensaattoriin, jonka kapasitanssi on 2,2 µF, kytketään 50 Hz:n vaihtojännite. Jännitteen huippuarvo on 3,8 V.
a) Kuinka suuri kondensaattorin kapasitiivinen reaktanssi on?
b) Laske sähkövirran huippuarvo. Esim. 1

157. Kuvassa on esitetty sähkövirran ja jännitehäviön hetkellisten arvojen vaihtelut käämissä, jonka resistanssi on hyvin pieni.



a) Kumpi, sähkövirta vai jännitehäviö, on edellä?
b) Millä hetkellä sähkövirta ja jännitehäviö saavat ensimmäisen kerran maksimiarvon?
c) Jännitehäviö saa maksimiarvon 0,2 sekunnin kohdalla. Milloin sähkövirta saa seuraavan kerran maksimiarvon?
d) Laske sähkövirran ja jännitehäviön välinen vaihekulma.

158. **a)** Kondensaattorin kapasitiivinen reaktanssi on 10 Ω ja virtapiirin resistanssi on hyvin pieni. Oheinen kuva esittää, miten jännitehäviö vaihtelee kondensaattorissa ajan funktiona. Piirrä kondensaattorin sähkövirran kuvaaja.
b) Miten sähkövirran kuvaaja eroaa a-kohdan tilanteesta, jos kuva esittääkin käämin jännitehäviötä ajan funktiona? Piirrä käämin sähkövirran kuvaaja. Käämin induktiivinen reaktanssi on 10 Ω, ja käämin resistanssi on hyvin pieni.



159. Kondensaattori kytketään vaihtojännitelähteeseen, jonka taajuus on 50 Hz ja tehollinen jännite 14,5 V. Kondensaattoripiiristä mitattiin 25,5 mA:n sähkövirta. Kuinka suuri kondensaattorin kapasitanssi on? Virtapiirin resistanssi on hyvin pieni. Esim. 1

160. Käämi kytketään vaihtojännitelähteeseen, jonka tehollinen lähdejännite on 230 V ja taajuus 50 Hz. Käämin induktanssi on 0,55 H. Virtapiirin resistanssi on pieni. Kuinka suuri on käämin
a) tehollinen sähkövirta
b) sähkövirran huippuarvo
c) pienin sähkövirta? Esim. 1

Soveltavat tehtävät

161. Vaihtovirtapiirissä on vastus, käämi ja kondensaattori kytketty sarjaan. Virtapiirin vastuksen resistanssi on 260 Ω, kondensaattorin kapasitiivinen reaktanssi 156 Ω ja käämin induktiivinen reaktanssi 75 Ω.

a) Laske virtapiirin impedanssi.

b) Laske sähkövirran ja jännitteen vaihe-ero.

162. Miksi vaihtovirtapiirissä, jossa on pelkästään vastuskomponentteja, ei ole sähkövirran ja jännitteen välillä vaihe-eroa?

163. Vaihtovirtapiirissä olevan käämin resistanssi on 85 Ω ja impedanssi 245 Ω. Kuinka suuri käämin induktiivinen reaktanssi on?

164. Vaihtovirtapiiriin on kytketty sarjaan vastus ja kondensaattori. Vastuksen resistanssi on 150 Ω ja kondensaattorin kapasitanssi 220 µF. Vaihtovirran taajuus on 50 Hz. Laske virtapiirin impedanssi.

165. Vaihtovirtapiirissä on vastus, käämi ja kondensaattori kytketty sarjaan. Käämissä on merkintä 120 mH/125 mΩ. Kondensaattorin kapasitanssi on 35 µF ja vastuksen resistanssi 65 Ω. Vaihtovirtapiirin tehollinen jännite on 25 V ja taajuus 50 Hz. Laske

a) vaihtovirtapiirin impedanssi

b) sähkövirran ja jännitteen välinen vaihe-ero

c) tehollinen virta.

d) Mistä vaihe-ero johtuu?

166. Vaihtovirtapiirissä on vastus, käämi ja kondensaattori kytketty sarjaan.

a) Piirrä kuvaajat, jotka esittävät vastuksen resistanssin, käämin induktiivisen reaktanssin ja kondensaattorin kapasitiivisen reaktanssin taajuusriippuvuuden.

b) Miten virtapiirin impedanssi muuttuu taajuuden funktiona?

c) Miten virtapiirin sähkövirta muuttuu taajuuden funktiona?

167. RLC-piirin resistanssi on 50,0 Ω, käämin induktanssi on 125 mH ja kondensaattorin kapasitanssi 180 µF. Virtapiiriin kytketyn jännitelähteen napajännitteen huippuarvo on 310 V ja taajuus 50 Hz. Laske

a) virtapiirin sähkövirran huippuarvo

b) sähkövirran ja jännitteen välinen vaihe-ero.

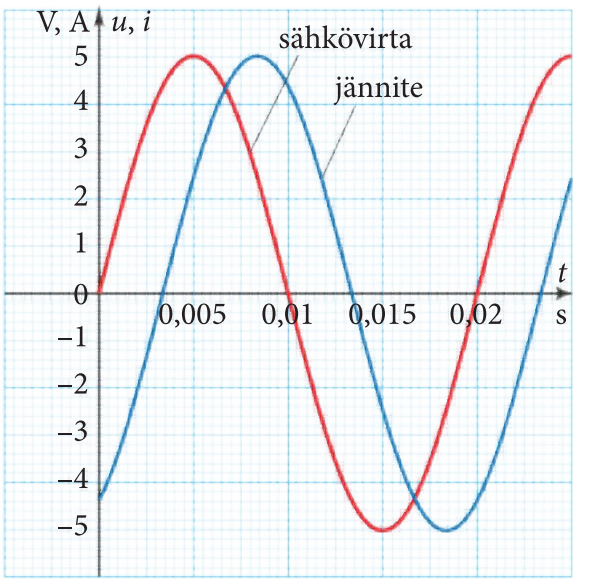
c) Laske jokaisen komponentin tehollinen jännitehäviö.

d) Tarkista tulos laskemalla komponenttien jännitehäviöistä kokonaisjännite.

168. Kuvassa on esitetty eräässä mittauksessa saadut vaihtovirta ja jännite. Ne ovat eri vaiheissa.

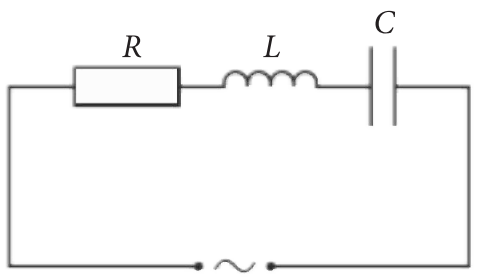
a) Kuinka suuri vaihe-ero on vaihtovirran ja jännitteen välillä?

b) Kumpi on edellä, vaihtovirta vai jännite?



14 Värähtelypiiri, antenni ja radioaallot

RLC-sarjapiiri on kytketty taajuusgeneraattoriin. Taajuusgeneraattorilla vaihtovirtapiirin jännitteen taajuutta voidaan muuttaa.



RLC-sarjapiirin muodostavat vastus (resistanssi R), käämi (induktanssi L, resistanssi R_L) ja kondensaattori (kapasitanssi C).

f(Hz)	1. mittaus 1000 Ω 600 r 2,2 µF I_{eff} (mA)	2. mittaus 2000 Ω 600 r 2,2 µF I_{eff} (mA)
20	2,4	2,1
40	4,9	3,5
60	6,8	4,1
80	7,9	4,3
100	8,3	4,5
120	8,2	4,4
140	7,9	4,3
160	7,6	4,1
180	7,2	4,0
200	6,8	3,9
250	6,0	3,6
300	5,3	3,3
400	4,3	2,9
500	3,7	2,7

Resonanssitaajuus RLC-piirissä

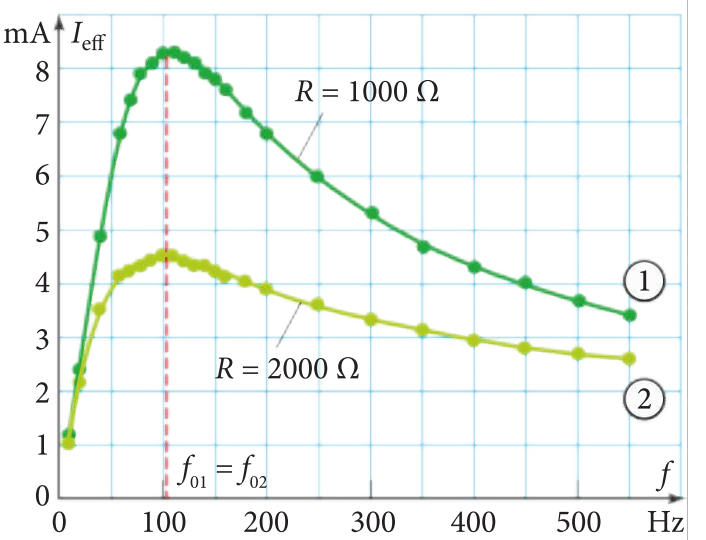
Muun muassa televisio, radio ja matkapuhelin käyttävät radioaaltoja tiedon siirtämiseen. Aaltojen lähteenä ovat antennit. **Antennien** vaihtojännitelähteenä käytetään yleensä RLC-sarjapiirejä.

Tutkitaan, miten vaihtovirtapiirin sähkövirta riippuu vaihtojännitteen taajuudesta. Kytketään viereisen kuvan mukaisesti vastus, käämi ja kondensaattori taajuusgeneraattorin ja virtamittarin kanssa sarjaan. Mitataan RLC-piirin tehollinen sähkövirta useilla taajuuden arvoilla niin, että taajuusgeneraattorin napajännite pidetään koko ajan samana.

Tehdään ensin mittaus eräillä vastuksen resistanssin R, käämin induktanssin L ja kondensaattorin kapasitanssin C arvoilla. Toistetaan sen jälkeen mittaus kolme kertaa niin, että muutetaan yhden suureen arvoa kerrallaan. Mittaustulosten avulla on piirretty tehollisen sähkövirran taajuusriippuvuutta esittävät kuvaajat.

1. mittaus: Vastuksen resistanssi on 1 000 Ω, käämissä on 600 kierrosta ja kondensaattorin kapasitanssi on 2,2 µF.

2. mittaus: Vaihdetaan virtapiiriin 2 000 Ω:n vastus ja toistetaan mittaus. Käämissä on 600 kierrosta ja kondensaattorin kapasitanssi on 2,2 µF.



Vastuksen resistanssin arvon muutos ei vaikuta resonanssitaajuuteen f_0.

f (Hz)	3. mittaus 1000 Ω 600 r 22 µF I_{eff} (mA)	4. mittaus 1000 Ω 1 200 r 2,2 µF I_{eff} (mA)
2	2,8	0,1
5	4,4	0,3
10	7,4	1,2
20	8,6	2,9
30	8,6	5,0
40	8,3	6,4
50	8,0	5,9
60	7,6	5,0
70	7,2	4,3
80	6,8	3,7
90	6,4	3,3
100	6,0	2,9
150	5,0	1,9
200	4,6	1,5

1. ja 2. mittauksen perusteella havaitaan, että sähkövirta saavuttaa maksimiarvon taajuuden arvolla noin $f_0 = 100$ Hz. Tätä taajuutta kutsutaan virtapiirin **resonanssitaajuudeksi**. Kun virtapiirin vastus vaihdetaan, tehollisen sähkövirran arvot muuttuvat, mutta resonanssitaajuus pysyy samana. Resonanssitaajuus ei siis riipu virtapiirin resistanssista.

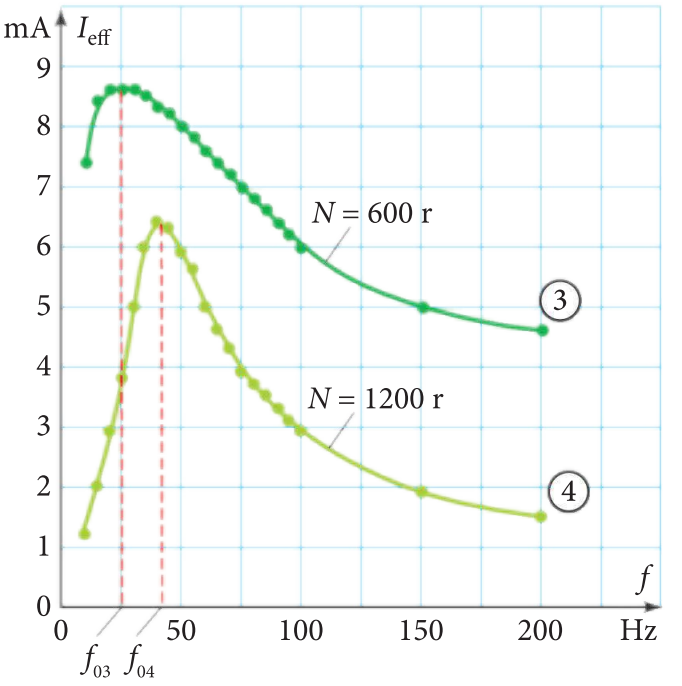
3. mittaus: Vastuksen resistanssi on 1 000 Ω ja käämissä on 600 kierrosta, mutta vaihdetaan virtapiiriin kondensaattori, jonka kapasitanssi on 22 µF eli 10-kertainen vertailupiirin kondensaattorin kapasitanssiin verrattuna.

4. mittaus: Vastuksen resistanssi on 1 000 Ω ja kondensaattorin kapasitanssi 2,2 µF. Vaihdetaan virtapiiriin käämi, jonka kierrosmäärä on 1 200 eli kaksinkertainen edelliseen verrattuna.

3. ja 4. mittauksen perusteella havaitaan, että sekä käämin induktanssi (kierrosluku) että kondensaattorin kapasitanssi vaikuttavat virtapiirin resonanssitaajuuteen.

Kondensaattorin kapasitanssi muuttuu 3. mittauksessa 10-kertaiseksi. Kun tuloksia verrataan 1. mittaukseen, havaitaan, että resonanssitaajuus f_{03} pienenee.

4. mittauksessa käämin kierrosluku suurenee, jolloin myös käämin induktanssi suurenee ja virtapiirin resonanssitaajuus f_{04} pienenee.

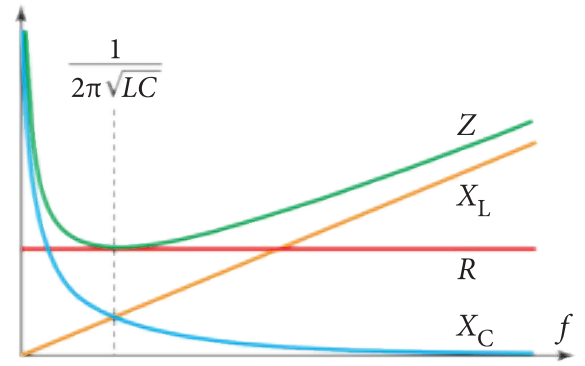


Resonanssitaajuuden arvo riippuu sekä käämin induktanssista että kondensaattorin kapasitanssista.

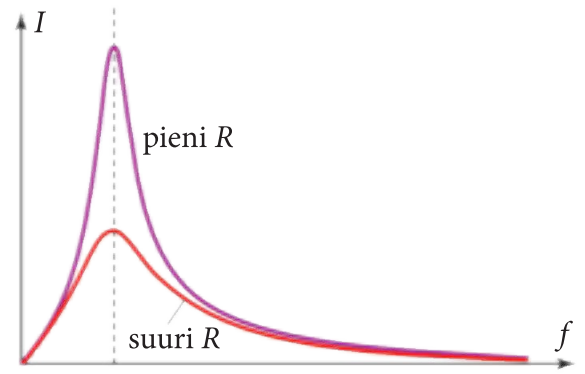
Resonanssitaajuus riippuu virtapiirin induktanssista ja kapasitanssista

Virtapiirin resistanssi ei vaikuta resonanssitaajuuteen, mutta induktanssi ja kapasitanssi vaikuttavat. Kun induktanssi tai kapasitanssi kasvaa, resonanssitaajuus pienenee.

Ⓐ



Ⓑ



A. Suurilla taajuuksilla kapasitiivinen reaktanssi X_C on pieni ja induktiivinen reaktanssi X_L suuri. Pienillä taajuuksilla tilanne on päinvastoin: induktiivinen reaktanssi on pieni ja kapasitiivinen reaktanssi suuri.

B. Resonanssitaajuudella reaktanssit ovat yhtä suuret ja sähkövirran suurimman arvon määrää virtapiirin resistanssi.

Resonanssitaajuus

RLC-piirin resonanssitaajuus on

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

jossa

L on virtapiirin induktanssi ja

C on virtapiirin kapasitanssi.

Huomaa!

Resonanssitaajuus f_0 ei riipu resistanssista, mutta RLC-piirin suurin sähkövirta I_{max} riippuu.

Käämin magneettikentän energia

$$E_m = \frac{1}{2}LI^2,$$

jossa

L on käämin induktanssi ja

I on käämin sähkövirta.

Resonanssi RLC-piirissä

RLC-piirin resonanssitaajuus voidaan johtaa myös virtapiirin komponenttien avulla. Impedanssin lauseke on

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2},$$

jossa R on virtapiirin resistanssi, joka sisältää sekä vastuksen että käämin resistanssit. Virtapiirin tehollinen sähkövirta on suurin mahdollinen, kun

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z} = \frac{U_{eff}}{R}. \text{ Tällöin } \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0.$$

Koska $\omega = 2\pi f$, yhtälö voidaan kirjoittaa resonanssitaajuudelle f_0 muodossa

$$2\pi f_0 L - \frac{1}{2\pi f_0 C} = 0,$$

jolloin resonanssitaajuudeksi saadaan $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

Resonanssitaajuus on RLC-piirin ominaistaajuus. Resonanssitilanteessa virtapiirin reaktanssi on nolla, joten sähkövirran ja jännitehäviön välinen vaihe-ero on nolla. Sähkövirta ja jännite ovat siis samassa vaiheessa.

Käämin energia

Kun kondensaattoria ladataan, sen sähkökentän voimakkuus kasvaa. Lataamisessa sähköiset voimat tekevät työtä ja tämä työ siirtyy kondensaattorin sähkökentän energiaksi. Kondensaattorin energia on

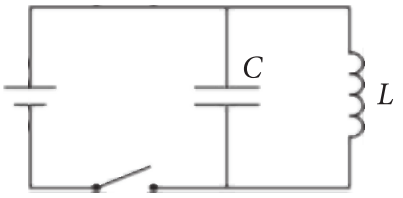
$$E_s = \frac{1}{2}CU^2,$$

jossa C on kondensaattorin kapasitanssi ja U kondensaattorin jännite.

Vastaavasti kun käämin sähkövirta kasvaa, magneettikenttä käämissä voimistuu. Samaan tapaan kuin kondensaattoriin tuotu energia varastoituu sähkökentän energiaksi, käämiin tuotu energia siirtyy käämin magneettikentän energiaksi. Kondensaattorin energia riippuu kondensaattoria kuvaavasta suureesta kapasitanssi. Vastaavasti käämin energia riippuu sitä kuvaavasta suureesta induktanssi

$$E_m = \frac{1}{2}LI^2.$$

Käämin energia on magneettikentän energiaa. Käämin energia riippuu sekä sähkövirran suuruudesta että käämin ominaisuuksista. Käämin magneettikentän energia on sitä suurempi, mitä suurempi sähkövirta I on ja mitä suurempi käämin induktanssi L on.



Ideaalinen LC-värähtelypiiri, $R = 0\ \Omega$.

Huomaa!

Kun LC-värähtelypiirin sähkövirta on nolla, kondensaattorin jännite on suurin mahdollinen ja virtapiirin energia on sähkökentän energiaa

$$E_s = \frac{1}{2}C\hat{u}^2.$$

Kun sähkövirta on suurin mahdollinen, kondensaattorin varaus on purkautunut ja virtapiirin energia on käämin magneettikentän energiaa

$$E_m = \frac{1}{2}L\hat{i}^2.$$

Ideaalisen LC-piirin energia

Resistanssittoman värähtelypiirin kokonaisenergia on joka hetki vakio

$$E = \frac{1}{2}Cu^2 + \frac{1}{2}Li^2 = \text{vakio},$$

jossa

$$E_s = \frac{1}{2}Cu^2$$

on kondensaattorin hetkellinen sähkökentän energia

ja

$$E_m = \frac{1}{2}Li^2$$

on käämin hetkellinen magneettikentän energia.

Energiaperiaate LC-värähtelypiirissä

Vaihtovirtapiirin resonanssissa on kyse värähtelystä, jossa energia varastoituu vuoroin kondensaattorin sähkökenttään, vuoroin käämin magneettikenttään. RLC-piiriin on kuitenkin tuotava koko ajan energiaa vaihtojännitelähteestä, jos halutaan pitää yllä jatkuvaa vaihtovirtaa, sillä resistanssin vuoksi virtapiirissä muuntuu energiaa jatkuvasti lämpöenergiaksi.

Tarkastellaan seuraavaksi ideaalista resistanssitonta värähtelypiiriä eli LC-värähtelypiiriä. LC-piiriin voidaan tuoda energiaa kytkemällä virtapiirin kondensaattorin rinnalle aluksi tasajännitelähde, jolloin kondensaattori latautuu ja sen jännite on sama kuin jännitelähteen lähdejännite.

Kun jännitelähde kytketään irti kondensaattorista, kondensaattorin varaus alkaa purkautua käämin kautta. Käämin itseinduktion vuoksi varaus ei purkaudu nopeana purkauksena, vaan purkautumisvirta kasvaa niin kauan kuin kondensaattorissa on varausta. Kun kondensaattori on täysin purkautunut, sähkövirta käämissä on suurimmillaan.

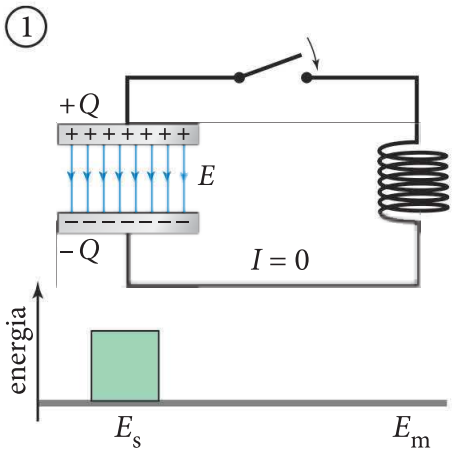
Tässä vaiheessa itseinduktio estää sähkövirran sammumisen, ja kondensaattori alkaa varautua vastakkaismerkkisesti kuin alkutilanteessa. Kondensaattorin varauksen kasvaessa sähkövirta pienenee ja lakkaa, kun kondensaattorin varaus on yhtä suuri kuin alkutilanteessa. Tämän jälkeen kondensaattorin varaus alkaa jälleen purkautua. Sama toistuu uudelleen ja uudelleen, ja LC-piiriin syntyy vaihtovirta.

LC-piirin energia värähtelee kondensaattorin ja käämin välillä. Tämä värähtely vastaa jousen ja punnuksen muodostaman systeemin mekaanista värähtelyä, jossa energia muuntuu vuoroin liike-energiaksi, vuoroin potentiaalienergiaksi.

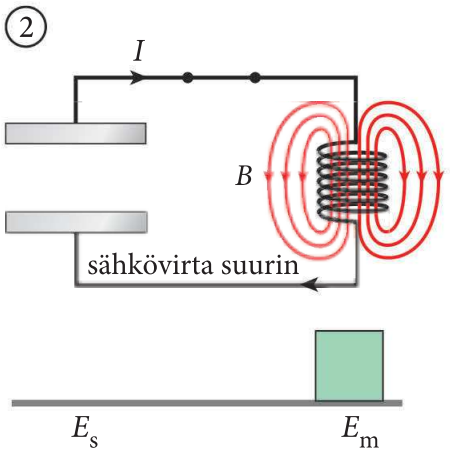
LC-piirin resonanssitaajuus on sama kuin RLC-piirin resonanssitaajuus f_0. Todellisessa LC-piirissä on aina hieman resistanssia, mikä aiheuttaa energian muuntumista lämpöenergiaksi. Virtapiirin värähtely vaimenee. Vastaavalla tavalla kitka muuntaa jousen ja punnuksen muodostaman systeemin värähtelyenergiaa lämpöenergiaksi.

Energian siirtyminen resonanssissa kondensaattorin ja käämin välillä

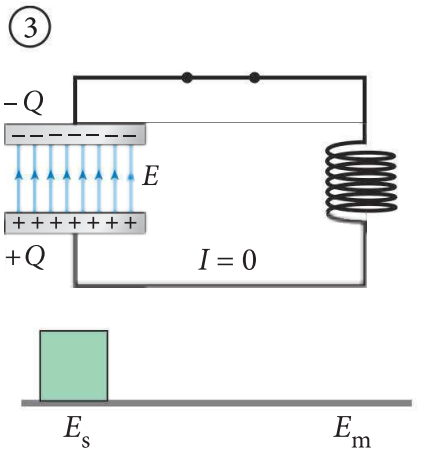
LC-piirin värähtelyä voidaan verrata jouseen kiinnitetyn punnuksen värähtelyyn. Sähkökenttään varastoituva energia vastaa jousen potentiaalienergiaa ja magneettikenttään varastoituva energia kappaleen liike-energiaa.



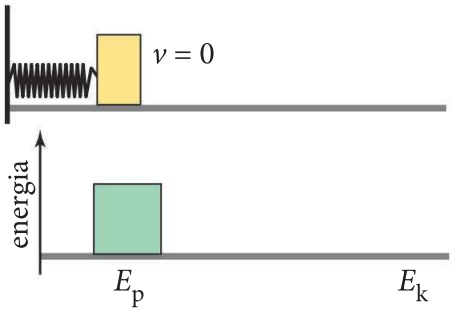
Kytkin on auki, LC-piirin energia on kondensaattorin sähkökentän energiaa. Kun kytkin suljetaan, kondensaattori purkautuu ja kasvava sähkövirta synnyttää käämin magneettikentän.



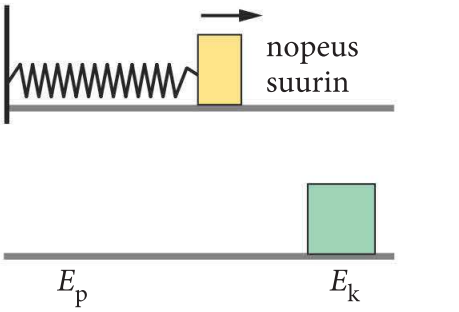
Kun sähkövirta on saavuttanut suurimman arvonsa, koko energia on käämin magneettikentässä.
Sähkövirta varaa kondensaattoria uudelleen.



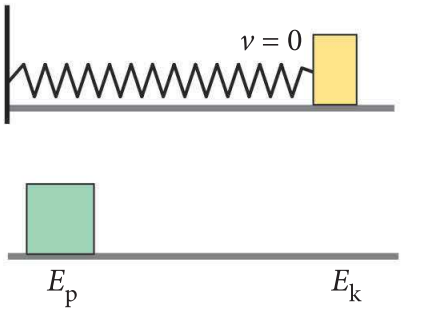
Kun kondensaattori saavuttaa maksimivarauksen, koko energia on kondensaattorin sähkökentässä. Kondensaattorin napaisuus on vastakkainen alkutilanteeseen verrattuna.
Kondensaattori purkautuu ja energia siirtyy sähkökentästä magneettikentän energiaksi.



Jousi on puristunut kasaan. Systeemin energia on jousen potentiaalienergiaa.

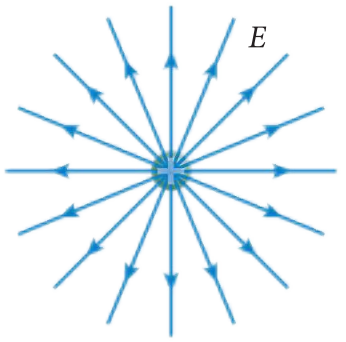


Punnuksen nopeus on suurin. Systeemin energia on kappaleen liike-energiaa.



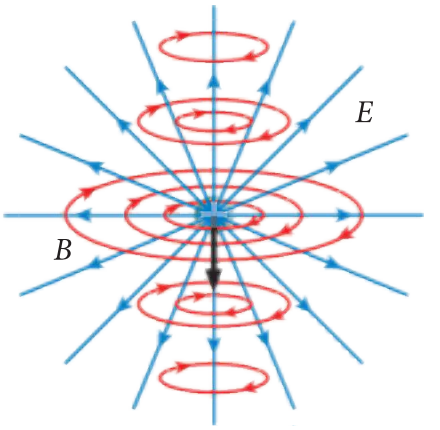
Jousi on venynyt toiseen ääriasentoon. Systeemin energia on jousen potentiaalienergiaa.

1. Varattu hiukkanen levossa



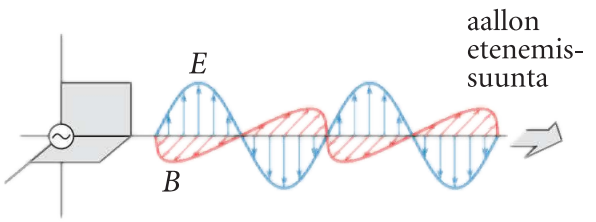
Levossa olevan varatun hiukkasen ympärillä on sähkökenttä.

2. Vakionopeudella liikkuva varattu hiukkanen



Vakionopeudella liikkuva varattu hiukkanen synnyttää ympärilleen sähkö- ja magneettikentän.

3. Varattu hiukkanen kiihtyvässä liikkeessä



Kiihtyvässä liikkeessä oleva varattu hiukkanen lähettää sähkömagneettisia aaltoja sen lisäksi, että sillä on sähkö- ja magneettikenttä. Sähkömagneettisessa aallossa muuttuva sähkökenttä ja muuttuva magneettikenttä indusoivat jatkuvasti toinen toisiaan.

Sähkökenttä, magneettikenttä ja sähkömagneettiset aallot

- Levossa olevan varatun hiukkasen ympärillä on sähkökenttä.
- Vakionopeudella liikkuvan varatun hiukkasen ympärillä on sekä sähkö- että magneettikenttä.
- Kiihtyvässä liikkeessä oleva varattu hiukkanen synnyttää sähkö- ja magneettikentän sekä lähettää sähkömagneettisia aaltoja.

Kiihtyvässä liikkeessä oleva varattu hiukkanen synnyttää sähkömagneettista aaltoliikettä

Varattu hiukkanen on sähkömagneettisen kentän lähde. Paikallaan olevalla varatulla hiukkasella on ympärillään pelkkä sähkökenttä, ja vakionopeudella liikkuvalla varatulla hiukkasella on sekä sähkö- että magneettikenttä. Kentät liikkuvat varatun hiukkasen mukana.

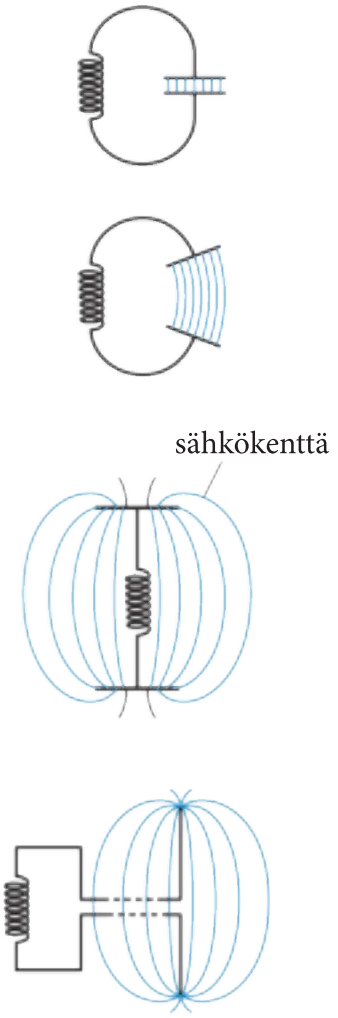
Jos varattu hiukkanen on kiihtyvässä liikkeessä, niin sen lisäksi, että sillä on sekä sähkö- että magneettikenttä, se lähettää sähkö- ja magneettikentän aaltoja.

Sähkömagneettisia aaltoja syntyy aina, kun varatun hiukkasen nopeus suurenee tai pienenee tai sen etenemissuunta muuttuu. Värähtelypiirin lähettämän sähkömagneettisen aallon lähteenä toimivat virtapiirissä edestakaisin värähtelevät elektronit.

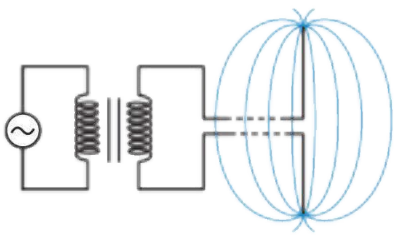
Sähkömagneettisen aaltoliike noudattaa aaltoliikkeen perusyhtälöä

Sähkömagneettisen aallon taajuus ja aallonpituus voivat saada mitä tahansa arvoja. Aallon syntytapa määrää sen taajuuden. Väliaine, jossa sähkömagneettinen aalto etenee, määrää nopeuden. Aallonpituus määräytyy aaltoliikkeen perusyhtälön mukaisesti $c = \lambda f$, jossa c on valon nopeus, λ on aallonpituus ja f on taajuus.

Sähkömagneettiset aallot etenevät suoraviivaisesti valon nopeudella, ja ne heijastuvat ja taittuvat kuten valo. Sähkömagneettisessa aallossa sähkö- ja magneettikenttä ovat aina toisiaan vastaan kohtisuorassa ja molemmat ovat kohtisuorassa aallon etenemissuuntaa vastaan. Jos sähkömagneettinen kenttä värähtelee koko ajan vain tietyssä suunnassa, aallon sanotaan olevan tasopolarisoitunutta. **Sähkökentän värähtelysuunta on polarisaatiosuunta**, ja magneettikenttä värähtelee tätä vastaan kohtisuorassa suunnassa.



Kun kondensaattorin levyt kierretään erilleen, saadaan avoin värähtelypiiri. Avoimesta värähtelypiiristä poistuu energiaa säteilynä.



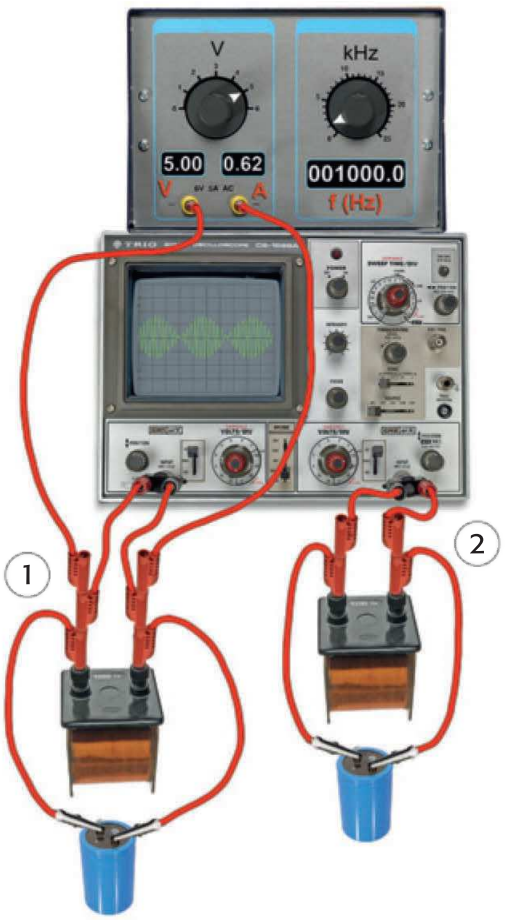
Kun käämiin kytketään induktiivisesti toinen värähtelypiiri, tuodaan sen avulla avoimeen värähtelypiiriin lisää energiaa.

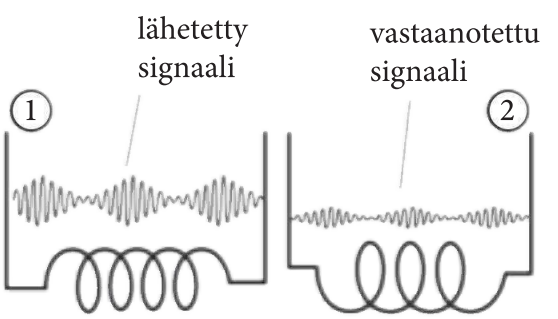
Värähtelypiiri toimii lähettimenä ja vastaanottimena

Radio- ja mikroaaltoja tuotetaan sähköisillä värähtelypiireillä. Edellä tarkasteltiin kondensaattorin ja käämin muodostamaa **suljettua värähtelypiiriä**. Jos kondensaattorin levyt kierretään erilleen kuvan mukaisesti, saadaan **avoin värähtelypiiri**, jossa sähkökentän kenttäviivat kulkevat levystä toiseen värähtelypiirin ympärillä.

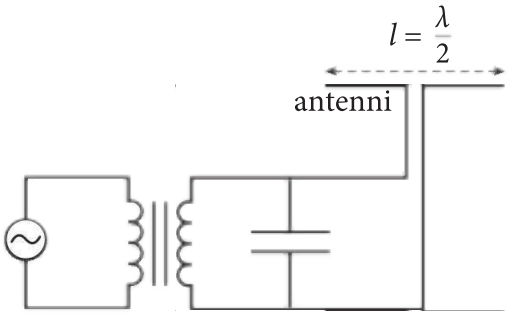
Avatusta kondensaattorista muodostuu **dipoliantenni**, jossa resonanssitaajuudella toimiva jännitelähde aiheuttaa voimakkaan sähkövarausten värähtelyn. Antennin ympärille syntyy jaksollisesti muuttuva sähkö- ja magneettikenttä. Antenniin syötetty energia poistuu lähes kokonaan sähkömagneettisen aaltoliikkeen energiana.

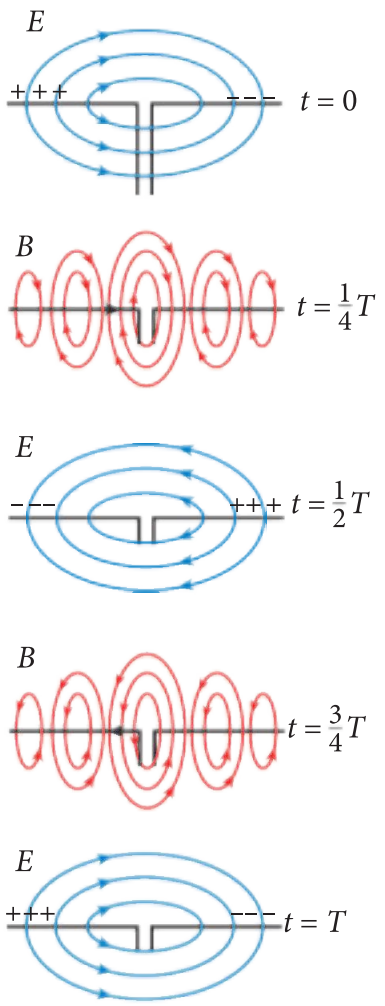
Sama antenni toimii yhtä hyvin sekä lähetysantennina että vastaanottavana antennina. Vastaanottavassa dipoliantennissa sähkömagneettisen aaltoliikkeen sähkökenttä saattaa antennipiirin elektronit värähtelemään. Dipoliantenni sekä lähettää että ottaa vastaan sähkömagneettista aaltoliikettä tehokkaimmin ominaistaajuudellaan ja sen lähellä olevilla taajuuksilla.





LC-värähtelypiiri lähettimenä ja vastaanottimena. Kuvan kohdassa (1) on lähettävä käämi ja kohdassa (2) on vastaanottava käämi. Käämien välillä on induktiivinen kytkentä.





Dipoliantennin pituus

Dipoliantennin pituus l on

$$l = \frac{\lambda}{2},$$

jossa

λ on dipoliantennin ominaistaajuutta vastaava aallonpituus.

Radioaaltoja lähettävän ja vastaanottavan dipoliantennin periaate

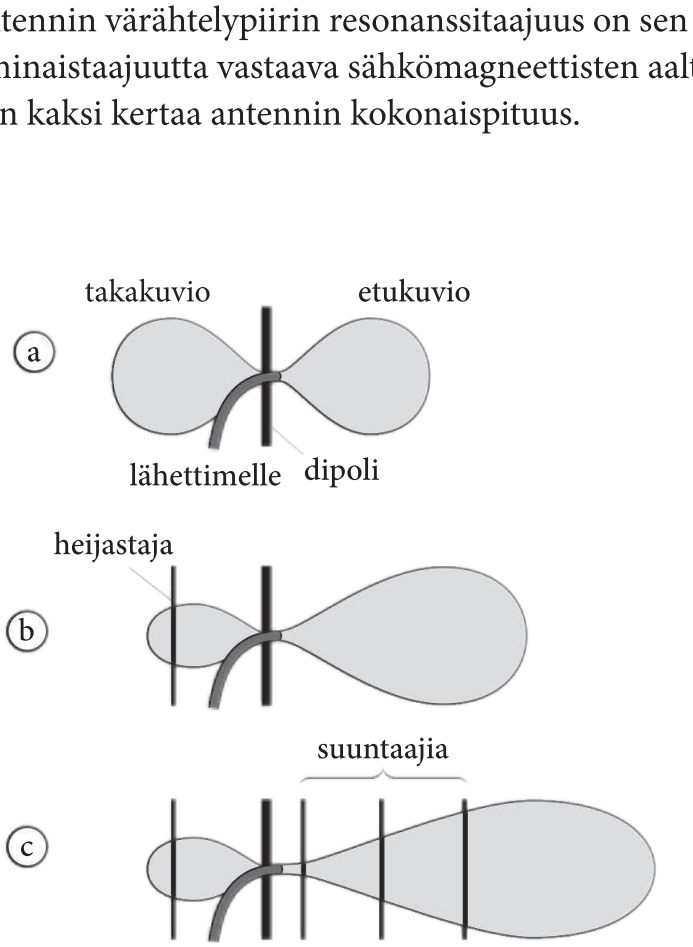
Tutkitaan tarkemmin dipoliantenniin syntyvän sähkö- ja magneettikentän värähtelyä. Hetkellä $t = 0$ oikeanpuoleinen johdin on saanut negatiivisen varauksen ja vasemmanpuoleinen johdin positiivisen varauksen. Dipolin sähkökentän voimakkuus on suurin. Koska johtimissa ei ole sähkövirtaa, johtimien ympärillä ei ole magneettikenttää.

Tämän jälkeen johtimien sähkövaraus pienenee niin, että hetkellä $t = \frac{1}{4}T$ sähkökentän voimakkuus on nolla. Samalla hetkellä sähkövirta johtimissa saa suurimman arvonsa ja magneettivuontiheys on suurin mahdollinen.

Tämän jälkeen johtimet varautuvat niin, että oikeanpuoleinen johdin saa positiivisen varauksen ja vasemmanpuoleinen negatiivisen varauksen ja sähkövirta on hetkellisesti nolla.

Hetkellä $t = \frac{1}{2}T$ magneettivuon tiheys on jälleen nolla ja sähkökentän voimakkuus suurin mahdollinen.

Dipoliantennin värähtelypiirin resonanssitaajuus on sen ominaistaajuus. Ominaistaajuutta vastaava sähkömagneettisten aaltojen aallonpituus on kaksi kertaa antennin kokonaispituus.



Dipoliantennin lähettämän säteilyn suuntakuviot sekä yksinään kuvassa (a) että lisäelementtien kanssa. Antennin taakse asetettu heijastaja (b) pienentää takakuviota etukuvion hyväksi. Antennin edessä olevat suuntaajat (c) kaventavat säteilykeilaa entisestään, mutta vahvistavat vastaanotettua signaalia.

Esimerkki 1 — RLC-piirin impedanssi ja resonanssitaajuus

RLC-piiri toimii antenniin kytkettynä virittimenä. Virtapiirin käämin induktanssi on 0,25 mH ja vastuksen resistanssi 250 Ω.

a) Kuinka suuri antennipiirin säätökondensaattorin kapasitanssi on, kun radiolla kuunnellaan radioasemaa, jonka taajuus on 103,1 MHz?

b) Radiolähetystä vastaanotettaessa antenniin indusoituu 0,22 mV:n tehollinen jännite. Kuinka suuri tällöin antennipiirin tehollinen sähkövirta voi olla?

Yksikkötarkastelu

$$\frac{1}{\mathrm{H\,Hz^2}} = \frac{1}{\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}\frac{1}{\mathrm{s^2}}} = \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}} = \mathrm{F}$$

Ratkaisu

$L = 0{,}25$ mH, $R = 250\ \Omega$, $f_0 = 103{,}1$ MHz, $U_{\mathrm{eff}} = 0{,}22$ mV, $C = ?$, $I_{\mathrm{eff}} = ?$

a) Antennipiirin resonanssitaajuus on

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Ratkaistaan yhtälöstä säätökondensaattorin kapasitanssi

$$C = \frac{1}{4\pi^2 L f_0^2},$$

$$= \frac{1}{4\pi^2 \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{H} \cdot (103{,}1 \cdot 10^{6}\ \mathrm{Hz})^2}$$

$$= 9{,}53198 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{F} \approx 9{,}5\ \mathrm{fF}.$$

b) RLC-värähtelypiirin impedanssi on

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}\,.$$

Resonanssitaajuudella f_0 virtapiirin impedanssi aiheutuu vain resistanssista R, joten $Z = R$ ja virtapiirin tehollinen sähkövirta on

$$I_{\mathrm{eff}} = \frac{U_{\mathrm{eff}}}{Z} = \frac{U_{\mathrm{eff}}}{R}$$

$$= \frac{0{,}22 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{V}}{250\ \Omega} = 8{,}80 \cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{V}}{\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}}$$

$$= 8{,}8 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{A} \approx 0{,}88\ \mu\mathrm{A}.$$

Vastaus

a) Kondensaattorin kapasitanssi on 9,5 fF.

b) Värähtelypiirin tehollinen sähkövirta on 0,88 µA.

Esimerkki 2 — Käämin magneettikentän energia

Kuinka suuri energia on varastoitunut käämiin, kun käämissä on sähkövirta 2,7 A? Käämin induktanssi on 1,8 mH.

Yksikkötarkastelu

$$\mathrm{HA^2} = \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}\mathrm{A^2} = \frac{\mathrm{Ws}}{\mathrm{A}}\mathrm{A} = \frac{\mathrm{Js}}{\mathrm{s}} = \mathrm{J}$$

Ratkaisu

$I = 2{,}7$ A, $L = 1{,}8$ mH, $E_{\mathrm{m}} = ?$

Käämin energia saadaan lausekkeesta

$$E_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2} L I^2.$$

Sijoitetaan lukuarvot

$$E_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2} \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{H} \cdot (2{,}7\ \mathrm{A})^2$$

$$= 6{,}561 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{J} \approx 6{,}6 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{J}.$$

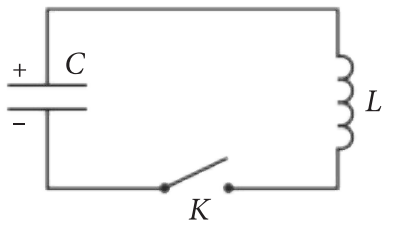
Vastaus

Käämiin varastoitunut energia on 6,6 mJ.

Esimerkki 3 — Värähtelypiirin kokonaisenergia

Kondensaattorin ja käämin muodostamassa värähtelypiirissä induktanssi on 55 mH ja kapasitanssi 35 µF. Kondensaattori ladataan tasajännitelähteellä, jonka lähdejännite on 45 V. Tämän jälkeen kytkin suljetaan. Mikä on

a) virtapiirin resonanssitaajuus
b) kondensaattorin sisältämä suurin varaus
c) kondensaattorin suurin energia
d) värähtelypiirin kokonaisenergia
e) virtapiirin suurin sähkövirta?



Ratkaisu

$L = 55\ \text{mH}, \quad C = 35\ \mu\text{F}, \quad U = \hat{u} = 45\ \text{V}, \quad f_0 = ?, \quad Q_{\max} = ?,$
$E_s = ?, \quad E_{\text{kok}} = ?, \quad \hat{i} = ?$

a) LC-värähtelypiirin resonanssitaajuus lasketaan yhtälöstä

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$
$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{55\cdot10^{-3}\ \text{H}\cdot 35\cdot10^{-6}\ \text{F}}} = 114{,}7109\,\frac{1}{\text{s}} \approx 110\ \text{Hz}.$$

b) Kondensaattorin varaus on joka hetki $Q = Cu$, joten varauksen suurin arvo saavutetaan jännitteen huippuarvolla $\hat{u}$.

$$Q_{\max} = C\hat{u} = 35\cdot10^{-6}\ \text{F}\cdot 45\ \text{V} = 1{,}575\cdot10^{-3}\ \text{mC}$$
$$\approx 1{,}6\ \text{mC}.$$

c) Kondensaattorin energia on suurin, kun kondensaattorin jännite saa suurimman arvon, jolloin

$$E_s = \frac{1}{2}C\hat{u}^2 = \frac{1}{2}\cdot 35\cdot10^{-6}\ \text{F}\cdot(45\ \text{V})^2$$
$$= 0{,}0354375\ \text{J} \approx 35\ \text{mJ}.$$

d) Koska alussa sähkövirta on nolla ja värähtelypiiri ei kuluta energiaa, piirin kokonaisenergia on sama kuin kondensaattorin alkuperäinen energia, $E_{\text{kok}} = 35\ \text{mJ}$.

e) Värähtelypiirin kokonaisenergia on

$$E_{\text{kok}} = E_s + E_m = \frac{1}{2}Cu^2 + \frac{1}{2}Li^2.$$

Kun kondensaattorin jännite saa suurimman arvonsa $\hat{u}$, sähkövirta on nolla, ja kaikki energia on kondensaattorin energiaa. Kun kondensaattorin jännite on nolla, sähkövirta saa suurimman arvonsa $\hat{i}$, ja kaikki energia on käämin energiaa. Siten käämin suurin energia on yhtä suuri kuin kondensaattorin suurin energia

$$\frac{1}{2}L\hat{i}^2 = \frac{1}{2}C\hat{u}^2.$$

Ratkaistaan yhtälöstä sähkövirran huippuarvo

$$\hat{i}^2 = \frac{C}{L}\hat{u}^2$$

$$\hat{i} = \sqrt{\frac{C}{L}}\hat{u} = \sqrt{\frac{35\cdot10^{-6}\ \text{F}}{55\cdot10^{-3}\ \text{H}}}\cdot 45\ \text{V} = 1{,}1352\ \text{A} \approx 1{,}1\ \text{A}.$$

Vastaus

a) LC-piirin värähtelytaajuus on 110 Hz.
b) Kondensaattorin suurin varaus on 1,6 mC.
c) Kondensaattorin suurin energia on 35 mJ.
d) Värähtelypiirin kokonaisenergia on 35 mJ.
e) Suurin sähkövirta on 1,1 A.

Esimerkki 4 — Dipoliantenni

Radion viiksiantenni ottaa parhaiten vastaan sähkömagneettisen aallon, jonka aallonpituus on nelinkertainen antennin yhden viiksen pituuteen verrattuna. Radioasema lähettää ohjelmaa 95,0 MHz:n taajuudella.

a) **Millä aallonpituudella radioasema lähettää sähkömagneettista aaltoliikettä?**

b) **Kuinka pitkäksi antennin viiksi on säädettävä?**

Ratkaisu

$f = 95{,}0\ \text{MHz}, \quad c = 2{,}998 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \lambda = ?, \quad d = ?$

a) Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan

$$c = \lambda f.$$

Radioaseman lähettämän sähkömagneettisen aallon aallonpituus on

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$= \frac{2{,}998 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{95 \cdot 10^6\ \frac{1}{\text{s}}} = 3{,}1558\ \text{m} \approx 3{,}16\ \text{m}.$$

b) Antennin yhden viiksen pituus on

$$d = \frac{\lambda}{4}$$

$$= \frac{3{,}1558\ \text{m}}{4} = 0{,}78895\ \text{m} \approx 0{,}789\ \text{m}.$$

Vastaus

a) Radioasema lähettää ohjelmaa sähkömagneettisen aallon aallonpituudella 3,16 m.

b) Antennin yhden viiksen pituus on 78,9 cm.

Tiivistelmä

- Resonanssitaajuus riippuu vaihtovirtapiirin induktanssista ja kapasitanssista.
- Käämin energia on magneettikentän energiaa, jonka suuruus riippuu sähkövirran suuruudesta ja käämin ominaisuuksista.
- Resistanssittoman värähtelypiirin (LC-piirin) kokonaisenergia on joka hetki vakio.
- Kiihtyvässä liikkeessä oleva varattu hiukkanen synnyttää sähkömagneettista aaltoliikettä.
- Sähkömagneettinen aaltoliike noudattaa aaltoliikkeen perusyhtälöä.

Perustehtävät

169. **a)** Mitä komponentteja vaihtovirtapiirissä yleensä on?

b) Miten määritellään vaihtovirtapiirin resistanssi, reaktanssi ja impedanssi?

c) Miten lasketaan vaihtovirtapiirin tehollinen sähkövirta sekä sähkövirran ja napajännitteen vaihe-ero?

170. **a)** Mitä tarkoitetaan vaihtovirtapiirin resonanssilla?

b) Mitkä seikat vaikuttavat virtapiirin resonanssitaajuuteen?

c) Miten värähtelypiirin resonanssitaajuus muuttuu, kun kondensaattorin kapasitanssi kaksinkertaistetaan?

d) Miten värähtelypiirin resonanssitaajuus muuttuu, kun käämin induktanssi puolitetaan? Esim. 1

171. **a)** Millainen on yksinkertainen värähtelypiiri ja miten se toimii?
b) Mitkä seikat vaikuttavat värähtelypiirin ominaistaajuuteen?
c) Mitä värähtelypiirin värähtely on?

172. Värähtelypiirin käämin induktanssi on 35 mH ja kondensaattorin kapasitanssi on 180 nF. Kuinka suuri värähtelypiirin resonanssitaajuus on? Esim. 1

173. Millainen kenttä varatulla hiukkasella on, kun hiukkanen
a) on paikallaan
b) on tasaisessa liikkeessä
c) on tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä?

174. Kuinka suuri energia on varastoitunut käämiin, kun käämin sähkövirraksi mitattiin 3,8 A? Käämin induktanssi on 2,5 mH. Esim. 2

Soveltavat tehtävät

175. RLC-piiri toimii antenniin kytkettynä virittimenä. Antenniin indusoituu 0,15 mV:n jännite. Värähtelypiirin resistanssi on 120 Ω ja induktanssi on 0,025 mH.
a) Mikä on antennipiirin säätökondensaattorin kapasitanssi, kun radio on viritetty taajuudelle 99,5 MHz?
b) Kuinka suuri tällöin antennipiirin tehollinen sähkövirta voi olla?

176. RLC-piiri rakennettiin vastuksesta, jonka resistanssi oli 220 Ω, käämistä, jonka induktanssi oli 0,28 H ja kondensaattorista, jonka kapasitanssi oli 6,8 µF. Kuinka suuri oli piirin
a) resonanssitaajuus
b) impedanssi resonanssitaajuudella?

177. Käämin induktanssin määrittämiseksi käämin kanssa kytkettiin sarjaan 220 µF:n kondensaattori, 12 Ω:n vastus ja taajuusgeneraattori. Käämin resistanssiksi mitattiin 27 Ω. Oheiseen taulukkoon mitattiin RLC-piirissä olevan tehollisen sähkövirran riippuvuus sinimuotoisen vaihtojännitteen taajuudesta. Kuinka suuri käämin induktanssi on?

f(Hz)	I_{eff}(mA)	f(Hz)	I_{eff}(mA)	f(Hz)	I_{eff}(mA)
30	1,9	90	9,2	130	7,7
40	3,1	95	9,2	140	7,2
50	4,6	100	9,1	150	6,8
60	6,5	105	8,9	160	6,4
70	7,9	110	8,7	170	6,0
80	8,8	115	8,4	180	5,7
85	9,0	120	8,2	190	5,5

178. Kondensaattori, jonka kapasitanssi on 22 µF, ladattiin 4,5 V:n jännitteellä. Kondensaattorin navat yhdistettiin käämiin, jonka resistanssi on pieni. Käämin induktanssi on 150 mH. Laske suurin
a) kondensaattorin sähkökentän energia
b) sähkövirta käämissä.

179. Käämin induktanssi on 33,5 mH ja kondensaattorin kapasitanssi 45,4 µF. Ne muodostavat ideaalisen värähtelypiirin, jonka resistanssi on 0 Ω. Kondensaattori varataan niin, että levyjen välinen suurin jännite on 58,2 V. Mikä on
a) virtapiirin värähtelytaajuus
b) kondensaattorin suurin energia
c) värähtelypiirin kokonaisenergia
d) virtapiirin suurin sähkövirta?

180. Mihin antennin toiminta perustuu?

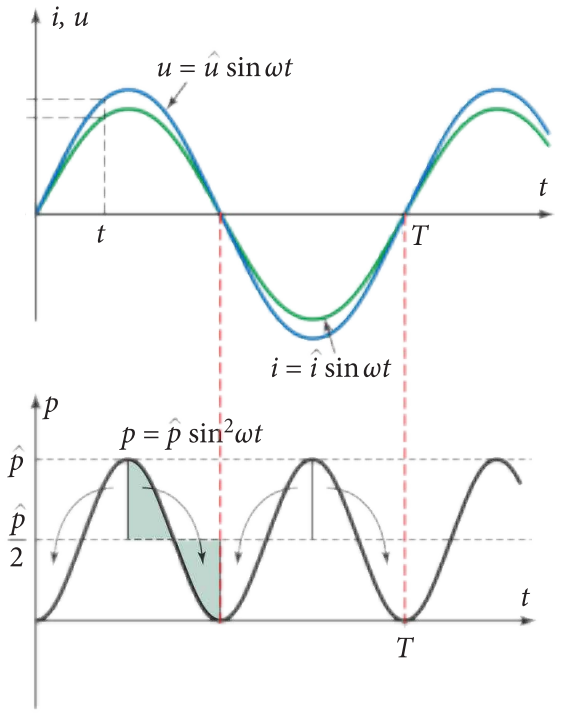
181. **a)** Dipoliantennin pituus on 1,21 m. Mikä on lähettimen radioaaltojen taajuus?
b) GSM-verkon taajuudet ovat 900 MHz ja 1800 MHz. Kuinka pitkiä ovat vastaanottimen antennit?

182. Selvitä tietolähteistä.
a) Mikä on kantoaalto?
b) Miten viesti liitetään kantoaaltoon?
c) Mitä on modulointi?
d) Mitä on kohina?

183. Selvitä tietolähteistä.
Etsi ohjelmatiedoista radio- ja TV-asemien käyttämät taajuudet. Mitä aallonpituuksia ne vastaavat?

15 Vaihtovirran teho ja muuntaja

Vaihtovirtapiiriin kytketty kiuas muuntaa sähköenergiaa lämpöenergiaksi.



Sähkövirta ja jännitehäviö vastuksessa ovat samassa vaiheessa. Vastuksessa tehonkulutus saa ainoastaan positiivisia arvoja. Keskimääräinen teho on puolet maksimitehosta.

Vastus tuottaa lämpöenergiaa vaihtovirtapiirissä

Virtapiirin avulla siirretty energia on sähköenergiaa. Vaihtovirtapiiriin kytketty laite muuntaa sähköenergiaa muiksi energiamuodoiksi: sähkölevy ja -kiuas lämpöenergiaksi ja porakone liike-energiaksi ja lämpöenergiaksi.

Laitteen tietyllä teholla tapahtuvaa sähköenergian muuntoa muiksi energiamuodoiksi sanotaan usein **tehonkulutukseksi**. Laitteen tehonkulutus riippuu jännitteestä, sähkövirrasta ja näiden välisestä vaihe-erosta. Vaihe-ero taas riippuu laitteen resistanssin ja reaktanssin suhteesta. Tarkastellaan ensin tehonkulutusta erikseen vaihtovirtapiirin eri komponenteissa: vastuksessa (R), kondensaattorissa (C) ja käämissä (L). Lopuksi tutustutaan tehonkulutukseen RLC-piirissä.

1. Tehonkulutus vastuksessa

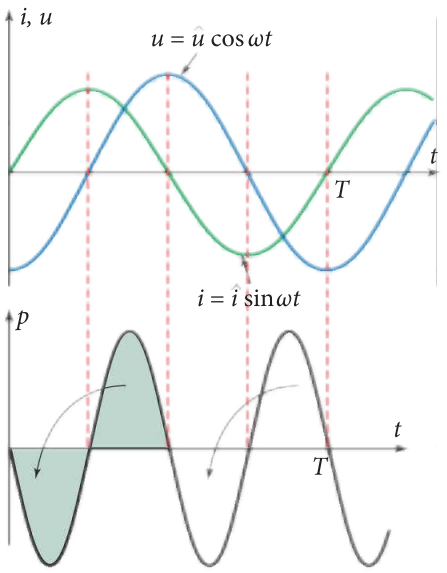
Tarkastellaan ensin tilannetta, jossa laitteena on **vastus**. Vastuksen päiden välinen jännitehäviö on samassa vaiheessa kuin sähkövirta

$$i = \hat{i}\sin\omega t$$
$$u = \hat{u}\sin\omega t.$$

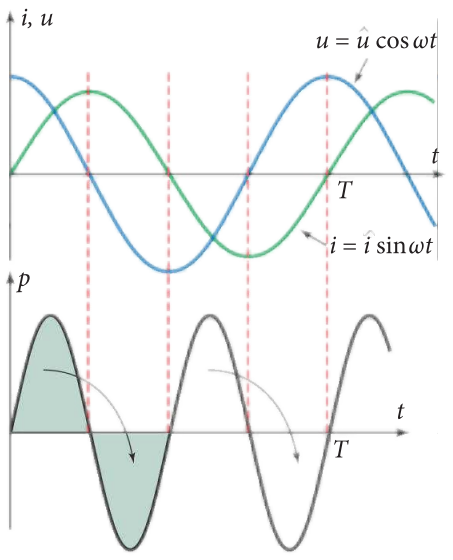
Tarkastellaan tehonkulutuksen graafista esitystä. Tehonkulutus on koko ajan positiivinen, koska sähkövirran ja jännitteen hetkellisten arvojen tulo $p = ui$ on aina positiivinen. **Vastus kuluttaa energiaa vaihtovirtapiirissä**. Keskimääräinen teho P on kuvaajan mukaan puolet maksimitehosta

$$P = \frac{1}{2}\hat{p} = \frac{1}{2}\hat{u}\hat{i}$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{2}U_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2}I_{\text{eff}} = U_{\text{eff}}\ I_{\text{eff}}$$
$$= RI_{\text{eff}}^2, \text{ jossa}$$

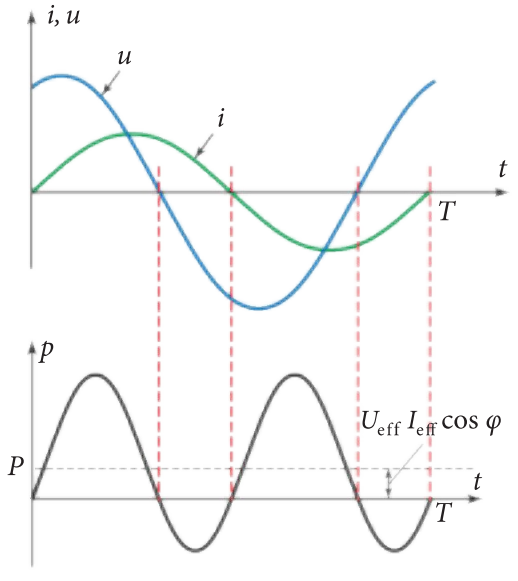
U_{eff} ja I_{eff} ovat tehollisia arvoja. Myös vaihtovirtapiirissä vastuksen teho voidaan laskea Joulen lain avulla.



Kondensaattorin jännitehäviö on vaihe-eron π/2 rad verran sähkövirtaa jäljessä. Sinifunktio saa vuoroin negatiivisia, vuoroin positiivisia arvoja. Kondensaattorin keskimääräinen tehonkulutus on nolla, sillä positiivisen puolen pinta-ala kumoaa negatiivisen puolen pinta-alan.



Käämin jännitehäviö on vaihe-eron π/2 rad sähkövirran edellä. Sinifunktio saa vuoroin negatiivisia, vuoroin positiivisia arvoja, ja käämin keskimääräinen tehonkulutus on nolla. Pinta-alat kumoavat toisensa.



Virtapiirin teho riippuu jännitehäviön ja sähkövirran vaihe-erosta. Keskimääräinen tehonkulutus on $P = U_{\text{eff}}\, I_{\text{eff}} \cos \varphi$, jossa φ on virtapiirin napajännitteen ja sähkövirran välinen vaihe-ero.

2. Tehonkulutus kondensaattorissa, $R = 0\ \Omega$

Tarkastellaan seuraavaksi tilannetta, jossa vaihtovirtapiirissä on kondensaattori. Kondensaattorin jännitehäviö on vaihe-eron π/2 rad verran sähkövirtaa jäljessä.

Kondensaattorin kuluttama teho tietyllä hetkellä on $p = ui$. Tehonkulutuksen graafisesta esityksestä nähdään, että teho on riippuen sähkövirran ja jännitteen hetkellisinten arvojen tulosta vuoroin negatiivinen, vuoroin positiivinen. Keskimäärin teho on nolla.

Kondensaattori ei siis **kuluta energiaa** ollessaan vaihtovirtapiirissä. Positiivisen tehonkulutuksen aikana energiaa varastoituu kondensaattorin sähkökentän energiaksi ja negatiivisen tehonkulutuksen aikana sähkökentän energia vapautuu piiriin.

3. Tehonkulutus käämissä, $R = 0\ \Omega$

Tutustutaan seuraavaksi tilanteeseen, jossa vaihtovirtapiirissä on **käämi**. Ideaalisen käämin jännitehäviö on vaihe-eron π/2 rad sähkövirtaa edellä.

Käämin kuluttama teho tietyllä hetkellä on $p = ui$. Tehonkulutuksen graafisesta esityksestä nähdään, että teho on nytkin riippuen sähkövirran ja jännitteen hetkellisinten arvojen tulosta vuoroin negatiivinen, vuoroin positiivinen. Keskimäärin teho on nolla.

Ideaalinen käämi ei kuluta energiaa ollessaan vaihtovirtapiirissä. Positiivisen tehonkulutuksen aikana energiaa varastoituu käämin magneettikentän energiaksi, ja negatiivisen tehonkulutuksen aikana magneettikentän energia vapautuu virtapiiriin.

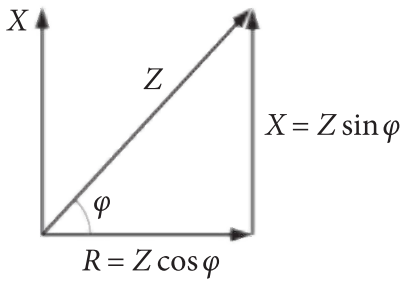
4. Tehonkulutus RLC-piirissä

Tarkastellaan lopuksi tilannetta, jossa vaihtovirtapiirissä on vastus, käämi ja kondensaattori. Sähkövirran ja jännitehäviön välinen vaihe-ero on yleisessä tapauksessa $-\pi/2$ radiaanin ja π/2 radiaanin välillä.

Tehonkulutuksen graafisesta esityksestä nähdään, että tehohäviö on nytkin vuoroin negatiivinen, vuoroin positiivinen. Keskimäärin tehohäviö ei kuitenkaan ole nolla.

Vaihtovirtapiiriin sarjaan vastuksesta, käämistä ja kondensaattorista kytketty systeemi kuluttaa energiaa.

Vaihtovirtapiirin komponenteista vastuksen lisäksi myös käämillä on resistanssi. Käämin resistanssi pyritään yleensä tekemään mahdollisimman pieneksi.



Osoitindiagrammi kertoo impedanssin, reaktanssin ja resistanssin yhteyden.

Tehonkulutus vaihtovirtapiirissä
Vaihtovirtapiirin keskimääräinen tehonkulutus eli pätöteho on

$$P = RI_{\text{eff}}^2$$
$$= ZI_{\text{eff}}^2 \cos\varphi$$
$$= U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos\varphi,$$

jossa
φ on napajännitteen ja sähkövirran vaihe-ero,
I_{eff} on virtapiirin tehollinen virta ja
U_{eff} on virtapiirin tehollinen jännite.

Muuntaja muuttaa vaihtojännitteen (vaihtovirran) toiseksi saman taajuiseksi jännitteeksi (vaihtovirraksi).

Muuntajan toimintaperiaate
Ensiökäämin muuttuva sähkövirta synnyttää muuttuvan magneettikentän, joka läpäisee toisiokäämin. Muuttuva magneettikenttä indusoi toisiokäämiin vaihtuvan jännitteen.

RLC-piirin teho ja tehokerroin

Osoitindiagrammista nähdään, että virtapiirin resistanssi voidaan esittää muodossa $R = Z\cos\varphi$, jossa Z on virtapiirin impedanssi ja φ määritellään virtapiirin napajännitteen ja sähkövirran väliseksi vaihe-eroksi.

Virtapiirin keskimääräinen tehonkulutus on siten

$$P = RI_{\text{eff}}^2 = Z\cos\varphi \cdot I_{\text{eff}}^2 = ZI_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cos\varphi.$$

Kun käytetään impedanssin määritelmää $U_{\text{eff}} = ZI_{\text{eff}}$ saadaan

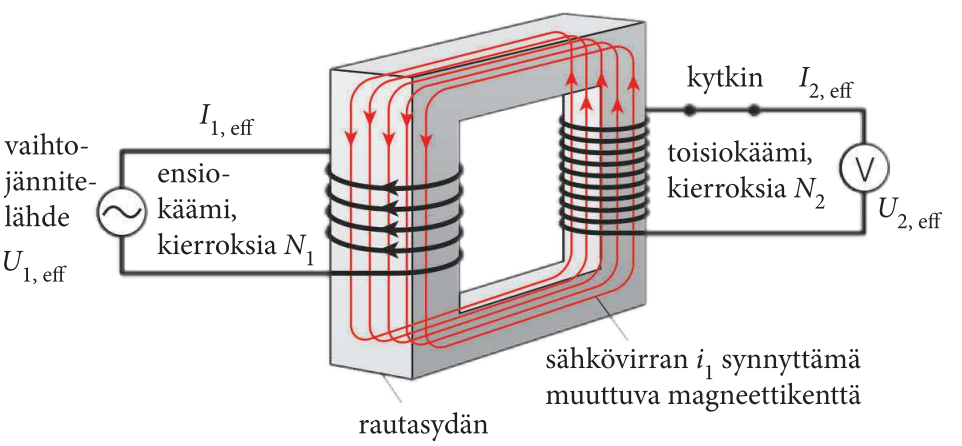
$$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos\varphi,$$

jossa tekijää cos φ sanotaan **tehokertoimeksi**. Vaihtovirtapiirin tehoa kutsutaan **pätötehoksi**. Sen yksikkö on tehon yksikkö 1 W (watti). Siitä sähköenergiasta, joka käyttäjän taloudessa muuntuu muihin energiamuotoihin pätöteholla, sähkönkuluttaja maksaa sähkölaskussa.

Muuntajassa on kaksi käämiä ja niitä yhdistävä rautasydän

Sähköenergiaa kannattaa siirtää korkeajännitteisenä, jotta tehonkulutus siirtoverkossa olisi mahdollisimman pientä. Kotona käytettävä jännite on kuitenkin vain 230 V. Vaihtovirtapiirin jännitettä voidaan kasvattaa ja pienentää muuntajalla. Tarkastellaan seuraavaksi muuntajan rakennetta ja toimintaperiaatetta.

Muuntajassa on kaksi käämiä, joilla on yhteinen rautasydän. Käämiä, johon kytketään syöttöjännite, kutsutaan **ensiökäämiksi** ja toista käämiä **toisiokäämiksi**. Käämit on kytketty induktiivisesti, eli ensiökäämissä kulkevan sähkövirran i_1 synnyttämä magneettikenttä läpäisee myös toisiokäämin.



Muuntajan toimintaperiaate.

Muuntajan piirrosmerkki

Muuntajan muuntosuhde selitetään induktiolain avulla

Koska muuntajan käämeillä on yhteinen rautasydän, käämeissä on sama muuttuva magneettivuo $\Phi = \Phi(t)$. Jos käämien resistanssista johtuvat jännitehäviöt ovat merkityksettömän pienet, käämien napajännitteet ovat induktiolain mukaan

$$U_{1,\text{eff}} = -N_1 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \quad \text{ja} \quad U_{2,\text{eff}} = -N_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Jakamalla puolittain ensiöjännitteen lauseke toisiojännitteen lausekkeella saadaan ideaalisen muuntajan muuntoyhtälö, **muuntosuhde**

$$\frac{U_{1,\text{eff}}}{U_{2,\text{eff}}} = \frac{N_1}{N_2}.$$

Jos ensiöpuolen sähkövirta on $I_{1,\,\text{eff}}$, siihen syötetty teho on

$$P_1 = U_{1,\text{eff}} I_{1,\text{eff}}.$$

Ideaalisessa muuntajassa ei tapahdu tehohäviöitä, joten muuntajan toisiopuolelta voidaan ottaa yhtä suuri teho P_2. Jos toisiopuolen sähkövirta on $I_{2,\,\text{eff}}$, teho on

$$P_2 = U_{2,\text{eff}} I_{2,\text{eff}}.$$

Muuntajan muuntosuhde

Muuntajan muuntosuhde on sen toisiokäämin ja ensiökäämin napajännitteiden suhde

$$\frac{U_{2,\text{eff}}}{U_{1,\text{eff}}}.$$

Ideaaliselle muuntajalle pätee

$$\frac{U_{1,\text{eff}}}{U_{2,\text{eff}}} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_{2,\text{eff}}}{I_{1,\text{eff}}}.$$

Muuntaja toimii ainoastaan vaihtojännitteellä, koska sen toiminta perustuu induktioon.

Energian säilymisestä seuraa, että

$$P_1 = P_2$$
$$U_1 I_{1,\text{eff}} = U_{2,\text{eff}} I_{2,\text{eff}},$$

josta saadaan

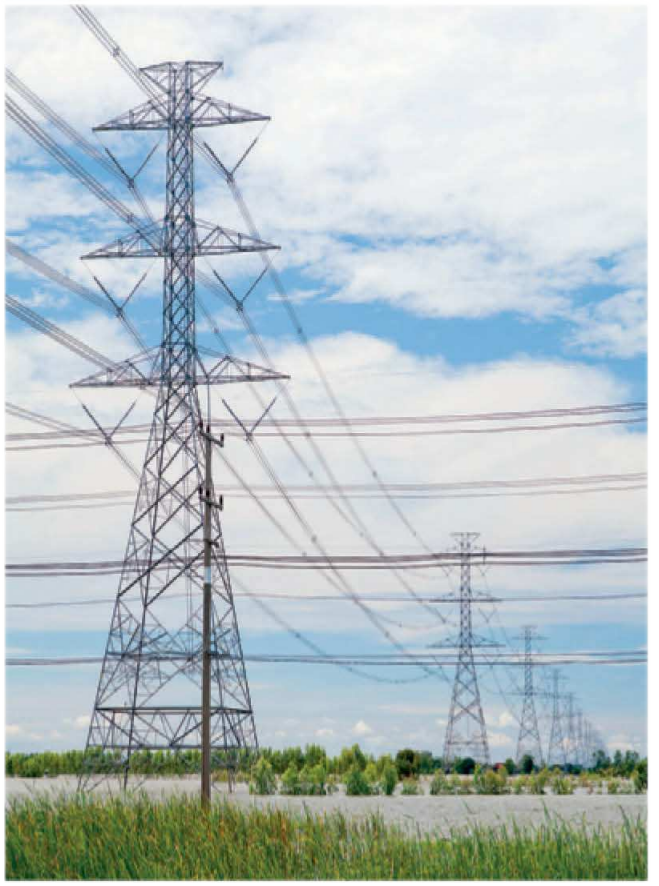
$$\frac{U_{1,\text{eff}}}{U_{2,\text{eff}}} = \frac{I_{2,\text{eff}}}{I_{1,\text{eff}}}.$$

Virran muuntosuhde on siten jännitteen muuntosuhteen käänteisluku. Tulokset voidaan koota yhteen: Ideaalisessa muuntajassa

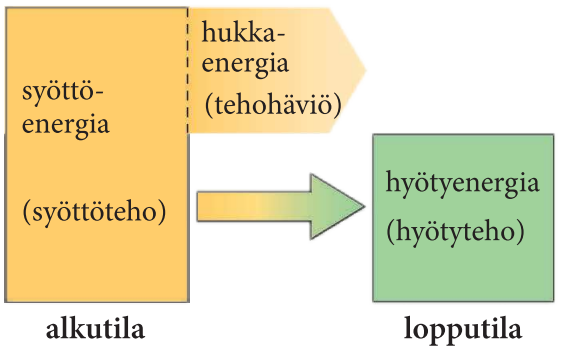
$$\frac{U_{1,\text{eff}}}{U_{2,\text{eff}}} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_{2,\text{eff}}}{I_{1,\text{eff}}}.$$

Todellinen muuntaja lämpenee, joten energiaa siirtyy lämpöenergiaksi ja toisioteho on ensiötehoa pienempi. Silloin $P_2 = \eta P_1$, jossa η on hyötysuhde. Lämpeneminen johtuu johdinten resistanssista ja rautasydämeen indusoituvista pyörrevirroista. Myös raudan magnetoitumisen jatkuva vaihtelu kuluttaa energiaa.

Hukkatehoa voidaan pienentää, kun käytetään paksuja kupari- tai alumiinijohtimia. Paksujen johtimien resistanssi on pieni. Kun rautasydämet kootaan ohuista levyistä, voidaan myös pyörrevirtoja pienentää. Magnetoitumisesta aiheutuvaa hukkatehoa vähennetään käyttämällä magneettisesti pehmeää rautaa. Näillä toimenpiteillä muuntajan hyötysuhde on noin 99 %.



Siirtojohtimissa on suuri jännite mutta pieni sähkövirta.



Energiansiirto sähkön avulla.

Tehohäviö siirtojohtimissa
Tehohäviö siirtojohtimissa on sitä pienempi, mitä pienempi johtimessa oleva sähkövirta on ja mitä suurempi virtapiirin napajännite on.

Siirtojohtimissa on suuri jännite ja pieni sähkövirta

Energiansiirto pitkien matkojen päähän ei ole mahdollista mekaanisilla koneilla. Niinpä teollisuutta syntyi ennen sähkön valtakautta ainoastaan paikkoihin, joissa mekaanista energiaa oli helposti saatavilla, esimerkiksi koskien partaille. Sen sijaan sähköä voidaan siirtää pitkiä matkoja.

Voimalan syöttöenergia voi olla esimerkiksi veden liike-energiaa, uraanin ydinenergiaa tai kivihiilen kemiallista energiaa. Hyötyenergia voi vastaavasti olla esimerkiksi koneiden liike-energiaa, valo- tai lämpöenergiaa. Hyötyenergia on sähköisessä energiansiirrossakin pienempi kuin syöttöenergia, sillä osa syöttöenergiasta muuntuu välitysprosessissa johdinten lämpöenergiaksi.

Tarkastellaan seuraavaksi, miten energiansiirto tapahtuu niin, että energiahäviöt ovat mahdollisimman pienet. Johtimissa tapahtuva tehohäviö on Joulen lain mukaan

$$P_\mathrm{j} = R_\mathrm{j} I_\mathrm{eff}^2 ,$$

jossa R_j on siirtojohtimien resistanssi. Tehohäviön lausekkeesta havaitaan, että tehohäviö on verrannollinen sähkövirran neliöön. Mitä pienemmäksi johtimissa kulkeva sähkövirta saadaan, sitä pienempi on myös tehohäviö. Jos energiaa syötetään virtapiiriin teholla P ja piirin tehollinen napajännite on U_eff ja sähkövirta I_eff, saadaan tehokselle sähkövirralle lauseke

$$I_\mathrm{eff} = \frac{P}{U_\mathrm{eff}} .$$

Sijoittamalla tämä johtimessa tapahtuvan tehohäviön lausekkeeseen saadaan

$$P_\mathrm{j} = R_\mathrm{j} \left(\frac{P}{U_\mathrm{eff}} \right)^2 .$$

Tästä voidaan päätellä, että tehohäviö johtimessa on sitä pienempi, mitä suurempi virtapiirin napajännite on.

Tehohäviöön vaikuttavat myös johtimen ominaisuudet. Ohmin toisen lain mukaan johtimen resistanssi on

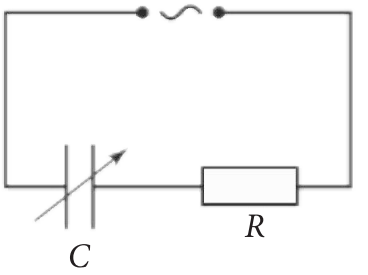
$$R = \rho \frac{l}{A} ,$$

jossa ρ on johdeaineen resistiivisyys, l johtimen pituus ja A sen poikkipinta-ala. Suurjännitejohtimet tehdään nykyään alumiinista, sillä se on kevyttä ja melko halpaa. Esimerkiksi kuparin resistiivisyys on pienempi kuin alumiinin, mutta kupari on huomattavasti kalliimpi ja painavampi metalli kuin alumiini.

Esimerkki 1 — Kapasitanssin vaikutus virtapiirin tehonkulutukseen

Vaihtojännitelähteeseen kytketään sarjaan vastus ja säätökondensaattori. Miten kondensaattorin kapasitanssi vaikuttaa virtapiirin tehonkulutukseen?

Ratkaisu



Systeemin impedanssi $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$, jossa $X = X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$.

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C^2}}$$

Tehonkulutus $P = RI_{\text{eff}}^2$.

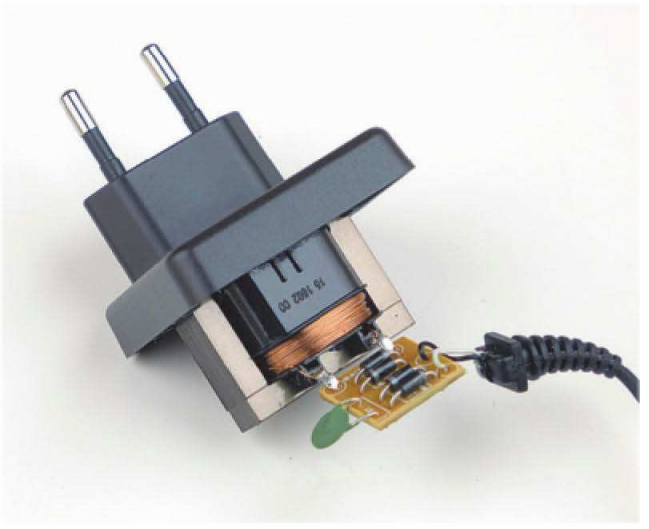
Tehollinen sähkövirta on $I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z}$, joten teho on

$$P = R\frac{U_{\text{eff}}^2}{Z^2} = \frac{RU_{\text{eff}}^2}{(R^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C^2})}$$

Kun kapasitanssi C pienenee, nimittäjän arvo suurenee ja virtapiirin tehonkulutus pienenee.

Esimerkki 2 — Muuntajan muuntosuhde

Muuntajalla on tarkoitus muuntaa 230 V:n vaihtojännite 12 V:n jännitteeksi. Käytettävissä on 60 kierroksen käämi. Kuinka monta kierrosta on kierrettävä toiseen käämiin?



Ratkaisu

$U_{1,\text{eff}} = 230\ \text{V}, \quad U_{2,\text{eff}} = 12\ \text{V}, \quad N_2 = 60, \quad N_1 = ?$

Muuntoyhtälön mukaan

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_{1,\text{eff}}}{U_{2,\text{eff}}} = \frac{230\ \text{V}}{12\ \text{V}} = \frac{230}{12}.$$

Tässä tapauksessa ensiökäämissä on enemmän kierroksia kuin toisiokäämissä. Toisiokäämiksi on siten valittava 60 kierroksen käämi. Täten

$$N_1 = \frac{U_{1,\text{eff}} N_2}{U_{2,\text{eff}}}$$

$$N_1 = \frac{230\ \text{V} \cdot 60}{12\ \text{V}} = 1150.$$

Vastaus

Ensiökäämiin on käämittävä 1 150 kierrosta.

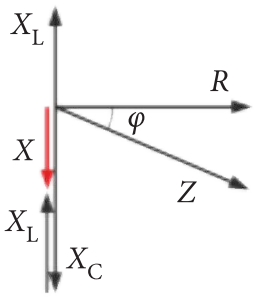
Esimerkki 3 — RLC-piirin tehon laskeminen kahdella tavalla

Eräässä laitteessa on kytkettynä sarjaan kondensaattori (55 μF) ja käämi (0,15 H, 25 Ω). Laite yhdistettiin verkkoon (230 V ja 50 Hz).

a) Laske jännitehäviön ja sähkövirran välinen vaihe-ero.

b) Laske laitteen tehonkulutus virtapiirissä.

a)-kohdan osoitindiagrammi



Ratkaisu

$C = 55\ \mu\text{F}$, $L = 0{,}15\ \text{H}$, $R_L = 25\ \Omega$, $U_{\text{eff}} = 230\ \text{V}$, $f = 50\ \text{Hz}$, $P = ?$, $\varphi = ?$

a) Vaihe-eron laskemiseksi selvitetään virtapiirin reaktanssi. Virtapiirin reaktanssi on $X = X_L - X_C$.

$$X = 2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}$$

$$= 2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 0{,}15\ \text{H} - \frac{1}{2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 55 \cdot 10^{-6}\ \text{F}}$$

$$= -10{,}751\ \Omega \approx -11\ \Omega.$$

Vaihe-ero φ on impedanssivektorin ja resistanssivektorin välinen kulma.

$$\tan\varphi = \frac{X}{R} = \frac{-10{,}751\ \Omega}{25\ \Omega}$$

$$\varphi = -23{,}2696° \approx -23°.$$

Jännitehäviö on siis 23° sähkövirtaa jäljessä.

b) Laitteen tehonkulutuksen selvittämiseksi on ensin saatava selville virtapiirin tehollinen sähkövirta. Sen laskemiseksi on ensin selvitettävä virtapiirin impedanssi.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2}$$

$$= \sqrt{(25\ \Omega)^2 + \left(2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 0{,}15\ \text{H} - \frac{1}{2\pi \cdot 50\ \text{Hz} \cdot 55 \cdot 10^{-6}\ \text{F}}\right)^2}$$

$$= 27{,}214\ \Omega.$$

Virtapiirin tehollinen sähkövirta on impedanssin määritelmän $U_{\text{eff}} = ZI_{\text{eff}}$ mukaan

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z} = \frac{230\ \text{V}}{27{,}214\ \Omega} = 8{,}4517\ \text{A} \approx 8{,}45\ \text{A}.$$

Tapa1: Käämin vastus tuottaa lämpöenergiaa teholla

$$P = RI_{\text{eff}}^2 = 25\ \Omega \cdot (8{,}4517\ \text{A})^2$$

$$= 1{,}7858 \cdot 10^{-3}\ \text{W} \approx 1{,}8\ \text{kW}.$$

Tapa 2: Vastus tuottaa lämpöenergiaa teholla

$$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos\varphi$$

$$= 230\ \text{V} \cdot 8{,}4517\ \text{A} \cdot \cos(-23{,}2696°)$$

$$= 1{,}7858 \cdot 10^{3}\ \text{W} \approx 1{,}8\ \text{kW}.$$

Vastaus

a) Vaihe-ero on −23°.

b) Tehonkulutus on 1,8 kW.

Esimerkki 4 — Muuntajan muuntosuhde

Muuntajan ensiökäämissä on 480 kierrosta ja toisiokäämissä 60 kierrosta.

a) Määritä toisiojännite, kun ensiöjännite on verkkojännite.

b) Toisiopuolelle kytketään vastus, jonka resistanssi on 5,5 Ω. Määritä toisiovirta ja ensiövirta.

Ratkaisu

$N_1 = 480, \quad N_2 = 60, \quad U_{1,\,\mathrm{eff}} = 230\ \mathrm{V}, \quad U_{2,\,\mathrm{eff}} = ?, \quad I_{2,\,\mathrm{eff}} = ?,$
$I_{1,\,\mathrm{eff}} = ?$

a) Muuntoyhtälön mukaan

$$\frac{U_{1,\mathrm{eff}}}{U_{2,\mathrm{eff}}} = \frac{N_1}{N_2}.$$

Ratkaistaan

$$U_{2,\mathrm{eff}} = \frac{U_{1,\mathrm{eff}} \cdot N_2}{N_1}.$$

Sijoittamalla tunnetut arvot saadaan

$$U_{2,\mathrm{eff}} = \frac{230\ \mathrm{V} \cdot 60}{480}$$
$$= 28{,}75\ \mathrm{V} \approx 29\ \mathrm{V}.$$

b) Toisiovirta saadaan resistanssin määritelmän mukaan

$$R = \frac{U_{2,\mathrm{eff}}}{I_{2,\mathrm{eff}}}$$

$$I_{2,\mathrm{eff}} = \frac{U_{2,\mathrm{eff}}}{R}$$
$$= \frac{28{,}75\ \mathrm{V}}{5{,}5\ \Omega}$$
$$= 5{,}227\ \mathrm{A} \approx 5{,}2\ \mathrm{A}.$$

Ensiövirta saadaan yhtälöstä

$$\frac{U_{1,\mathrm{eff}}}{U_{2,\mathrm{eff}}} = \frac{I_{2,\mathrm{eff}}}{I_{1,\mathrm{eff}}}$$

$$I_{1,\mathrm{eff}} = \frac{U_{2,\mathrm{eff}} I_{2,\mathrm{eff}}}{U_{1,\mathrm{eff}}}$$
$$= \frac{28{,}75\ \mathrm{V} \cdot 5{,}227\ \mathrm{A}}{230\ \mathrm{V}}$$
$$= 0{,}6534\ \mathrm{A} \approx 0{,}65\ \mathrm{A}.$$

Vastaus

a) Toisiojännite on 29 V.

b) Ensiövirta on 0,65 A ja toisiovirta 5,2 A.

Esimerkki 5 — Tehonhäviö siirtojohtimissa

Suurin kantaverkossa käytettävä jännite on 440 kV. Kuinka moninkertainen siirtojohtojen poikkipinta-alan pitäisi olla, jos käytettäisiin 230 V:n vaihtojännitettä ja tehohäviö pidettäisiin samana kuin 440 kV:n vaihtojännitteellä?

Ratkaisu

$U_{1,\,\mathrm{eff}} = 440 \cdot 10^3\ \mathrm{V}, \quad U_{2,\,\mathrm{eff}} = 230\ \mathrm{V}, \quad \dfrac{A_2}{A_1} = ?$

Johtimessa tapahtuva tehohäviö on Joulen lain mukaan

$$P_\mathrm{j} = R_\mathrm{j} I_\mathrm{eff}^2 .$$

Jos energiaa syötetään piiriin teholla P, on tehollinen sähkövirta

$$I_\mathrm{eff} = \frac{P}{U_\mathrm{eff}} .$$

Sijoitettaan I_eff tehohäviön lausekkeeseen

$$P_\mathrm{j} = R_\mathrm{j}\left(\frac{P}{U_\mathrm{eff}}\right)^2 .$$

Toisaalta tiedetään, että resistanssi riippuu johtimen pituudesta l ja poikkipinta-alasta A. Ohmin toisen lain mukaan

$$R = \rho\frac{l}{A}.$$

Olkoot johtimien poikkipinta-alat A_1 ja A_2. Koska niiden tehohäviöt ovat yhtä suuret, saadaan

$$\rho\frac{l}{A_1}\left(\frac{P}{U_{1,\,\mathrm{eff}}}\right)^2 = \rho\frac{l}{A_2}\left(\frac{P}{U_{2,\,\mathrm{eff}}}\right)^2,$$

josta saadaan

$$\begin{aligned}\frac{A_2}{A_1} &= \frac{U_{1,\,\mathrm{eff}}^2}{U_{2,\,\mathrm{eff}}^2} \\ &= \frac{(440 \cdot 10^3\ \mathrm{V})^2}{(230\ \mathrm{V})^2} \\ &= 3{,}6597 \cdot 10^6 \approx 3{,}7 \cdot 10^6.\end{aligned}$$

Vastaus

Pinta-alan olisi oltava 3,7 miljoonaa kertaa suurempi.

Tiivistelmä

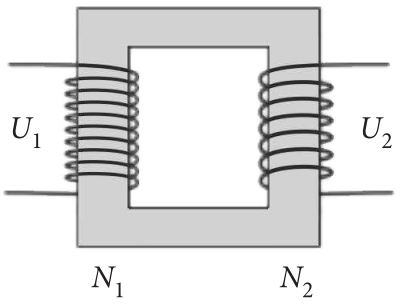
- Laitteen tietyllä teholla tapahtuvaa sähköenergian muuntoa muiksi energiamuodoiksi sanotaan usein tehonkulutukseksi.
- Vastus kuluttaa energiaa vaihtovirtapiirissä.
- Muuntajassa on kaksi käämiä ja niitä yhdistävä rautasydän.
- Muuntajan toiminta perustuu induktioilmiöön.
- Siirtojohtimissa on suuri jännite ja pieni sähkövirta.

Perustehtävät

184. **a)** Miten induktioilmiötä käytetään hyväksi muuntajan toiminnassa?
b) Mihin muuntajaa tarvitaan?
c) Missä käyttämissäsi sähkölaitteissa on muuntaja?

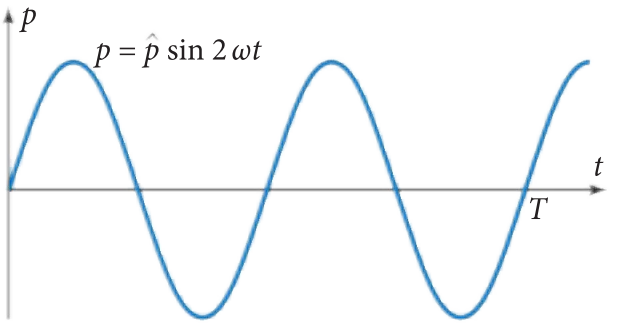
185. 230 V:n verkkojännite on muunnettava sähköautoradan tarvitsemaksi 12 V:n jännitteeksi. Kuinka monta kierrosta muuntajan ensiökäämissä on oltava, jos toisiokäämissä on 75 kierrosta? Esim. 3

186. Muuntajan ensiökäämin kierrosluku on N_1 ja jännite on U_1. Toisiokäämin vastaavat arvot ovat N_2 ja U_2.



Vastaa seuraaviin kysymyksiin käyttämällä lauseita: 1. Se on nelinkertainen. 2. Se on kaksinkertainen. 3. Se pysyy samansuuruisena. 4. Se on puolet alkuperäisestä. 5. Se on neljäsosa alkuperäisestä.
Mitä tapahtuu toisiokäämin jännitteelle, jos
a) jännite ensiokäämissä kaksinkertaistetaan? Kierrosluvut N_1 ja N_2 eivät muutu.
b) toisiokäämin kierrosmäärä muutetaan kaksinkertaiseksi? N_1 ja U_1 eivät muutu.
c) ensiokäämin kierrosmäärä muutetaan kaksinkertaiseksi? U_1 ja N_2 eivät muutu.
d) sekä ensiokäämin että toisiokäämin kierroslukuja kaksinkertaistetaan? U_1 ei muutu. Esim. 4

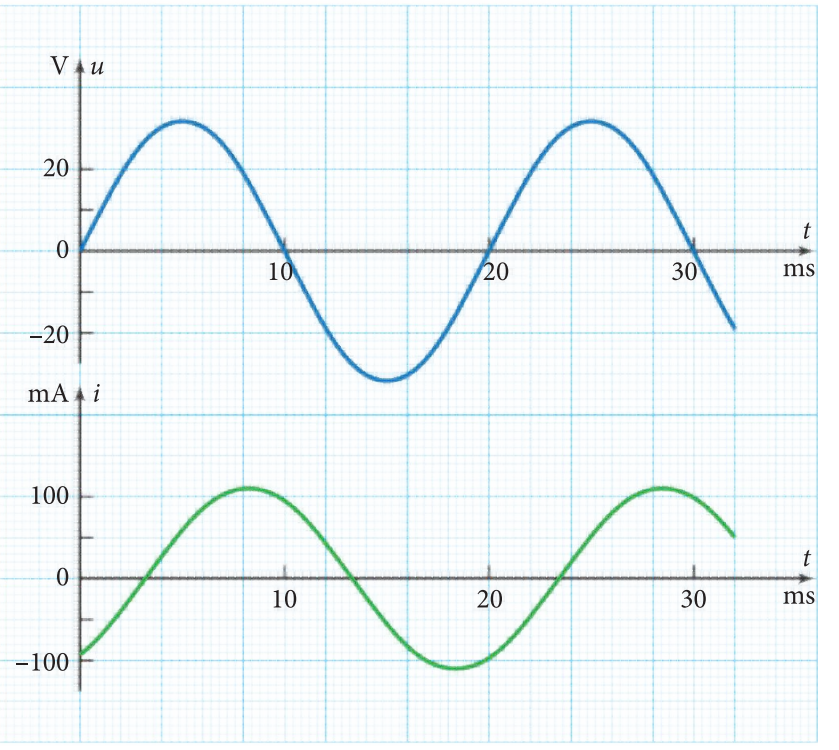
187. Kuvaaja esittää ideaalisen käämin tehonkulutusta ajan funktiona.
a) Mitä tarkoitetaan ideaalisella käämillä?
b) Perustele kuvan avulla seuraava väite: ”Ideaalinen käämi ei kuluta energiaa ollessaan kytkettynä vaihtovirtapiiriin.”



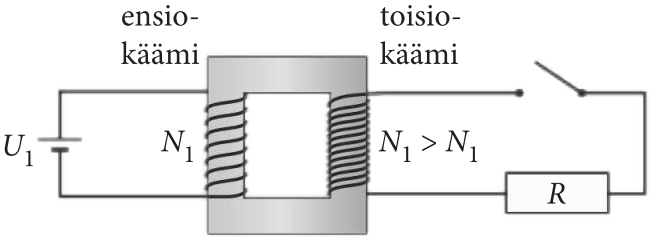
188. Miksi muuntaja ei toimi tasajännitteellä?

189. Miten jännitelähteen taajuus vaikuttaa käämin tehonkulutukseen? Jännitelähteen napajännite pidetään vakiona. Esim. 1

190. Oheinen kuvio esittää vaihtovirtalähteeseen kytketyn laitteen jännitettä ja laitteen läpi kulkevaa virtaa.
a) Kuinka suuri on jännitteen ja virran välinen vaihe-ero?
b) Mistä vaihe-ero johtuu?
c) Laske laitteen kuluttama keskiteho.
(Yo syksy 1991, teht. 6) Esim. 3



191. Kun katkaisija on suljettu, jännitehäviö vastuksessa R on



1. $\frac{U_1 N_1}{N_2}$
2. $\frac{U_1 N_2}{N_1}$
3. U_1
4. nolla
5. tiedot eivät riitä tehtävän ratkaisemiseen.

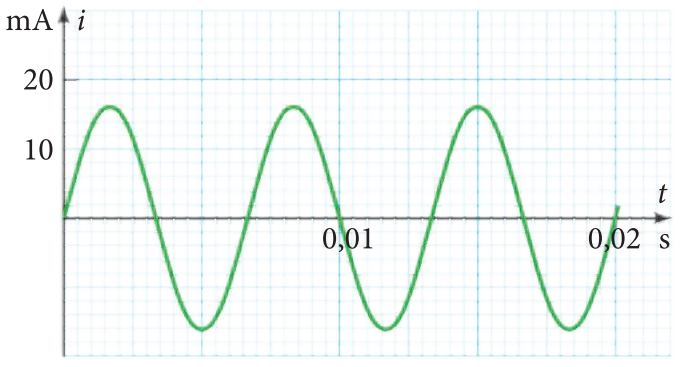
Soveltavat tehtävät

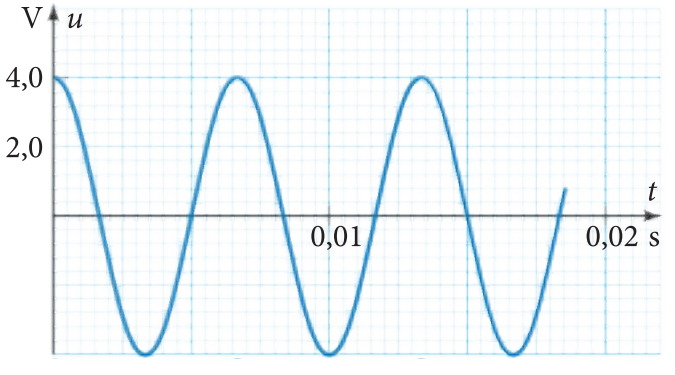
192. Kun käämi on kytketty sähköverkkoon ($U_{\text{eff}} = 230$ V, $f = 50$ Hz), käämin läpi kulkee 0,50 A:n virta. Tällöin käämin tehonkulutus on 55 W. Kuinka suuri on käämin induktanssi? (Yo kevät 2004, teht. 8)

193. **a)** Esitä fysikaalinen perustelu sille, että vaihtovirtapiirissä oleva kondensaattori ei kuluta energiaa.

b) Kun erään kahvinkeittimen lämpölevy on kytketty verkkojännitteeseen (230 V, 50 Hz), sen tehonkulutus on 180 W. Levyn tehonkulutus halutaan pienentää puoleen kytkemällä lämmitysvastuksen kanssa sarjaan kondensaattori. Kuinka suuri tulee kondensaattorin kapasitanssin olla? (Yo kevät 2001, teht. 14)

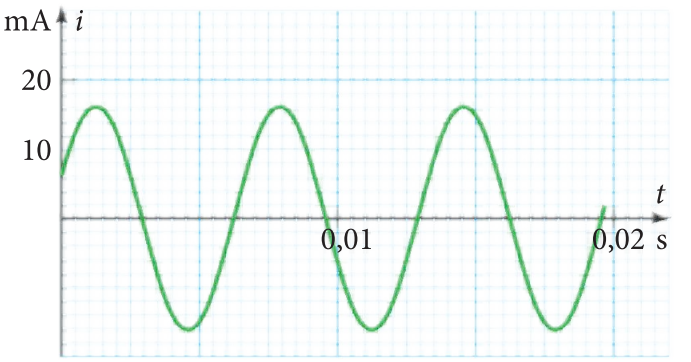
194. Vaihtojännitelähteeseen kytkettiin komponentti, ja sen sähkövirran ja napajännitteen mittauksista saatiin kuvan tulokset.

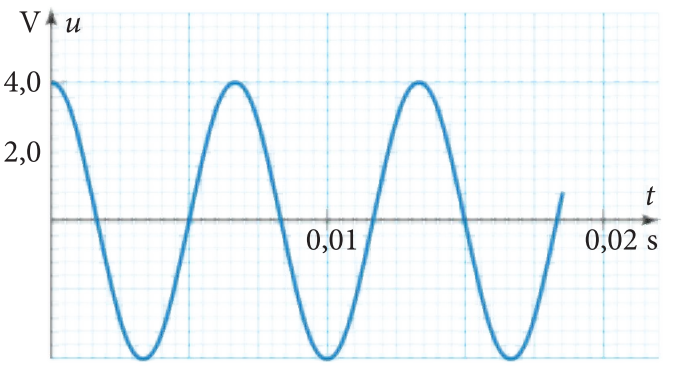




a) Mikä on vaihtojännitteen taajuus?
b) Kuinka suuri on komponentin läpi kulkevan sähkövirran maksimiarvo?
c) Mistä komponentista on kyse?
d) Määritä jännitteen ja sähkövirran tehollliset arvot.
e) Määritä komponentin tehonkulutus.

195. Käämi kytkettiin vaihtojännitelähteeseen. Sen sähkövirran ja napajännitteen mittauksista saatiin kuvan tulokset.





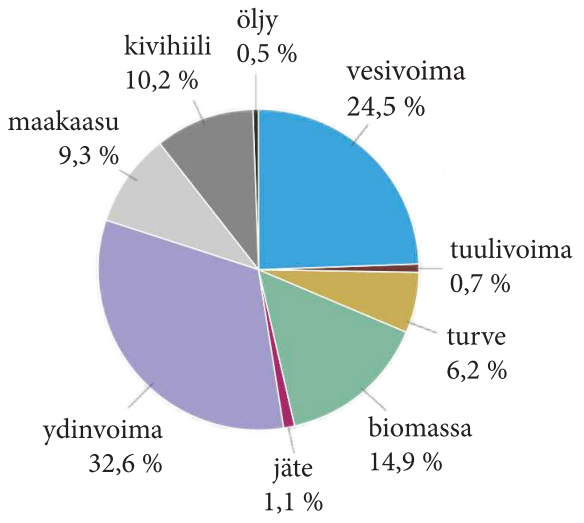
a) Kuinka suuri on sähkövirran ja jännitteen välinen vaihe-ero?
b) Kuinka suuri on käämin resistanssi?
c) Kuinka suuri on käämin tehonkulutus?

196. **a)** Muuntajan merkitys sähköenergian siirrossa.
b) Tehohäviö muuntajissa. Miten häviöt on saatu verraten pieniksi? (Yo kevät 1999, teht. 8)

197. Muuntajan ensiökäämissä on 1 200 kierrosta ja toisiokäämissä 200 kierrosta. Ensiökäämin napajännitteen tehollinen arvo on 230 V.
a) Mikä on muuntajan muuntosuhde?
b) Kuinka suuri muuntajan toisiojännite on?
c) Kuinka suuri toisiovirta on, kun tehollinen ensiövirta on muuntajaa kuormitettaessa 250 mA?

198. Leikkijunaradan muuntaja on kytketty verkkojännitteeseen. Leikkijunarata tarvitsee 12 V:n tehollisen jännitteen. Junan tehonkulutus on 25 W. Kuinka suuri sähkövirta ensiökäämissä on, kun oletetaan, että sähkövirta ja jännite ovat samassa vaiheessa?

16 Energiateollisuus ja sähköturvallisuus



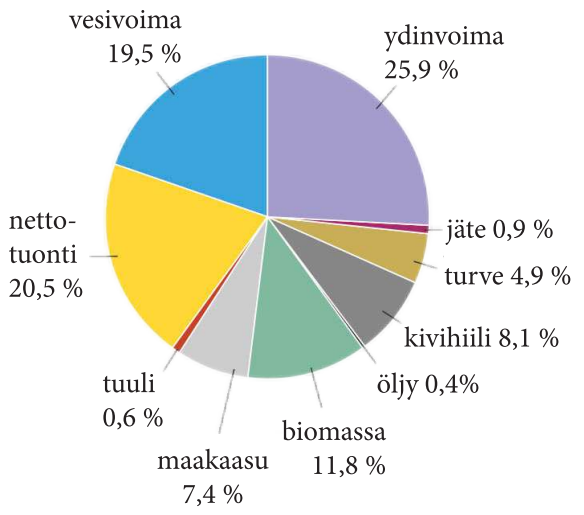
Sähköenergian tuotanto Suomessa energialähteittäin vuonna 2012. Kokonaistuotanto oli 67,7 TWh, josta uusiutuvien energialähteiden osuus oli 41 %.

Sähköenergiantuotanto tapahtuu voimalaitoksissa

Suomen sähköjärjestelmä koostuu voimalaitoksista, siirtoverkosta, johon kuuluvat kantaverkko ja alueelliset siirtoverkot, sekä jakeluverkoista ja sähkön kuluttajista.

Suomen tärkeimmät sähköenergiantuotannon energialähteet ovat ydinvoima, vesivoima, kivihiili, maakaasu, puupolttoaineet ja turve. Tuulivoiman osuus on nykyisin pieni, mutta se on kasvussa.

Suomessa on noin 120 sähköenergiaa tuottavaa yritystä ja noin 400 voimalaitosta. Yli puolet voimalaitoksista on vesivoimalaitoksia. Sähköenergiasta lähes kolmannes saadaan sähköenergian ja lämmön yhteistuotannossa, jolloin hyötysuhde saadaan korkeaksi. Jopa 90 % polttoaineen energiasta saadaan hyödyksi eli muutettua sähköenergiaksi ja hyödynnettäväksi lämmöksi.



Suomen sähköenergian hankinta energialähteittäin vuonna 2012. Kokonaishankinta oli 85,2 TWh. Nettotuonnin osuus oli 20,5 %.

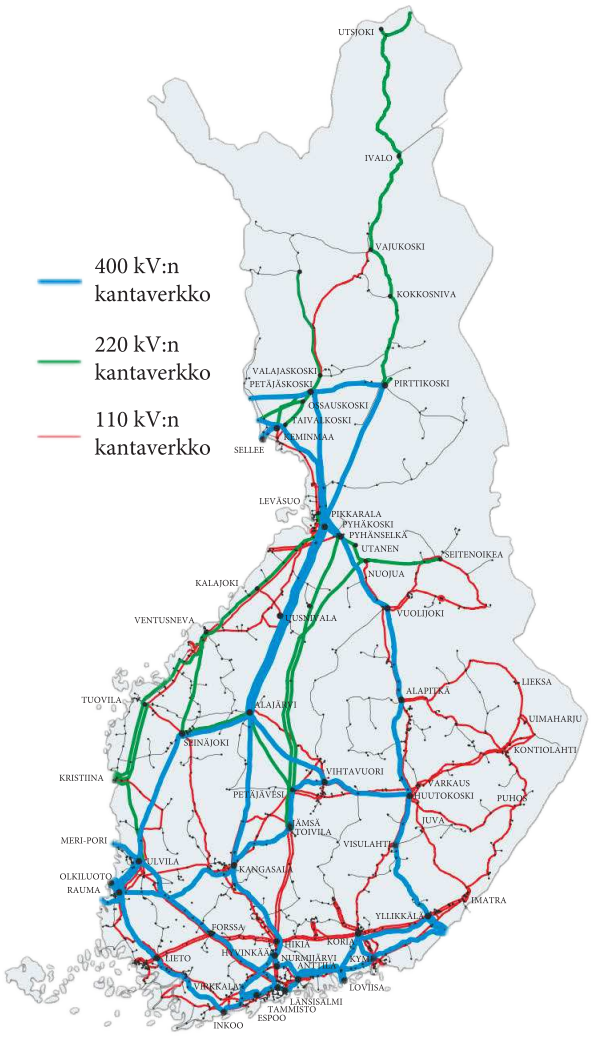
Suomeen hankitaan sähköenergia erilaisista sähkövoimalaitoksista ja tuontisähkönä

Suomen sähköenergian hankinnasta **tuontisähkön** osuus on noin viidennes. Eniten sähköenergiaa tuodaan Ruotsista ja Venäjältä.

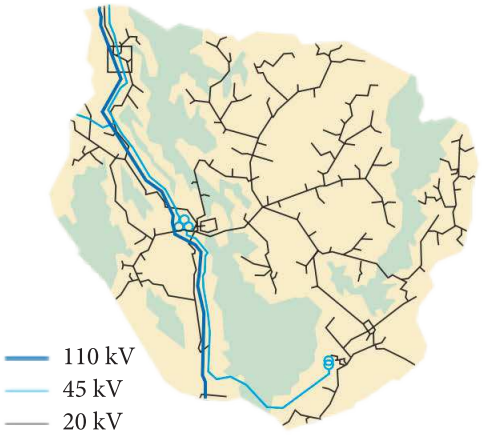
Noin neljännes Suomen sähköenergian hankinnasta on **ydinvoimaa**. Suomen ydinvoimalat sijaitsevat Loviisassa ja Olkiluodossa, jossa kummassakin on kaksi yksikköä. Loviisan voimalan teho on 976 MW (2 · 488 MW) ja Olkiluodon 1 680 MW (2 · 840 MW). Suomen viidennen, Olkiluotoon valmistuvan, voimalan tehoksi tulee noin 1 600 MW. Lisäksi yhden uuden ydinvoimalan rakentamista valmistellaan Pyhäjoelle.

Noin 19 % sähköenergian hankinnasta on **vesivoimalla** tuotettua energiaa. Imatran vesivoimala on yksi Suomen merkittävimmistä vesivoimaloista, koska Vuoksi on Suomen runsasvetisin joki. Voimalaitoksen sähköteho on 170 MW.

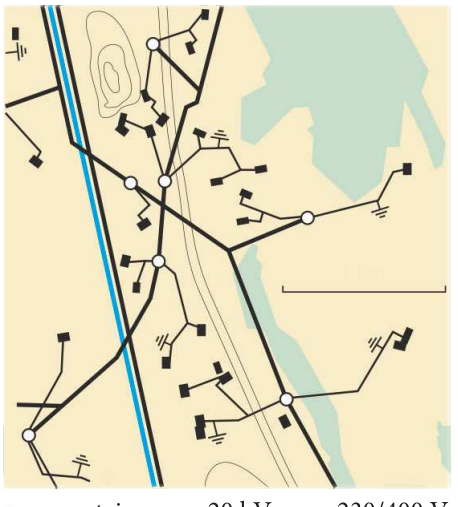
Noin 8,1 % sähköenergian hankinnasta on **kivihiilellä** tuotettua energiaa. Suomessa kivihiilen käyttö polttoaineena on keskittynyt isoihin lauhde- ja kaukolämpövoimalaitoksiin. Lisäksi kivihiiltä käytetään vähäisessä määrin teollisuudessa sähkön ja lämmön tuotannossa.



Suomen kantaverkko.



Alueverkko.



Jakeluverkko.

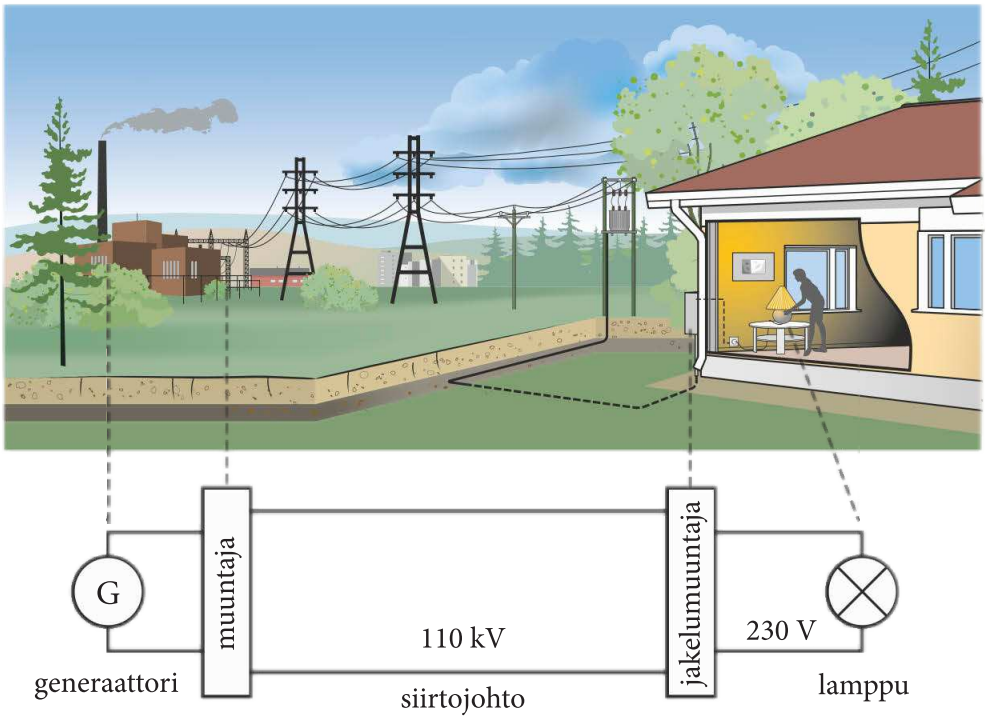
Maanlaajuiseen kantaverkkoon ovat liittyneet suuret voimalaitokset ja tehtaat sekä alueelliset jakeluverkot

Suomen sähköverkko koostuu voimalaitoksista, **kantaverkosta**, **alueverkoista**, **jakeluverkoista** sekä sähkön kuluttajista. Se on osa yhteispohjoismaista sähköverkkoa yhdessä Ruotsin, Norjan ja Itä-Tanskan sähköverkkojen kanssa. Lisäksi Venäjältä ja Virosta on Suomeen tasavirtayhteys, jolla nämä eri periaattein toimivat sähköverkot voidaan yhdistää. Vastaavasti yhteispohjoismainen sähköverkko on kytketty Keski-Euroopan sähköverkkoon tasavirtayhteyksin.

Sähköasemilla muunnetaan jännite kuhunkin käyttötarkoitukseen sopivaksi. Sähköaseman muuntaja muuntaa esimerkiksi voimalaitoksen generaattorin jännitteen korkeajännitteiseksi sähköenergian siirtoa varten. Jakelumuuntajat muuntavat verkon jännitteen sähkönkäyttäjälle soveltuvaksi pienjännitteeksi.

Kantaverkon jännitteet voivat olla 400 kV, 220 kV tai 110 kV. Alueverkot liittyvät kantaverkkoon ja siirtävät sähköä alueellisesti yleensä yhdellä tai useammalla 110 kV:n johdolla. Jakeluverkot liittyvät suoraan kantaverkkoon tai hyödyntävät kantaverkon palveluita alueverkon kautta. Jakeluverkot toimivat 0,4…110 kV:n jännitetasolla. Kotitaloudet ovat liittyneinä jakeluverkkoihin.

Suurjänniteverkkojen (110…400 kV) pituus on yhteensä noin 22 400 kilometriä, keskijänniteverkkojen 137 000 kilometriä ja pienjänniteverkkojen 233 400 kilometriä.



Lamppu kytketään osaksi Suomen sähköverkkoa valokatkaisijalla.

Peruseristetty lamppu ja maadoittamaton pistorasia.

Suojaeristetyn sähkölaitteen voi kytkeä sekä maadoittamattomaan että maadoitettuun pistorasiaan. Suojaeristetyn laitteen tunnistaa pistotulpan muodosta ja suojaeristysmerkistä.

Suojamaadoitetun sähkölaitteen voi kytkeä sekä maadoitettuun että maadoittamattomaan pistorasiaan.

Sähkölaitteiden turvallisuus taataan suojauksilla ja suojarakenteilla

Sähkölaitteet ovat oikein käytettyinä turvallisia, mutta niiden huolimaton ja ohjeista piittaamaton käyttö on hengenvaarallista. Olohuone ja kylpyhuone poikkeavat käyttökohteina toisistaan, joten myös niissä käytettäville sähkölaitteille on asetettu erilaisia vaatimuksia. Sähkölaitteiden käyttäjän turvallisuus taataan erilaisilla **suojauksilla ja suojarakenteilla**.

Huoneen pistorasiasta ilmenee, millaista sähkölaitetta siinä voi käyttää. **Sähkölaitteen voi kytkeä ainoastaan sellaiseen pistorasiaan, johon laitteen pistotulppa sopii tulpan rakennetta muuttamatta.** Uusissa asunnoissa on vain suojamaadoitettuja pistorasioita, mutta vanhoissa asunnoissa on runsaasti maadoittamattomia pistorasioita.

1. Sähkölaitteiden suojaus

Sähkölaitteiden suojaustaso riippuu laitteen käyttötarkoituksesta.

Peruseristetty laite voidaan kytkeä ainoastaan maadoittamattomaan pistorasiaan. Eristys suojaa käyttäjää laitteen jännitteellisiltä osilta, mutta vikatapauksessa laitteen kuori voi tulla jännitteelliseksi. Tällainen laite voi olla hengenvaarallinen. Suomessa ei saa enää myydä pelkästään peruseristettyjä laitteita. Jos laite on ainoastaan peruseritetty, sitä ei saa käyttää kosteissa tiloissa.

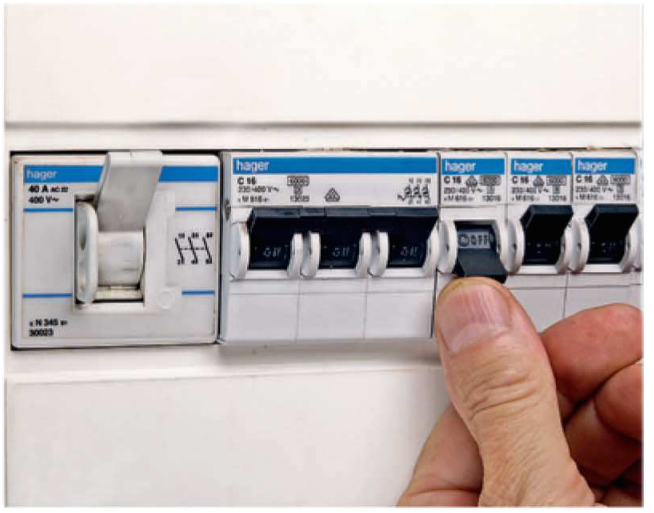
Suojaeristetyssä laitteessa on peruseristyksen lisäksi lisäeristys, joka estää laitteen kuoren tulemisen jännitteelliseksi vikatilanteissa, jos peruseristys pettää. Suojaeristetyn laitteen pistotulppa on valettu tai puristettu kiinni liitäntäjohtoon valmistusvaiheessa, jolloin pistotulppaa ei voi avata sitä rikkomatta.

Suojamaadoitetun laitteen metalliosat on kytketty maajohdon kautta maadoitetun pistorasian maahan. Vikatilanteissa vikavirta polttaa sulakkeen nopeasti ja laite kytkeytyy pois virtapiiristä. Vikatilanne syntyy esimerkiksi silloin, kun laitteen eristys rikkoutuu.

Suojajännitteisen laitteen jännite muunnetaan suojamuuntajalla niin matalaksi, että jännitteellisten osien koskettaminen ei ole vaarallista. Tällaisten laitteiden jännite saa olla korkeintaan 25 V. Esimerkiksi sähköautoradoissa, halogeenivalaisimissa ja matkapuhelinten latureissa on suojamuuntaja.

Suojamuuntaja laskee laitteen jännitteen turvalliseksi käyttää eli alle 25 volttiin.

Sulakkeen palaminen
Sulake palaa, kun siinä on liian suuri sähkövirta. Syy tähän voi olla
- viallinen laite tai sähköjohto
- liian monen rinnan kytketyn sähkölaitteen yhtäaikainen käyttö.



Automaattisulakkeen vipu kääntyy ala-asentoon, kun sulakkeessa on liian suuri sähkövirta. Sulakkeen saa toimintakuntoon, kun nostaa vivun takaisin yläasentoon. Jos sulake laukeaa, vaikka kaikki laitteet on kytketty pois päältä, on vika asennuksissa ja apuun on kutsuttava sähköalan ammattilainen.

Tulppasulake.

2. Vikatilanteet

Vikatilanne syntyy esimerkiksi silloin, kun sähkölaitteen peruseristys rikkoutuu. Sähkövirta kasvaa tällöin vaarallisen suureksi. Virtapiiriin on vikatilanteiden varalta pantu **sulake**, joka katkaisee virtapiirin, jos sähkövirta kasvaa sallittua arvoa suuremmaksi. **Sulake** suojaa laitteen käyttäjää sähkötapaturmalta. Asuinhuoneiston sulakkeet ovat ryhmäkeskuksessa, joka on usein eteisessä.

Sulakkeita on olemassa kahta eri perustyyppiä, **automaattisulakkeita** ja **tulppasulakkeita**. Automaattisulaketta ei tarvitse vaihtaa, vaan se voidaan palauttaa toimintakuntoon sulakkeen kytkimellä.

Tulppasulakkeen vaihtaminen vaatii huolellisuutta. Sulakkeen vaihto on tehtävä seuraavien ohjeiden mukaan.

A. Etsi palanut sulake. Palaneen sulakkeen merkkinasta on yleensä irronnut.
B. Katkaise sähkö pääkytkimestä, kääntämällä kytkin asentoon 0.
C. Kierrä varokekannen sisällä oleva palanut sulake irti sulakepesästä.
D. Vaihda palaneen sulakkeen tilalle samanlainen sulake. Sulakkeen suuruuden voit tarkistaa merkkinastan väristä.
E. Pane sulake varokekanteen ja kierrä kansi tiukasti paikoilleen. Kytke lopuksi sähkövirta pääkytkimestä.

Kun sähkölaitteita käytetään ulkotiloissa, ei pelkästään sulake riitä suojaamaan laitteen käyttäjää. Nykyisin ulkotiloissa oleviin pistorasioihin on asennettava vikavirtasuojakytkin. Myös kylpyhuoneissa käytetään tällaista kytkintä.

3. Sähkötyöt

Jokamiehelle sallitut sähkötyöt on tarkoin määritelty. Hyvä ohje on, että **älä tee edes sallittuja töitä, jos et ole varma osaamisestasi**. Korjaajalla on vastuu korjaamistaan sähkölaitteista, ja väärin korjattu laite voi olla käyttäjälleen hengenvaarallinen.

Sallittuja sähkötöitä ovat seuraavat:

- sulakkeen vaihto
- lampun ja sytyttimen vaihto
- jännitteettömyyden testaaminen hyväksytyllä jännitteenkoettimella, kun tehdään sallittuja töitä
- vikavirtasuojakytkimen testaaminen
- yksivaiheisen jatkojohdon teko ja korjaus
- sähkölaitteen yksivaiheisen liitäntäjohdon ja pistotulpan vaihto
- valaisimen liitäntäjohdon vaihtaminen
- valaisimen liittäminen ”sokeripalalla”
- ”sokeripalan” korvaaminen uudella valaisinliitinpistorasialla
- valaisinpistotulpan asennus
- jännitteettömien pistorasioiden ja kytkimien kansien irrotus esim. maalauksen ajaksi
- suojajännitteisten laitteiden asentaminen valmistajan antamien ohjeiden mukaan (esim. aurinkopaneelit)
- harrastustoiminnallisten elektroniikkasarjojen kokoaminen.

Ohjeita edellä mainittuihin sallittuihin sähkötöihin löytyy esimerkiksi Sähköturvallisuuden edistämiskeskuksen Internet-sivuilta.

4. Sähköisku voi tappaa

Ihmiskeho johtaa sähköä, sillä kudoksissa on vettä ja veteen liuenneita ioniyhdisteitä. Sähkövirta riippuu jännitteestä ja kehon impedanssista. Kehon impedanssin arvot vaihtelevat välillä 1…20 kΩ. Kuiva iho johtaa huonommin sähköä kuin märkä iho. Kehon impedanssi riippuu myös jännitteestä ja taajuudesta. Impedanssi pienenee, kun jännite kasvaa. Kehon keskimääräinen resistiivisyys on 3 Ωm.

Sähkövirta saa kehossa aikaan kudosten lämpenemistä ja kemiallisia reaktioita. Kehittyvä lämpöenergia voidaan laskea Joulen laista $E = UIt = ZI^2t$, jossa t on aika, jona kudoksessa on sähkövirta.

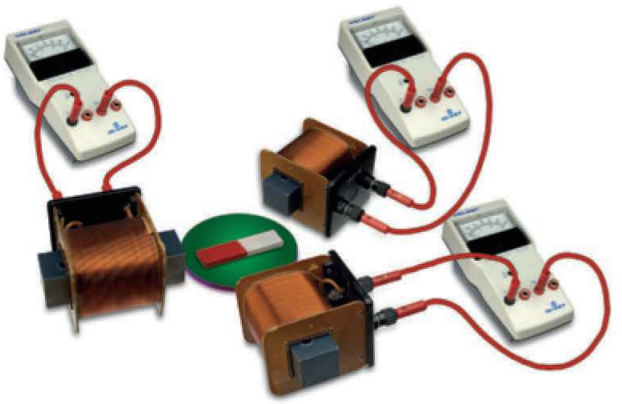
Ihminen tuntee vaihtovirran helpommin kuin tasavirran. Kielen kautta havaitaan jo 0,02…0,05 mA:n vaihtovirta. Vaihtovirta aiheuttaa lihassupistuksia, jos sähkövirta lihaksessa on suurempi kuin 5 mA. Virtapiirin osana olevan ihmisen on vaikea päästä irti jännitteellisestä johdosta näiden lihaskouristusten vuoksi. Kun sähkövirta on suurempi kuin 10 mA, ihminen ei pääse irti omin avuin jännitteellisestä johdosta.

Sydän on sähköä johtava lihas, joten sähköisku vaikuttaa myös sydämen toimintaan. Kun sähkövirta ylittää 30 mA:n arvon, voi seurauksena olla sydänoireita ja tajuttomuus lihaskouristusten lisäksi. Yli 50 mA:n sähkövirta saattaa aiheuttaa sydämen kammiovärinää ja lopulta sydämen pysähtymisen. Sydän on herkin vaihtovirroille, joiden taajuus on 10…100 Hz. Verkkojännitteen taajuus on 50 Hz.

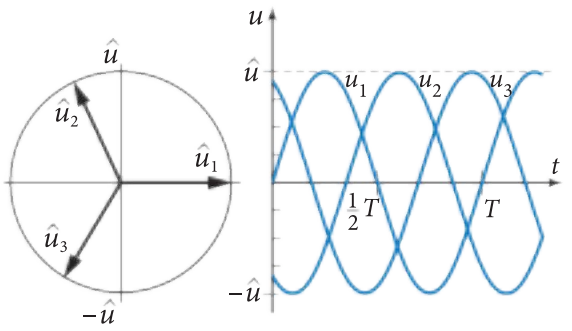
Vaikka 4,5 V:n paristolla saadaan aikaan suuria sähkövirtoja metallijohtimissa, ihmisen impedanssi on niin suuri, että tällä jännitteellä kehoon syntyvä sähkövirta on merkityksettömän pieni.

Sähköisku aiheuttaa myös palovammoja, jos iskun aiheuttavan jännitteen suuruus on kilovolttien suuruusluokkaa.

Hengenvaara-kyltillä varustetut sähkönjakelulaitteet kertovat, että kyseisissä tiloissa tai pylväissä on suurjännitelaitteita. Suurjännite on erittäin vaarallinen jännitetaso.



Kolmivaihegeneraattorin toimintaperiaate.



Kolmivaiheinen vaihtojännite. Vaihejännitteiden vaihe-ero on 120°, ja niiden hetkellisarvojen summa on joka hetki nolla.

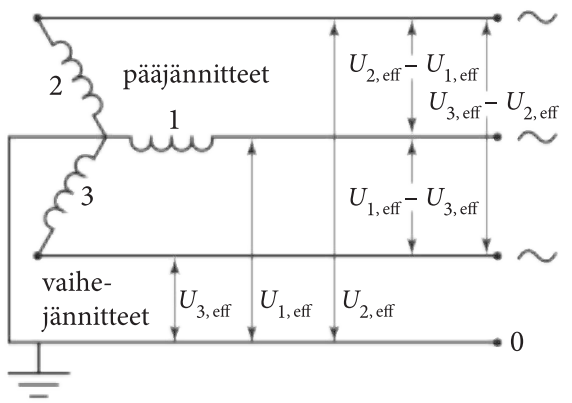
Ekstra: Energiantuotannossa käytetään vaihtovirran synnyttämiseen kolmivaihegeneraattoria

Kolmivaihegeneraattorissa on kolme yhteen rakennettua generaattoria, joista jokainen tuottaa erillistä sinimuotoista vaihtojännitettä.

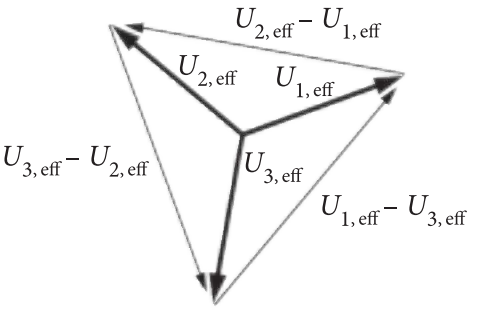
Energiateollisuuden kolmivaihegeneraattoreissa on yleensä kolme paikallaan pysyvää käämiä, joihin jännite indusoituu. Käämit ovat symmetrisesti 120°:een kulmassa toisiinsa nähden. Magneetti on generaattorin pyörivässä osassa eli roottorissa. Käämeihin indusoituvien jännitteiden vaihe-ero on $\frac{2\pi}{3}$ rad eli 120°. Generaattorista lähtee kolme vaihejohdinta ja näiden lisäksi neljäs johdin, jota kutsutaan nollajohtimeksi. Nollajohdin yhdistää kunkin käämin toisen navan maahan.

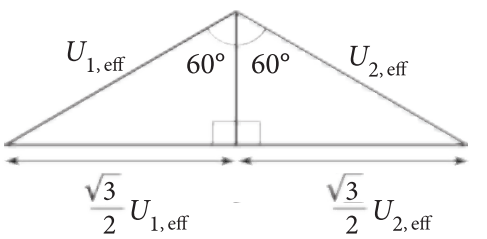
Kolmivaihevirta johdetaan kuluttajalle neljällä johtimella. Kunkin vaihejohtimen ja nollajohtimen välinen käyttöjännite eli tehollinen jännite U_{eff} on 230…240 V. Tämä jännite on pistorasioissa ja sitä käyttävät kaikki kodin pienitehoiset laitteet, kuten radiot, hiustenkuivaajat ja kahvinkeittimet. Saunan sähkökiuas on suunniteltu niin, että se on kytketty kuhunkin kolmeen vaiheeseen ja nollajohtimeen, joten se kuormittaa kutakin vaihetta yhtä paljon. Sähkömittaritaulussa kiukaalla on kolme sulaketta, yksi kullekin vaiheelle.

Suuritehoiset sähkölaitteet, kuten erilaiset ammattityökoneet, kytketään vaihejohtimien väliseen pääjännitteeseen, jonka tehollinen jännite on 400 V. Kun kaikkia vaiheita kuormitetaan tasaisesti, nollajohtimessa ei kulje sähkövirtaa.



Vaihejännite on vaihejohtimen ja nollajohtimen välinen jännite. Pääjännite on kahden vaihejohtimen välinen jännite. Vaihejännitteistä sähkövirtaa kutsutaan joskus valovirraksi ja pääjännitteistä sähkövirtaa voimavirraksi.





Osoitindiagrammin muoto ei muutu käytettiinpä vektorin pituutena huippuarvoja tai tehollisia arvoja. Pääjännitteen tehollinen arvo on

$\sqrt{3}U_{\text{eff}} = \sqrt{3} \cdot 230\ \text{V} = 400\ \text{V}.$

Tiivistelmä

- Sähköenergiantuotanto tapahtuu voimalaitoksissa.
- Maanlaajuiseen kantaverkkoon ovat liittyneet suuret voimalaitokset ja tehtaat sekä alueelliset jakeluverkot.
- Sähkölaitteet ovat oikein käytettynä turvallisia.

Perustehtävät

199. Minkälaisista osista Suomen sähköjärjestelmä koostuu?

200. **a)** Mikä on kantaverkko ja kuinka suuria jännitteitä kantaverkossa käytetään?
b) Mikä on jakeluverkko ja kuinka suuria jännitteitä jakeluverkossa käytetään?

201. Miksi kantaverkossa ja jakeluverkossa on eri jännitteet?

202. Selvitä tietolähteistä. Miksi ja missä virtapiirissä käytetään
a) sulakkeita
b) vikavirtakytkintä?

203. Mikä sähköturvallisuuteen liittyvä ero on suojamaadoitetussa ja suojaeristetyssä sähkölaitteessa?

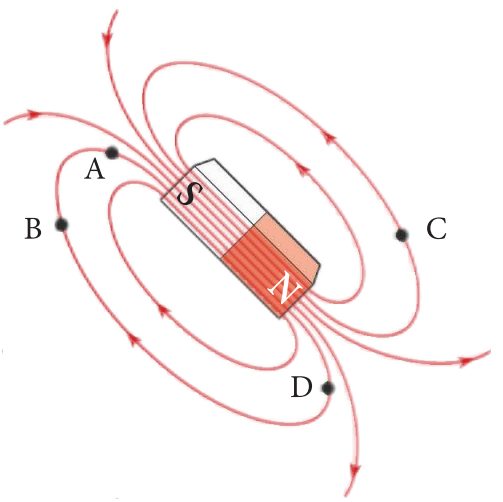
204. **a)** Mitkä ovat merkittävimpiä energialähteitä Suomen sähkön tuotannossa. Mainitse kolme viidestä merkittävimmästä energialähteestä.
b) Miksi sähköenergian jakelussa kantaverkossa käytetään suuria jännitteitä ja se muunnetaan pieneksi kotitalouksia varten?

205. Selvitä tietolähteistä, mikä on vikavirtasuojakytkin.

Kertaustehtävät

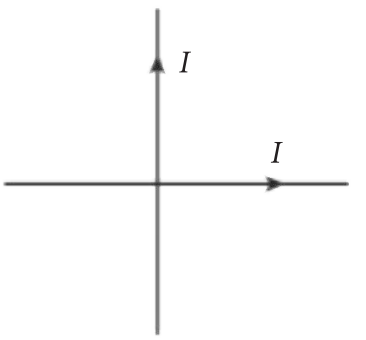
1. luku

206. Piirrä magneettivuon tiheysvektori $\bar{B}$ pisteisiin A, B, C ja D.

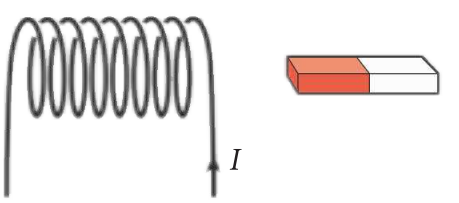


207. Piirrä kuvat vihkoon ja hahmottele magneettikentän kenttäviivaesitys seuraavissa tilanteissa.
a) kaksi sauvamagneettia

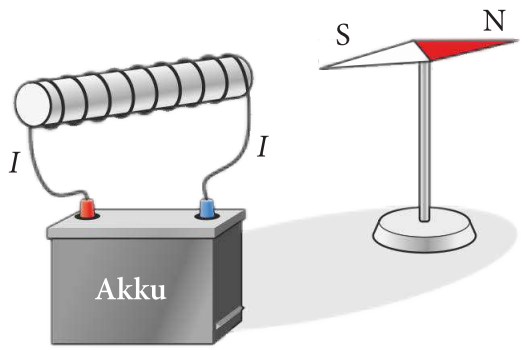
b) kaksi suoraa virtajohdinta kohtisuorassa toisiaan vastaan



c) käämi ja sauvamagneetti

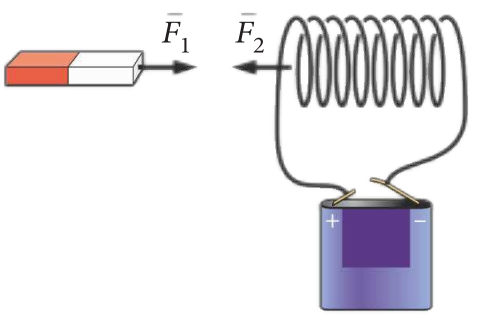


208. Mikä suunta sähkövirralla on virtapiirissä?

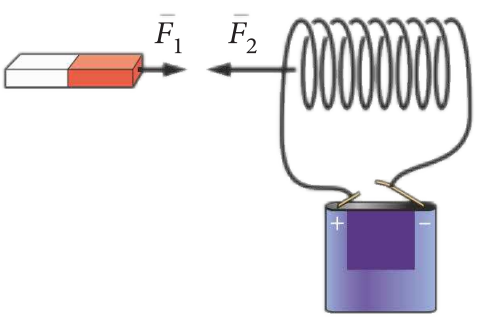


209. Perustele, onko seuraava tilanne mahdollinen.

a)



b)



Luku 2

210. Röntgenputken kiihdytysjännite on 1,3 kV. Kuinka suurella nopeudella elektronit osuvat röntgenputken anodiin?

211. Elektroni kiihdytetään 3 000 V:n jännitteellä. Sen jälkeen se tulee jarruttavaan sähkökenttään kenttäviivojen suunnassa. Kuinka pitkällä matkalla elektronin nopeus pienenee nollaksi, jos jarruttavan sähkökentän voimakkuus on 100 kV/m? (Yo kevät 1976, teht. 3)

Luku 3

212. Protoni liikkuu homogeenisessa magneettikentässä nopeudella, jonka suuruus on $0{,}9 \cdot 10^5$ m/s. Kuinka suuri magneettinen voima protoniin vaikuttaa, jos se liikkuu kohtisuorassa magneettikenttää vastaan ja magneettikentän magneettivuon tiheys on 1,34 mT? Piirrä tilannetta havainnollistava kuva.

213. Protonisuihku, jonka nopeuden suuruus on $2{,}5 \cdot 10^5$ m/s, tulee kohtisuorasti 25 cm leveään magneettikenttään, jonka magneettivuon tiheyden suuruus on 1,3 mT. Määritä suihkun suunnan muutos.

Luku 4

214. Varattujen hiukkasten vauhdittaminen ja ohjaaminen tyhjiöön aikaansaatujen sähkö- ja magneettikenttien avulla. Sovellutuksia. (Yo kevät 1978, teht. 12)

215. Elektroni kiihdytetään ensin 2,2 kV:n jännitteellä. Millaiseen kenttään elektroni on ohjattava kiihdytyksen jälkeen, jotta se joutuisi ympyräradalle, jonka säde on 0,15 m? Piirrä voimakuvio sekä kiihdytysvaiheessa että suunnanmuutoksen aikana.

Luku 5

216. Vaakasuora virtajohdin, jonka pituus on 0,92 m, on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan. Sähkövirran suuruus johtimessa on 0,76 A, ja magneettivuon tiheys on 1,3 μT.

a) Kuinka suuri voima johtimeen vaikuttaa?

b) Piirrä kuva, johon merkitset sähkövirran suunnan, magneettikentän suunnan ja johtimeen vaikuttavan voiman.

217. Kaksi suoraa 1,0 metrin pituista virtajohdinta on 0,17 m:n etäisyydellä toisistaan. Johtimessa 1 on 1,17 A:n sähkövirta ja johtimessa 2 sähkövirta on 1,24 A. Kuinka suurella voimalla virtajohdin 1 vaikuttaa virtajohtimeen 2?

218. Virtajohtimessa on 1,12 A:n sähkövirta.

a) Laske magneettivuon tiheyden suuruus eri etäisyyksillä johtimesta. Täydennä taulukko.

etäisyys johtimesta r (m)	magneettivuon tiheyden suuruus B (T)
0,05	
0,10	
0,15	
0,20	
0,25	
0,30	
0,35	

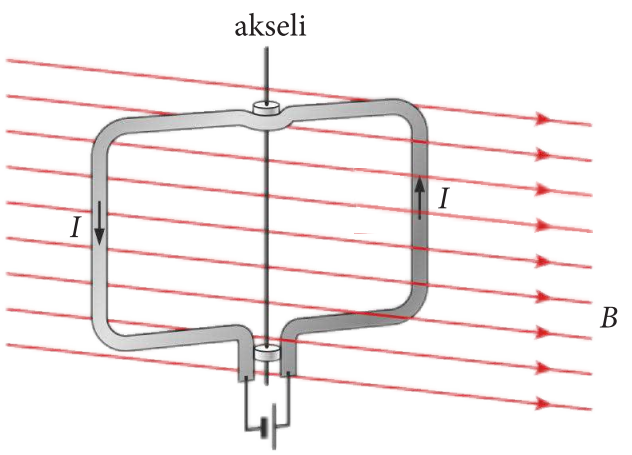
b) Piirrä laskimella taulukon arvoista kuvaaja r, B-koordinaatistoon.

c) Sovita pisteisiin funktio.

d) Laske laskimen antaman funktion lausekkeen avulla, kuinka suuri magneettivuon tiheys on etäisyydellä 0,50 m.

Luku 6

219. Käämissä, jonka poikkipinta-ala on 17,0 cm^2, on 600 kierrosta. Käämissä on 0,75 A:n sähkövirta. Käämi on kuvan mukaisesti magneettikentässä, jonka magneettivuon tiheyden suuruus on 12,2 mT. Kuinka suuri momentti vaikuttaa käämiin, kun käämin tason normaalin ja magneettikentän välinen kulma on 32°? Mihin suuntaan käämi pyörii?



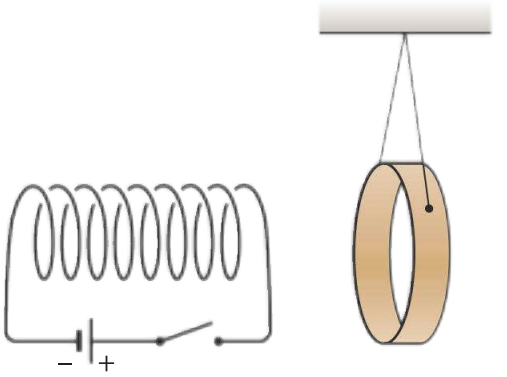
Luku 7

220. Käämin lähellä riippuu alumiinirengas. Käämi on kytketty paristoon. Mitä alumiinirenkaalle tapahtuu,

a) kun virtapiirin kytkin suljetaan?

b) kun pariston navat kytketään toisin päin ja kytkin suljetaan?

c) kun kytkin on ollut suljettuna pitemmän aikaa?



221. Metallitanko, jonka pituus on 7,5 cm, liikkuu nopeudella 16,5 m/s kitkattomasti samanlevyisen U-muotoisen silmukan päällä niin, että silmukan ja tangon muodostama piiri kasvaa. Silmukka on vaakatasossa ja magneettikentän suunta on ylöspäin. Magneettivuon tiheyden suuruus on 0,68 T. Kuinka suuri jännite indusoituu tankoon?

222. Metallitanko, jonka pituus on 0,086 m, liikkuu nopeudella 14,5 m/s kitkattomasti samanlevyisen U-muotoisen silmukan päällä. Silmukka on vaakatasossa ja magneettikentän suunta on ylöspäin. Magneettivuon tiheyden suuruus on 0,85 T. Tangon resistanssi on 2,8 Ω ja silmukan resistanssi on hyvin pieni.

a) Kuinka suuri sähkövirta indusoituu silmukkaan?

b) Mikä on sähkövirran suunta?

c) Kuinka suurella teholla silmukasta siirtyy lämpöä ympäristöön?

Luku 8

223. Johdinsilmukan läpi kulkeva magneettivuo muuttuu 3,7 ms:ssa arvosta $2{,}1 \cdot 10^{-3}$ Tm^2 arvoon $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ Tm^2. Kuinka suuri jännite indusoituu silmukkaan?

224. Ympyrän muotoisen johdinsilmukan, jonka säde on 2,0 cm, normaali on magneettikentän suuntainen. Magneettikentän magneettivuon tiheys muuttuu 1,8 ms:ssa tasaisesti arvosta 12 mT arvoon 35 mT.

a) Kuinka suuri lähdejännite indusoituu johdinsilmukkaan?

b) Kuinka suuri sähkövirta silmukassa on, jos silmukka on puhdasta alumiinia? Johtimen paksuus on 1,0 mm.

Luku 9

225. Käämi, jonka sisällä on rautasydän, on kytketty jännitelähteeseen. Rautasydämeen laitetaan nojaamaan

a) alumiinilevy,

b) rautalevy.

Mitä tapahtuu, kun käämiin kytketään pieneksi hetkeksi sähkövirta?

Luku 10

226. Kuinka suuri jännite indusoituu käämiin, kun sähkövirta muuttuu tasaisesti 27 mA:sta 80 mA:iin 0,15 s:ssa? Käämin induktanssi on 1,3 mH.

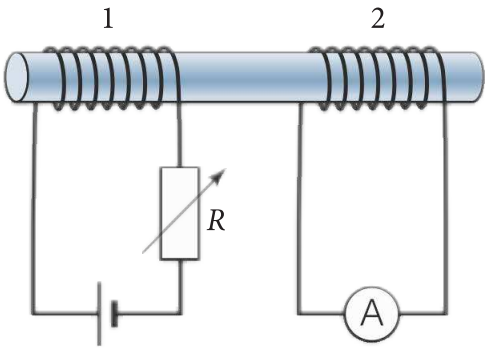
227. Käämissä oleva sähkövirta muuttuu 17 mA/s, jolloin käämiin indusoituu 65 mV:n jännite. Kuinka suuri käämin induktanssi on?

228. Kuinka suuri johtimeen indusoitunut jännite on, kun johtimen induktanssi on 14 µH ja sähkövirta kasvaa 23 ms:ssa arvosta 0,09 A arvoon 0,75 A?

229. Käämissä, jonka induktanssi on 12,0 mH, on 0,90 A:n sähkövirta. Kuinka suuri jännite indusoituu, jos sähkövirta pienenee tasaisesti nollaan ajassa 2,6 µs?

230. **a)** Mitä tarkoitetaan käämien induktiivisella kytkennällä? Mistä seikoista kytkennän voimakkuus riippuu?

b) Jos virtapiirin 1 resistanssi R kasvaa, mikä on sähkövirran suunta virtapiirissä 2?



Luku 11

231. Käämissä on 1400 johdinkierrosta, joiden pinta-ala on 15 cm^2. Käämiä pyöritetään homogeenisessa magneettikentässä tasaisella pyörimisnopeudella 542 kierrosta minuutissa niin, että pyörimisakseli on kohtisuorassa magneettikenttää vastaan. Magneettivuon tiheyden suuruus on 2,7 T.

a) Mikä on käämiin indusoituvan jännitteen huippuarvo?

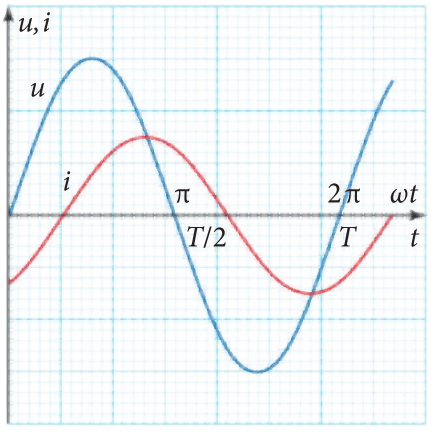
b) Kuinka suuri on sähkövirran huippuarvo, kun käämin päät yhdistetään 69 Ω:n vastuksella?

c) Miten käämin pyörittämisessä huomataan, että vastus yhdistetään käämin päihin?

Luku 12

232. **a)** Määritä kuvion perusteella jännitteen ja sähkövirran välinen vaihe-ero.

b) Kumpi on edellä?



Luku 13

233. Käämi, jonka induktanssi on 7,8 mH, ja vastus, jonka resistanssi on 6,1 Ω, on kytketty sarjaan ja yhdistetty vaihtojännitelähteeseen, jonka jännitteen tehollinen arvo on 12 V ja taajuus 500 Hz. Laske

a) virtapiirin tehollinen sähkövirta

b) sähkövirran ja jännitteen välinen vaihe-ero.

234. Kondensaattori ja vastus kytketään sarjaan vaihtojännitelähteeseen, jonka tehollinen jännite on 230 V ja taajuus 50 Hz. Kondensaattorin kapasitanssi on 2,2 µF ja vastuksen resistanssi on 1,2 kΩ.

a) Laske kondensaattorin kapasitiivinen reaktanssi. Kumpi vastustaa sähkövirtaa enemmän kondensaattori vai vastus virtapiirissä?

Laske

b) virtapiirin impedanssi

c) sähkövirran ja jännitteen välinen vaihe-ero

d) sähkövirran tehollinen arvo.

235. Kondensaattori, jonka kapasitanssi on 3,2 µF, ja vastus jonka resistanssi on 150 Ω, kytketään sarjaan ja yhdistetään vaihtojännitelähteeseen, jonka jännite on 230 V ja taajuus 50 Hz.

a) Laske kummankin komponentin tehollinen jännitehäviö.

b) Miten voit tarkastaa tuloksen?

Luku 14

236. **a)** Värähtelypiirin kondensaattorin kapasitanssi on 152 nF ja käämin induktanssi on 47,5 mH. Kuinka suuri värähtelypiirin resonanssitaajuus on?

b) Miten värähtelypiirin resonanssitaajuus muuttuu, kun kondensaattorin kapasitanssi puolitetaan?

c) Miten värähtelypiirin resonanssitaajuus muuttuu, kun käämin induktanssi kaksinkertaistetaan?

237. **a)** Käämin induktanssi värähtelypiirissä on 1,75 µH. Kuinka suuri piirin kondensaattorin kapasitanssin on oltava, jotta värähtelypiiri ottaisi vastaan 106 MHz:n säteilyä?

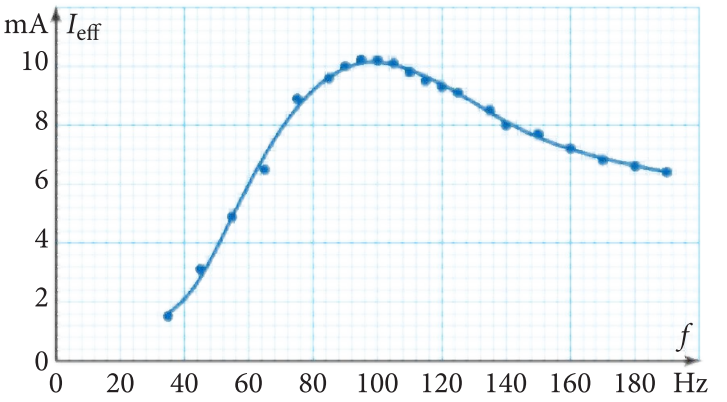
b) Radion antennipiirin induktanssi on 15 mH. Radiolla halutaan kuunnella taajuutta 97,7 MHz. Kuinka suuri tulee säätökondensaattorin kapasitanssin olla?

238. RLC-piirissä kytkettiin sarjaan käämi, 220 µF:n kondensaattori, 230 Ω:n vastus ja taajuusgeneraattori. Taajuusgeneraattorin tehollinen jännite oli 2,4 V. Virtapiirissä olevan tehollisen sähkövirran riippuvuus sinimuotoisen vaihtojännitteen taajuudesta mitattiin, jolloin saatiin oheinen kuvaaja.

a) Selitä kuvaajan muoto.

b) Kuinka suuri käämin induktanssi on?

c) Kuinka suuri käämilangan resistanssi on?



239. Kondensaattori, jonka kapasitanssi on 2200 µF, ladattiin 4,5 V:n jännitteellä. Kondensaattorin navat yhdistettiin käämiin, jonka resistanssi on pieni. Käämin induktanssi on 168 mH.

a) Piirrä kytkentäkaavio.

Laske suurin

b) kondensaattorin energia

c) sähkövirta käämissä.

240. **a)** Minkä taajuista radioaaltoa dipoliantenni ottaa parhaiten vastaan, kun antennin pituus on 68 cm.

b) Selitä radioaaltoja lähettävän dipoliantennin toimintaperiaate.

Luku 15

241. Teholtaan 1,5 kW:n sähkömoottori on kytketty 220 V:n vaihtovirtaverkkoon. Laske moottorin ottaman virran tehollisarvo ja huippuarvo, kun jännitteen ja virran välinen vaihesiirto on 22°. (Yo syksy 1980, teht. 5 b)

242. Eräässä laitteessa on kytkettynä sarjaan kondensaattori (55 μF) ja vastus (25 Ω). Laite yhdistettiin sähköverkkoon (230 V ja 50 Hz).

a) Laske laitteen tehonkulutus virtapiirissä.

b) Laske jännitehäviön ja sähkövirran välinen vaihe-ero.

243. Kun käämi on kytketty sähköverkkoon ($U = 230$ V, $f = 50$ Hz), käämin sähkövirta on 0,75 A. Tällöin käämin tehonkulutus on 85 W. Kuinka suuria ovat käämin induktanssi ja resistanssi?

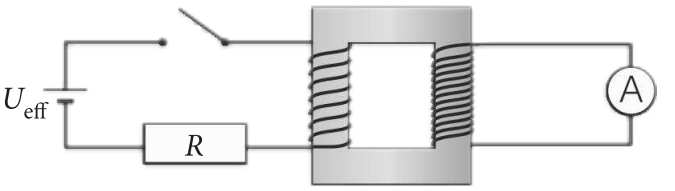
244. Muuntajalla on tarkoitus muuntaa 230 V:n vaihtojännite 10 V:n jännitteeksi. Käytettävissä on 75 kierroksen käämi.

a) Kuinka monta kierrosta on kierrettävä toiseen käämiin?

b) Toisiopuolella mitataan sähkövirraksi 3,7 A, kun piiri suljetaan vastuksella. Määritä vastuksen resistanssin suuruus.

c) Kuinka suuri sähkövirta on tällöin ensiöpuolella?

245. Muuntajan ensiökäämi on kytketty paristoon, vastukseen ja katkaisijaan kuvan mukaisesti. Toisiokäämi on kytketty virtamittariin. Mikä seuraavista vaihtoehdoista on oikein, kun katkaisija suljetaan? Valitse oikea vaihtoehto.



Virtamittarin näyttämä on

1. nolla
2. hetkellisesti nollasta poikkeava sähkövirta
3. vakiosuuruinen sähkövirta

Luku 16

246. Sähköenergian siirto voimalasta kuluttajille. (Yo, syksy 1985, teht. +12)

Tehtävien vastaukset

2. **a)** A
9. F
18. $3{,}4 \cdot 10^{11} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, sähkökentän suuntaan
20. 21 Mm/s
21. **a)** 1,2 MV
b) 640 V
23. **a)** 1,7°
b) 2,4 mm
24. $2{,}0 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
25. $1{,}5 \cdot 10^{-5}$ m
27. **a)** $4{,}1 \cdot 10^{-17}$ N
28. **a)** D
b) H
29. 7,7 µT
30. **a)** E
b) G
c) B
31. 32,4 cm
32. 0 N
33. **a)** E
b) E
c) G
40. 1,5 mT.
41. $3{,}5 \cdot 10^{-4}$ T
46. $7{,}4 \cdot 10^{4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$
47. **a)** 11 MHz
b) 1,4 T
49. 0,30 T
50. 46 kN/T
51. −45 kV
52. **b)** 0,528 T
53. **b)** 69 km/s
54. **a)** 76 keV
b) 5,3 MHz
56. $8{,}1 \cdot 10^{-7}$ T
57. $1{,}4 \cdot 10^{-6}$ N
58. **b)** 0,99 mT
59. **b)** 2,0 A
60. **c)** 2,5 mN
62. 17 mT
63. 3,0 A
64. $1{,}2 \cdot 10^{-6}$ N
65. **a)** $3{,}75 \cdot 10^{-6}$ T
b) $3{,}87 \cdot 10^{-6}$ T
68. 2,5 µN
70. G
73. $4{,}8 \cdot 10^{-3}$ Nm
74. 4
75. $1{,}6 \cdot 10^{-11}$ N
77. $M(\alpha) = 0{,}01\,\text{Nm} \cdot \sin\alpha$
78. **a)** $2{,}5 \cdot 10^{-2}$ Nm
b) 0 Nm
c) $1{,}3 \cdot 10^{-2}$ Nm
83. A ja C
84. **a)** 0,87 V
90. **a)** 0,56 A
b) vastapäivään
c) 1,0 W
91. 0,085 T, ylöspäin
92. $72 \cdot 10^{3} \frac{\text{km}}{\text{h}}$
94. **a)** $3{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
b) 2,5 T
95. e
97. 0,67 V
99. **a)** 0,10 V
b) 7,0 A
100. **a)** 0,028 Tm^2
b) 0,014 Tm^2
c) 2,7 mV
101. C, E, B ja A = D.
102. **a)** 0,59 mWb
b) 0,34 mWb
105. **b)** $2{,}3 \frac{\text{T}}{\text{s}}$.
106. **a)** 0,086 mWb
b) ±0,094 mV
c) $2{,}70 \cdot 10^{-8}$ N
107. 78 mA
108. 62 mV
109. 0,66 mV
122. **b)** 17 mV
125. $-2{,}8 \cdot 10^{-4}$ V
127. 2,3 H
128. **a)** 1,0 mV
130. 2 000 V
133. 48 mH, 9,6 Ω
135. **a)** 0 Wb
b) 2,0 mWb
c) 2,3 mWb
136. **a)** 0,10 kV
b) 58 V
138. **a)** 6700 r
b) $0{,}70 \cdot 10^{3}$ rad/s
c) 38 mV,
d) 31 mT
139. 1 500 RPM
140. **a)** 0 Wb, 0,33 V
b) 0,50 mWb, 0 V
c) 21 mA,
d) 17 mA
146. **a)** 5,30 V
b) 50,0 mA
c) 70,7 mA
147. **a)** 5,5 V
b) 3,9 V
c) 0,02 s,
d) 50 Hz
148. **b)** 50,0 Hz
c) 4,5 V, 3,0 A,
d) 3,2 V; 2,1 A,
e) 1,5 Ω
149. **a)** $u \cdot 320\,\text{V} \cdot \sin(100\pi \frac{1}{\text{s}} \cdot t)$,
b) $t = \frac{n}{100}$ s; $n = 0, 1, 2, .$
c) 290 V
151. **a)** 50,0 Hz
b) 20,0 ms
c) 17,7 V,
d) 0,12 A
152. **a)** 0,60 V ja 0,27 A
b) 50 Hz
c) 0°
155. **a)** 140 Ω
b) 1,6 A
c) 2,3 A,
d) 0 A
156. **a)** 1400 Ω
b) 2,6 mA
159. 5,60 µF
160. **a)** 1,3 A
b) 1,9 A
c) 0 A
161. **a)** 272 Ω
b) −17,3°
163. 230 Ω.
164. 150 Ω
165. **a)** 84 Ω
b) −39°
c) 0,30 A.
167. **a)** 5,7 A
b) 23°
c) 200 V, 160 V, 71 V
168. **a)** 59,4°
170. **c)** 0,71-kertainen
d) 1,41-kertainen
172. 2,0 kHz

174. 18 mJ
175. **a)** 0,10 pF
b) 1,3 µA
176. **a)** 0,12 kHz
b) 220 Ω
177. 13 mH
178. **a)** 0,22 mJ
b) 54 mA
179. **a)** 129 Hz
b) 76,9 mJ
c) 76,9 mJ
d) 2,14 A
181. **a)** 120 MHz
b) 8,3 cm, 4,2 cm
185. 1 440 r
190. **a)** 60°
c) 0,92 W.
191. 4.
192. 1,3 H
193. **b)** 11 µF
194. **a)** 150 Hz
b) 16 mA
d) 11,3 mA ja 2,8 V
e) 0 W
195. **a)** 54°
b) 130 Ω
c) $1{,}8 \cdot 10^{-2}$ W
197. **a)** 1:6
b) 38 V
c) 1,5 A
198. 0,11 A
210. $2{,}1 \cdot 10^{7}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$
211. 30 mm
212. $1{,}9 \cdot 10^{-17}$ N
213. 7,2°
215. 1,1 mT
216. $0{,}91 \cdot 10^{-6}$ N
217. $1{,}7 \cdot 10^{-6}$ N
218. 0,45 µT
219. $4{,}9 \cdot 10^{-3}$ Nm
221. 0,84 V
222. **a)** 0,38 A
b) vastapäivään
c) 0,40 W
223. 0,16 V
224. **a)** 0,016 V
b) 3,7 A
226. $-4{,}6 \cdot 10^{-4}$ V
227. 3,8 H
228. $4{,}0 \cdot 10^{-4}$ V.
229. 4200 V
231. **a)** 320 V
b) 4,7 A
232. **a)** 63°
233. **a)** 0,48 A
b) 76°
234. **a)** 1400 Ω
b) 1900 Ω
c) −50°
d) 0,12 A
235. **a)** 34 V, 227 V
236. **a)** 1,9 kHz
b) 2,6 kHz
c) 1,3 kHz
237. **a)** 1,29 pF
b) $1{,}8 \cdot 10^{-16}$ F
238. **b)** 12 mH
c) 5,3 Ω
239. **a)** 22 mJ
b) 0,51 A
240. **a)** 220 MHz
241. 7,4 A ja 10 A
242. **a)** 330 W
b) 67°
243. 150 Ω, 0,85 H
244. **a)** 1700
b) 2,7 Ω
c) 0,16 A
245. 2.

Hakemisto

A
alkeisalue 13
alueverkko 142
antenni 118

D
deklinaatio 32
diamagneettinen aine 13
dipoli 8
dipoliantenni 124
dipolikenttä 9

E
elektronivoltti 19
ensiokäämi 132
eteläkohtio 8

F
Faradayn induktiolaki 73
ferromagneettinen aine 13

G
generaattori 95

H
hiukkaskiihdytin 39
homogeeninen sähkökenttä 17, 31

I
impedanssa 112
induktanssi 89
induktiivinen kytkentä 91
induktiivinen reaktanssi 108, 109
induktio 79, 89
inklinaatio 32
itseinduktio 89

J
jakeluverkko 142
jännitehäviö 101
jännitteen tehollinen arvo 102

K
kantaverkko 142
kapasitiivinen reaktanssi 108, 110
kela 10
kiihdytysjännite 18, 19
kivihiili 141
käämi 10
käämin energia 120
käämin oikean käden sääntö 11

L
Lenzin laki 63
lähdejännite 101

M
Maan magneettikenttä 12
magneettikenttä 9, 13
magneettikentän kenttäviivat 9
magneettinen voima 29, 31, 48
magneettivuo 28
magneettivuon tiheys 28
massaspektri 42
muuntaja 132
muuntosuhde 133

N
napajännite 101
nopeudenvalitsin 41

O
osoitindiagrammi 103

P
paramagneettinen aine 13
permeabiliteetti 47
permittiivisyys 47
peruseristetty 143
pohjoiskohtio 8
polarisaatiosuunta 123
pyörrevirta 83
pätöteho 132

R
reaktanssi 108
resonanssitaajuus 119
revontuli 32

S
sauvamagneetti 8
solenoidi 10
sulake 144
suljettu värähtelypiiri 124
suojaeristetty 143
suojajännite 143
suojamaadoitettu 143
suojarakenne 143
suoran virtajohtimen oikean käden sääntö 10
syklotroni 39
syklotroniliike 39
sähköasema 142
sähköenergian siirto 134
sähköinen voima 17, 31
sähkökentän värähtelysuunta 123
sähkömagneetti 10
sähkömagneettinen aaltoliike 123
sähkömagneettinen induktio 61
sähkömoottori 55
sähkövirran tehollinen arvo 102

T
tehokerroin 132
tehonkulutus 130
toisiokäämi 132
tuontisähkö 141
työperiaate sähkökentässä 18

V
vaihe-ero 111
vaihtojännite 95, 97, 100, 101
vaihtojännitteen kulmataajuus 97
vaihtovirran teho 130
vaihtovirta 100, 101
vaihtovirtapiiri 108
vesivoima 141
virtajohtimen oikean käden sääntö 48
värähtelypiiri 124

Y
ydinvoima 141

Valokuvien oikeudet

kansi yläkuva Mostphotos
kansi alakuva Karen Kasmauski/Science Faction/Corbis/Suomen kuvapalvelu
s. 6 ylh. Science Photo Library/Mvphotos
s. 6 alh. vas. Science Photo Library/Mvphotos
s. 6 alh. oik. Science Photo Library/Mvphotos
s. 7 ylh. Yi Lu/Viewstock/Corbis/Alloverpress
s. 7 kesk. vas. Colourbox
s. 7 kesk. oik. Kevin Fleming/Corbis/Alloverpress
s. 7 alh. oik. Science Photo Library/Mvphotos
s. 7 alh. vas. Mostphotos
s. 8 ylh. Timo Suvanto
s. 8 alh. Timo Suvanto
s. 9 ylh. Timo Suvanto
s. 9 kesk. Timo Suvanto
s. 10 ylh. Timo Suvanto
s. 10 alh. vas. Mostphotos
s. 10 alh. oik. Mostphotos
s. 11 Timo Suvanto
s. 12 Science Photo Library/Mvphotos
s. 15 ylh. oik. Timo Suvanto
s. 15 ylh. oik. Timo Suvanto
s. 18 Cern/Maximilien Brice
s. 19 Colourbox
s. 27 Mostphotos
s. 29 Timo Suvanto
s. 31 Peter Ginter/Science Faction/Corbis/Alloverpress
s. 39 Colourbox
s. 41 oik. Science Photo Library/Mvphotos
s. 41 vas. Andrew Brookes/National Physical Laboratory/Science Photo Library/Mvphotos
s. 47 Timo Suvanto
s. 48 Timo Suvanto
s. 49 Timo Suvanto
s. 54 Timo Suvanto
s. 55 Timo Suvanto
s. 56 ylh. Timo Suvanto
s. 56 alh. Mostphotos
s. 61 ylh. Timo Suvanto
s. 61 alh. Timo Suvanto
s. 65 Colourbox
s. 72 Corbis/Alloverpress
s. 73 Timo Suvanto
s. 82 iStockphoto
s. 84 kesk. Mostphotos
s. 84 alh. Panthermedia
s. 85 ylh. iStockphoto
s. 85 alh. Science Photo Library/Mvphotos
s. 86 ylh. oik. Timo Suvanto
s. 86 ylh. vas. Timo Suvanto
s. 87 Timo Suvanto
s. 89 Timo Suvanto
s. 91 Mostphotos
s. 90 Mostphotos
s. 95 Colourbox
s. 97 Mostphotos
s. 100 ylh. Mostphotos
s. 100 alh. vas. Timo Suvanto
s. 100 alh. oik. Mostphotos
s. 104 Timo Suvanto
s. 105 Mostphotos
s. 108 Science Photo Library/Mvphotos
s. 109 ylh. Timo Suvanto
s. 109 alh. vas. Timo Suvanto
s. 109 alh. oik. Timo Suvanto
s. 110 ylh. Timo Suvanto
s. 110 alh. vas. Timo Suvanto
s. 110 alh. kesk. Timo Suvanto
s. 110 alh. oik. Timo Suvanto
s. 112 Timo Suvanto
s. 118 Timo Suvanto
s. 124 Timo Suvanto
s. 130 iStockphoto
s. 132 Science Photo Library/Mvphotos
s. 134 Colourbox
s. 135 Timo Suvanto
s. 143 ylh. Timo Suvanto
s. 143 kesk. Timo Suvanto
s. 143 alh. vas. Timo Suvanto
s. 143 alh. oik. iStockphoto
s. 144 kesk. Timo Suvanto
s. 144 alh. Mostphotos
s. 145 Kuvatoimisto Vastavalo
s. 146 Timo Suvanto